2020

主编：肖德好

全品高考短平快

数学（理科）

本册主编

潘立功

编　　者

潘立功　匡娇艳

罗月娥　吴志全

特约主审：万　成　赵　博　韩凤亭

黄河出版传媒集团
阳光出版社

图书在版编目（CIP）数据

全品高考短平快：新课标. 数学. 理科 / 肖德好主编. —银川：阳光出版社，2014.9(2019.9 重印)

ISBN 978-7-5525-1414-8

Ⅰ. ①全… Ⅱ. ①肖… Ⅲ. ①中学数学课—升学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 194913 号

全品高考短平快 数学(理科) 新课标 **肖德好 主编**

责任编辑 马 晖
封面设计 锦时创意

黄河出版传媒集团 阳光出版社 出版发行

地 址 宁夏银川市北京东路 139 号出版大厦(750001)
网 址 http://www.ygchbs.com
网上书店 http://shop129132959.taobao.com
电子信箱 yangguangchubanshe@163.com
邮购电话 0951—5014139
经 销 全国新华书店
印刷装订 赵县文教彩印厂

开 本 880mm×1230mm 1/16
印 张 14
字 数 448 千字
版 次 2014 年 9 月第 1 版
印 次 2019 年 9 月第 6 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5525-1414-8

定 价 51.80 元

考卷Ⅰ 小题·每题练

考卷Ⅱ 解答·每题练

高考提分20+

小题★精析精练

解答★难点破解

考卷Ⅰ 小题·标准练

考卷Ⅱ 解答·标准练

考卷Ⅲ 素养·组合练

小题1 集合与复数

（时间：30分钟 分值：65分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题5分，共50分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合$A=\{x\in\mathbf{Z}|x^2+x-6\leqslant 0\}$，$B=\{x|x\geqslant 1\}$，则$A\cap B=$（　　）

A. $\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$　　B. $\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{1,2,3\}$

2. 若复数z满足$\mathrm{i}z=4-5\mathrm{i}$（i为虚数单位），则$z$的共轭复数$\bar{z}$为（　　）

A. $5-4\mathrm{i}$　　B. $-5+4\mathrm{i}$

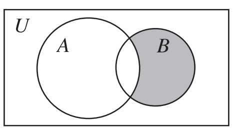
C. $5+4\mathrm{i}$　　D. $-5-4\mathrm{i}$

3. 若复数$\dfrac{a+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$（i为虚数单位，$a\in\mathbf{R}$）的实部与虚部相等，则实数$a$的值为（　　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

4. 设全集$U=\{-2,-1,0,1,2\}$，集合$A=\{x|x^2+x-2=0\}$，$B=\{0,-2\}$，则图X1-1中阴影部分表示的集合是（　　）



图X1-1

A. $\{0,1\}$　　B. $\{-2,0\}$

C. $\{-1,-2\}$　　D. $\{0\}$

5. 已知复数z满足$\mathrm{i}(z+1)=1-\mathrm{i}$（i为虚数单位），则在复平面内复数$z$所对应的点在（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

6. 已知复数z满足$(1+\mathrm{i})z=\mathrm{i}^3$（i为虚数单位），则$|z|=$（　　）

A. $-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$

B. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$

C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\dfrac{1}{2}$

7. 设P和Q是两个集合，定义集合$P-Q=\{x|x\in P$，且$x\notin Q\}$，如果$P=\{x|1<2^x<4\}$，$Q=\{y|y=2+\sin x,x\in\mathbf{R}\}$，那么$P-Q=$（　　）

A. $\{x|0<x\leqslant 1\}$

B. $\{x|0\leqslant x<2\}$

C. $\{x|1\leqslant x<2\}$

D. $\{x|0<x<1\}$

8. 若复数$\dfrac{2-a\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$（其中i为虚数单位，$a\in\mathbf{R}$）为纯虚数，则$a=$（　　）

