**绝密★启用前**

2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合则

A． B．

C． D．

2．若，则

A．0 B．1

C． D．2

3．埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥.以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为



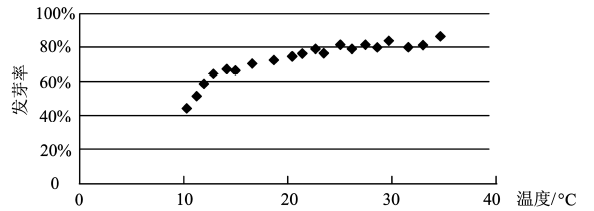
A． B． C． D．

4．设*O*为正方形*ABCD*的中心，在*O*，*A*，*B*，*C*，*D*中任取3点，则取到的3点共线的概率为

A． B．

C． D．

5．某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率*y*和温度*x*（单位：℃）的关系，在20个不同的温度条件下进行种子发芽实验，由实验数据得到下面的散点图：



由此散点图，在10℃至40℃之间，下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率*y*和温度*x*的回归方程类型的是

A． B．

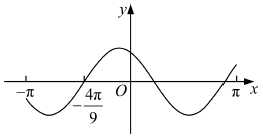
C． D．

6．已知圆，过点（1，2）的直线被该圆所截得的弦的长度的最小值为

A．1 B．2

C．3 D．4

7．设函数在[−π，π]的图像大致如下图，则*f*（*x*）的最小正周期为



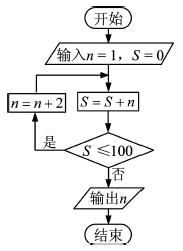
A． B．

C． D．

8．设，则

A． B． C． D．

9．执行下面的程序框图，则输出的*n*=



A．17 B．19 C．21 D．23

10．设是等比数列，且，，则

A．12 B．24 C．30 D．32

11．设是双曲线的两个焦点，为坐标原点，点在上且，则的面积为

A． B．3 C． D．2

12．已知为球的球面上的三个点，⊙为的外接圆，若⊙的面积为，，则球的表面积为

A． B． C． D．

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若*x*，*y*满足约束条件则*z*=*x*+7*y*的最大值为 .

14．设向量，若，则 .

15．曲线的一条切线的斜率为2，则该切线的方程为 .

16．数列满足，前16项和为540，则 .

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．（12分）

某厂接受了一项加工业务，加工出来的产品(单位：件)按标准分为A，B，C，D四个等级.加工业务约定：对于A级品、B级品、C级品，厂家每件分别收取加工费90元，50元，20元；对于D级品，厂家每件要赔偿原料损失费50元.该厂有甲、乙两个分厂可承接加工业务.甲分厂加工成本费为25元/件，乙分厂加工成本费为20元/件.厂家为决定由哪个分厂承接加工业务，在两个分厂各试加工了100件这种产品，并统计了这些产品的等级，整理如下：

甲分厂产品等级的频数分布表

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 等级 | A | B | C | D |
| 频数 | 40 | 20 | 20 | 20 |

乙分厂产品等级的频数分布表

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 等级 | A | B | C | D |
| 频数 | 28 | 17 | 34 | 21 |

（1）分别估计甲、乙两分厂加工出来的一件产品为A级品的概率；

（2）分别求甲、乙两分厂加工出来的100件产品的平均利润，以平均利润为依据，厂家应选哪个分厂承接加工业务?

18．（12分）

的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*.已知*B*=150°.

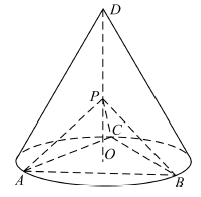
（1）若*a*=*c*，*b*=2，求的面积；

（2）若sin*A*+sin*C*=，求*C*.

19．（12分）

如图，为圆锥的顶点，是圆锥底面的圆心，是底面的内接正三角形，为上一点，

∠*APC*=90°．



（1）证明：平面*PAB*⊥平面*PAC*；

（2）设*DO*=，圆锥的侧面积为，求三棱锥*P*−*ABC*的体积.

20．（12分）

已知函数.

（1）当时，讨论的单调性；

（2）若有两个零点，求的取值范围.

21．（12分）

已知*A*、*B*分别为椭圆*E*：（*a*>1）的左、右顶点，*G*为*E*的上顶点，，*P*为直线*x*=6上的动点，*PA*与*E*的另一交点为*C*，*PB*与*E*的另一交点为*D．*

（1）求*E*的方程；

（2）证明：直线*CD*过定点.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修4—4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，曲线的参数方程为为参数．以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

（1）当时，是什么曲线？

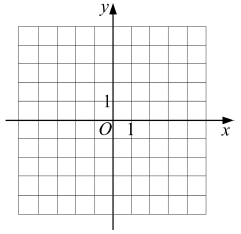
（2）当时，求与的公共点的直角坐标．

23．[选修4—5：不等式选讲]（10分）

已知函数．

（1）画出的图像；

（2）求不等式的解集．



**2020年普通高等学校招生全国统一考试**

**文科数学试题参考**答案(A卷**)**

**选择题答案**

一、**选择题**

1．D 2．C 3．C 4．A

5．D 6．B 7．C 8．B

9．C 10．D 11．B 12．A

**非选择题答案**

二、**填空题**

13．1 14．5 15．*y*=2*x* 16．7

**三、解答题**

17．解：（1）由试加工产品等级的频数分布表知，

甲分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为；

乙分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为.