A. $-2\mathrm{i}$　　B. 0

C. -2　　D. 2

9. 设复数z满足$\dfrac{z+1}{z}=\mathrm{i}$（i为虚数单位），则下列说法正确的是（　　）

A. z为纯虚数

B. z的虚部为$-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$

C. 在复平面内，z对应的点位于第二象限

D. $|z|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

10. 已知集合$A=\{x|3x-a\geqslant 0\}$，$B=\{x|\log_2(x-2)\leqslant 1\}$，若$A\cup B=A$，则实数$a$的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,6)$

B. $(-\infty,6]$

C. $(-\infty,12)$

D. $(12,+\infty)$

二、填空题（本大题共3小题，每小题5分，共15分.把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 设复数$z_1=2+\mathrm{i}$，$z_2=x-2\mathrm{i}(x\in\mathbf{R})$，若$z_1\cdot z_2$为实数，则$x$的值为________.

12. 已知集合$A=\{(x,y)|y=x^3\}$，$B=\{(x,y)|y=x\}$，则$A\cap B$中的元素个数是________.

13. 设集合$A=\{1,2,3\}$，$B=\{x|x^2-2x+m=0\}$，若$A\cap B=\{3\}$，则$B=$________.

班级

姓名

答题卡

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

班级

姓名

答题卡

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

小题 2　常用逻辑用语

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知命题 $p:\forall a\geqslant 0, a^2+a\geqslant 0$，则命题 $\neg p$ 为　（　　）

A. $\forall a\geqslant 0, a^2+a\leqslant 0$

B. $\forall a\geqslant 0, a^2+a<0$

C. $\exists a_0\geqslant 0, a_0^2+a_0<0$

D. $\exists a_0<0, a_0^2+a_0<0$

2. 已知命题 p：若 $a>b$，则 $a-1>b-1$，则命题 p 的否命题是　（　　）

A. 若 $a>b$，则 $a-1\leqslant b-1$

B. 若 $a\leqslant b$，则 $a-1\leqslant b-1$

C. 若 $a>b$，则 $a-1<b-1$

D. 若 $a<b$，则 $a-1<b-1$

3. 设 a,b,c,d 是实数，则“$a+d=b+c$”是“a,b,c,d 成等差数列”的　（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 设命题 p：$f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在定义域上为减函数；命题 q：$g(x)=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 为奇函数. 则下列命题中真命题是　（　　）

A. $p\wedge q$　　B. $\neg p\wedge\neg q$

C. $\neg p\wedge q$　　D. $p\wedge\neg q$

5. 设 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，若 $m\perp\alpha, n\perp\beta$，则“$m\perp n$”是“$\alpha\perp\beta$”的　（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 若“$p\vee q$”成立的一个必要条件是“$\neg r$”，则下列推理：①由 $p\vee q$ 可以推出 $\neg r$；②由 p 可以推出 $\neg r$；③由 $\neg r$ 可以推出 q；④由 $\neg p\wedge\neg q$ 可以推出 r. 其中正确的个数为　（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

7. 已知 p：关于 x 的方程 $x^2-4x+a=0$ 有实根，若 $\neg p$ 为真命题的充分不必要条件为 $a>3m+1$，则实数 m 的取值范围是　（　　）

A. $(1,+\infty)$

B. $[1,+\infty)$

C. $(-\infty,1)$

D. $(-\infty,1]$

8. 给出下列四个说法：

①若命题 $p:\forall x\in\mathbf{R}, x-1\geqslant 0$，则 $\neg p:\forall x\in\mathbf{R}, x-1<0$；

②“若 x_0 为 $y=f(x)$ 的极值点，则 $f'(x_0)=0$”的逆命题为真命题；

③“平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角是钝角”的一个充分不必要条件是“$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$”；

④当 $\alpha,\beta\in\mathbf{R}$ 时，命题“若 $\alpha=\beta$，则 $\sin\alpha=\sin\beta$”的逆否命题为真命题.

其中正确说法的个数是　（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

9. 已知 $D=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x+y-2\leqslant 0,\\ x-y+2\leqslant 0,\\ 3x-y+6\geqslant 0\end{cases}\right\}$，给出下列四个命题：

$p_1:\forall(x,y)\in D, -2\leqslant x+y\leqslant 2$；

$p_2:\forall(x,y)\in D, \dfrac{y}{x+3}>0$；

$p_3:\exists(x_0,y_0)\in D, x_0+y_0<-2$；

$p_4:\exists(x_0,y_0)\in D, x_0^2+y_0^2\leqslant 2$.

其中真命题是　（　　）

A. p_1 和 p_2　　B. p_1 和 p_4

C. p_2 和 p_3　　D. p_2 和 p_4

10. 已知命题 p：函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 和 $y=\cos\left(2x-\dfrac{3\pi}{4}\right)$ 的图像关于原点对称；命题 q：若两平行直线 $6x+8y+a=0$ 与 $3x+by+22=0$ 之间的距离为 a，则 $a=b=4$.

给出下列四个判断：$p\vee q$ 是假命题，$p\wedge q$ 是真命题，$\neg p\vee q$ 是真命题，$p\vee\neg q$ 是真命题.

其中，正确的个数为　（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 能说明“若函数 $f(x)$ 满足 $f(0)\cdot f(2)>0$，则 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内不存在零点”为假命题的一个函数是__________.

12. 已知 $a\in\mathbf{R}$，$p:\forall x\in[1,2], x^2-a\geqslant 0$；$q:\exists x_0\in\mathbf{R}, x_0^2+2ax_0+2-a=0$. 若 $p\wedge q$ 为真命题，则实数 a 的取值范围是__________.

13. 已知函数 $f(x)=\sin\omega x(\omega>0)$，则“函数 $f(x)$ 的图像经过点 $\left(\dfrac{\pi}{4},1\right)$”是“函数 $f(x)$ 的图像经过点 $\left(\dfrac{\pi}{2},0\right)$”的__________（从“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分也不必要”中选填）条件.

小题 3　函数的概念与表示、函数的图像与性质

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 已知 $f(x)=\dfrac{\log_a(3-x)}{x-2}$，则函数 $f(x)$ 的定义域为　(　　)

A. $(-\infty,3)$　　B. $(-\infty,2)\cup(2,3]$

C. $(-\infty,2)\cup(2,3)$　　D. $(3,+\infty)$

2. 若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+x,x\geqslant 0,\\ x^2-ax,x<0\end{cases}(a\in\mathbf{R})$ 为偶函数，则下列结论正确的是　(　　)

A. $f(a)>f(2a)>f(0)$　　B. $f(a)>f(0)>f(2a)$

C. $f(2a)>f(a)>f(0)$　　D. $f(2a)>f(0)>f(a)$

3. 下列函数中，既是奇函数，又在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的函数是　(　　)

A. $f(x)=e^x-e^{-x}$　　B. $f(x)=\tan x$

C. $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$　　D. $f(x)=|x|$

4. 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$，函数 $f(x)=\begin{cases}a^x,x\geqslant 1,\\ ax+a-2,x<1\end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是　(　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $(0,1)$

C. $(1,2)$　　D. $(1,2]$

5. 设函数 $g(x)=f(x)+2x$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且 $F(x)=f(x)+2^x$，若 $f(1)=1$，则 $F(-1)=$　(　　)

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{3}{2}$

C. $\dfrac{7}{2}$　　D. $\dfrac{11}{2}$

6. 函数 $f(x)=x\sin 2x+\cos x$ 的大致图像有可能是　(　　)