（2）由数据知甲分厂加工出来的100件产品利润的频数分布表为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 利润 | 65 | 25 | −5 | −75 |
| 频数 | 40 | 20 | 20 | 20 |

因此甲分厂加工出来的100件产品的平均利润为

.

由数据知乙分厂加工出来的100件产品利润的频数分布表为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 利润 | 70 | 30 | 0 | −70 |
| 频数 | 28 | 17 | 34 | 21 |

因此乙分厂加工出来的100件产品的平均利润为

.

比较甲乙两分厂加工的产品的平均利润，应选甲分厂承接加工业务.

18．解：（1）由题设及余弦定理得，

解得（舍去），，从而.

的面积为．

（2）在中，，所以

，

故.

而，所以，故.

19．解：（1）由题设可知，*PA*=*PB*= *PC*．

由于△*ABC*是正三角形，故可得△*PAC*≌△*PAB*．

△*PAC*≌△*PBC*．

又∠*APC* =90°，故∠*APB*=90°，∠*BPC*=90°．

从而*PB*⊥*PA*，*PB*⊥*PC*，故*PB*⊥平面*PAC*，所以平面*PAB*⊥平面*PAC*．

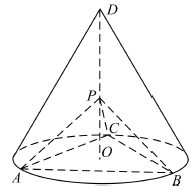
（2）设圆锥的底面半径为*r*，母线长为*l*．

由题设可得*rl*=，．

解得*r*=1，*l*=，

从而．由（1）可得，故．

所以三棱锥*P*-*ABC*的体积为．



20．解：（1）当*a*=1时，*f*（*x*）=e*x*–*x*–2，则=e*x*–1．

当*x*<0时，<0；当*x*>0时，>0．

所以*f*（*x*）在（–∞，0）单调递减，在（0，+∞）单调递增．

（2）=e*x*–*a*．

当*a*≤0时，>0，所以*f*（*x*）在（–∞，+∞）单调递增，

故*f*（*x*）至多存在1个零点，不合题意．

当*a*>0时，由=0可得*x*=ln*a*．

当*x*∈（–∞，ln*a*）时，<0；

当*x*∈（ln*a*，+∞）时，>0．所以*f*（*x*）在（–∞，ln*a*）单调递减，在（ln*a*，+∞）单调递增，故当*x*=ln*a*时，*f*（*x*）取得最小值，最小值为*f*（ln*a*）=–*a*（1+ln*a*）．

（i）若0≤*a*≤，则*f*（ln*a*）≥0，*f*（*x*）在（–∞，+∞）至多存在1个零点，不合题意．

（ii）若*a*>，则*f*（ln*a*）<0．

由于*f*（–2）=e–2>0，所以*f*（*x*）在（–∞，ln*a*）存在唯一零点．

由（1）知，当*x*>2时，e*x*–*x*–2>0，所以当*x*>4且*x*>2ln（2*a*）时，

．

故*f*（*x*）在（ln*a*，+∞）存在唯一零点，从而*f*（*x*）在（–∞，+∞）有两个零点．

综上，*a*的取值范围是（，+∞）．

21．解：（1）由题设得．

则，．由得，即．

所以的方程为．

（2）设．

若，设直线的方程为，由题意可知．

由于直线的方程为，所以．

直线的方程为，所以．

可得．

由于，故，可得，

即．①

将代入得．

所以．

代入①式得．

解得（舍去），．

故直线的方程为，即直线过定点．

若，则直线的方程为，过点．

综上，直线过定点．

22．解：当*k*=1时，消去参数*t*得，故曲线是圆心为坐标原点，半径为1的圆．

（2）当*k*=4时，消去参数*t*得的直角坐标方程为．

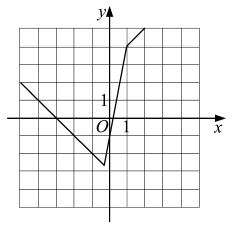
的直角坐标方程为．

由解得．

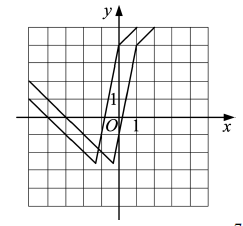
故与的公共点的直角坐标为．

23．解：（1）由题设知

的图像如图所示．



（2）函数的图像向左平移1个单位长度后得到函数的图像．



的图像与的图像的交点坐标为．

由图像可知当且仅当时，的图像在的图像上方，

故不等式的解集为．