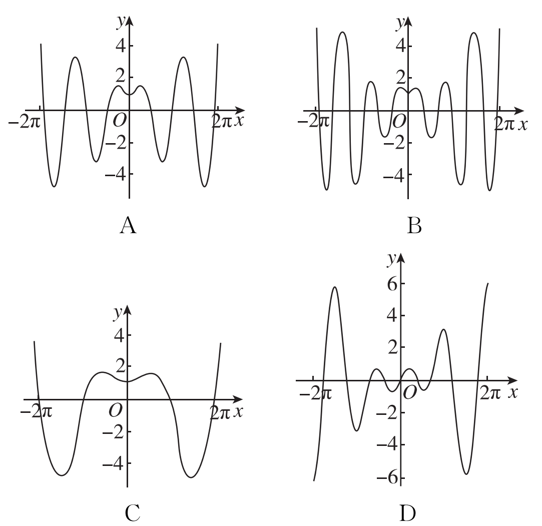


图 X3-1

7. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调函数 $f(x)$ 满足 $f[f(x)-2e^x]=2$，若 $g(x)=\begin{cases}f(x),x\leqslant 0,\\ \ln x,x>0,\end{cases}$ 则 $g[g(-1)]$ 的值为　(　　)

A. $2\ln 2$　　B. $\ln 2$

C. $2\ln 2-1$　　D. $\ln 2-1$

8. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x)=f(1-x)$，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=x$. 函数 $g(x)=e^{-|x-1|}$ $(-1<x<3)$，则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像所有交点的横坐标之和为　(　　)

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

9. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，$g(x)=f(x)+x^2$，且当 $x\in(-\infty,0]$ 时，$g(x)$ 单调递增，则不等式 $f(x+1)-f(x+2)>2x+3$ 的解集为　(　　)

A. $\left(\dfrac{3}{2},+\infty\right)$　　B. $\left(-\dfrac{3}{2},+\infty\right)$

C. $(-\infty,-3)$　　D. $(-\infty,3)$

10. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且在区间 $(-\infty,0]$ 上单调递减，$f(1)=-1$. 设 $g(x)=\log_2(x+3)$，则满足 $f(x)\geqslant g(x)$ 的 x 的取值范围是　(　　)

A. $(-\infty,-1]$　　B. $[-1,+\infty)$

C. $(-3,-1]$　　D. $(-3,1]$

二、填空题(本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}f(x-2),x>2,\\ e^{x-1}+x^2,x\leqslant 2,\end{cases}$ 则 $f(2019)=$________.

12. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的图像关于点 $(1,1)$ 对称，$g(x)=(x-1)^3+1$，若函数 $f(x)$ 的图像与函数 $g(x)$ 的图像的交点为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_{2019},y_{2019})，则 $\sum\limits_{i=1}^{2019}(x_i+y_i)=$________.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $A(a,b)$，若函数 $y=f(x)$ 满足：$\forall x\in[a-1,a+1]$，都有 $y\in[b-1,b+1]$，就称这个函数是点 A 的“限定函数”.

给出以下函数：

①$y=\dfrac{1}{2}x$；②$y=2x^2+1$；③$y=\sin x$；④$y=\ln(x+2)$. 其中是原点 O 的“限定函数”的序号是________. 已知点 $A(a,b)$ 在函数 $y=2^x$ 的图像上，若函数 $y=2^x$ 是点 A 的“限定函数”，则 a 的取值范围是________.

班级

姓名

答题卡

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

班级

姓名

答题卡

题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

小题 4　基本初等函数Ⅰ、函数与方程

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 函数 $f(x)=\dfrac{(x-2)\ln x}{\sqrt{x-3}}$ 的零点个数为　　(　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

2. 已知 $\alpha\in\left\{1,2,-\dfrac{1}{2},-3,\dfrac{1}{3}\right\}$，若函数 $f(x)=x^{\alpha}$ 为奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则实数 α 的取值为　　(　　)

A. $1,\dfrac{1}{3}$

B. $1,-3$

C. $1,\dfrac{1}{3},-3$

D. $\dfrac{1}{3},-\dfrac{1}{2},1$

3. 已知 $a=\log_2\dfrac{1}{3}$，$b=5^{-3}$，$c=2^{\frac{1}{2}}$，则 a,b,c 的大小关系为　　(　　)

A. $a<b<c$

B. $a<c<b$

C. $c<b<a$

D. $c<a<b$

4. 已知函数 $f(x)=ax+\log_2 x(a\in\mathbf{R})$ 在区间 $(1,2)$ 上有一个零点，则函数 $g(x)=\log_2 x+a$ 的零点所在的区间是　　(　　)

A. $(0,1)$　　B. $(1,\sqrt{2})$

C. $(\sqrt{2},\sqrt{3})$　　D. $(\sqrt{2},2)$

5. 放射性物质的半衰期 T 定义为每经过时间 T，该物质的质量会衰退原来的一半. 铅制容器中有两种放射性物质 A,B，开始记录时容器中物质 A 的质量是物质 B 的质量的 2 倍，而 120 小时后两种物质的质量相等，已知物质 A 的半衰期为 7.5 小时，则物质 B 的半衰期为　　(　　)

A. 10 小时

B. 8 小时

C. 12 小时

D. 15 小时

6. 若 x_1 是方程 $xe^x=1$ 的解，x_2 是方程 $x\ln x=1$ 的解，则 x_1x_2 等于　　(　　)

A. 1　　B. -1

C. e　　D. $\dfrac{1}{e}$

7. 设 $\dfrac{1}{2}<a<1$，$m=\log_a(a^2+1)$，$n=\log_a(1-a)$，$p=\log_a\dfrac{1}{2a}$，则 m,n,p 的大小关系是　　(　　)

A. $n>m>p$

B. $m>p>n$

C. $p>n>m$

D. $n>p>m$

8. 定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 同时满足：①对任意的 $x\in(0,+\infty)$ 都有 $f(2x)=\dfrac{1}{2}f(x)$；②当 $x\in(1,2]$ 时，$f(x)=(x-2)^2$. 若函数 $g(x)=f(x)-\log_a x(a>1)$ 恰有 3 个零点，则实数 a 的取值范围是　　(　　)

A. $(1,2]$

B. $(2,4]$

C. $(4,16]$

D. $(4,256]$

9. 已知 a,b,c,d 都是常数，$a>b$，$c>d$. 若 $f(x)=2019+(x-a)(x-b)$ 的零点为 c,d，则下列不等式正确的是　　(　　)

A. $a>c>d>b$

B. $a>d>c>b$

C. $c>d>a>b$

D. $c>a>b>d$

10. 若函数 $f(x)=e^{x-1}-e^{-x+1}+a\sin\pi x(x\in\mathbf{R}$，e 是自然对数的底数，$a>0)$ 存在唯一的零点，则实数 a 的取值范围为　　(　　)

A. $\left(0,\dfrac{2}{\pi}\right]$

B. $\left(0,\dfrac{2}{\pi}\right)$

C. $(0,2]$

D. $(0,2)$

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 已知函数 $f(x)=\log_3\left(ax+\dfrac{1}{x}\right)$，若 $f(1)=2$，则 $f\left(\dfrac{1}{8}\right)=$________.

12. 已知 $a>1$，$b>1$，若 $\log_a 2+\log_b 16=3$，则 $\log_2(ab)$ 的最小值为________.

13. 若函数 $f(x)=x|x-a|-4(a\in\mathbf{R})$ 有三个不同的零点，则实数 a 的取值范围是________.

小题 5　导数的运算及几何意义、定积分

（时间:30 分钟　分值:65 分）

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 函数 $f(x)=x\ln 3x$ 的图像在点$\left(\frac{1}{3},f\left(\frac{1}{3}\right)\right)$处的切线方程为　（　　）

A. $3x+3y+1=0$

B. $3x+3y-1=0$

C. $3x-3y+1=0$

D. $3x-3y-1=0$

2. 由曲线 $y=3-x^2$ 和直线 $y=2x$ 所围成的图形的面积为　（　　）

A. $\frac{86}{3}$　　B. $\frac{32}{3}$

C. $\frac{16}{3}$　　D. $\frac{14}{3}$

3. 已知函数 $f(x)=\ln(ax)(a>0)$的图像在点$(1,f(1))$处的切线恰好过原点,则 a 的值为　（　　）

A. e　　B. 1

C. e^2　　D. 3

4. 已知 $f(x)$是奇函数,当 $x>0$ 时,$f(x)=-\frac{x}{x-2}$,则函数 $f(x)$的图像在 $x=-1$ 处的切线方程是　（　　）

A. $2x-y+1=0$

B. $x-2y+2=0$

C. $2x-y-1=0$

D. $x+2y-2=0$

5. 二次函数 $f(x)=x^2-nx+m(n,m\in \mathbf{R})$的图像如图 X5-1 所示,则定积分$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=$　（　　）

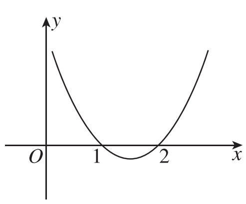


图 X5-1

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{5}{6}$

C. 2　　D. 3

6. 已知过点 $P(1,1)$且与曲线 $y=x^3$ 相切的直线的条数为　（　　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

7. 设点 P 在曲线 $y=\ln x-\frac{1}{x}+1$ 上,点 Q 在直线 $y=2x$ 上,则$|PQ|$的最小值为　（　　）

A. 2　　B. 1

C. $\frac{\sqrt{6}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

8. 设切点 $P(x_0,f(x_0))$满足以下条件:函数 $f(x)=-x^2$ 的图像在点 $P(x_0,f(x_0))$处的切线 l 与函数 $g(x)=x^2+2x+3$ 的图像也相切,则这样的切点 P 的个数为　（　　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+a,x<0,\\ \ln x,x>0,\end{cases}$其中 a 是实数.设 $A(x_1,f(x_1))$,$B(x_2,f(x_2))$为该函数图像上的两点,且 $x_1<x_2$.若函数 $f(x)$的图像在点 A,B 处的切线互相垂直,且 $x_2<0$,则 x_2-x_1 的最小值为　（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^{-x}+mx+\frac{m}{2},x<0,\\ e^x(x-1),x\geqslant 0\end{cases}$(e 为自然对数的底数),若方程 $f(-x)+f(x)=0$ 有且仅有四个不同的解,则实数 m 的取值范围是　（　　）

A. (0,e)

B. (e,+∞)

C. (0,2e)

D. (2e,+∞)

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

11. 若$\int_1^a\left(2x+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=3+\ln 2(a>1)$,则 a 的值是________.

12. 函数 $y=axe^x$ 的图像在 $x=0$ 处的切线与直线 $y=-x$互相垂直,则 $a=$________.

13. 已知函数 $f(x)=x^2+2ax$,$g(x)=4a^2\ln x+b$,设两曲线 $y=f(x)$,$y=g(x)$有公共点 P,且在点 P 处的切线相同,当 $a\in(0,+\infty)$时,实数 b 的最大值是________.

班级

姓名

答题卡

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

班级

姓名

答题卡

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

小题 6　导数的应用

（时间:30 分钟　分值:65 分）

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知函数 $f(x)=x(e^x+e^{-x})$,则下列结论正确的是（　　）
   A. $f(x)$是奇函数,在$(0,+\infty)$上单调递增
   B. $f(x)$是奇函数,在$(0,+\infty)$上单调递减
   C. $f(x)$是偶函数,在$(0,+\infty)$上单调递增
   D. $f(x)$是偶函数,在$(0,+\infty)$上单调递减

2. 已知函数 $f(x)=3x+2\cos x$,若 $a=f(3^{\sqrt{2}})$,$b=f(2)$,$c=f(\log_2 7)$,则 a,b,c 的大小关系是（　　）
   A. $a<b<c$
   B. $c<a<b$
   C. $b<a<c$
   D. $b<c<a$

3. 函数 $y=e^x x^2-1$ 的部分图像为（　　）

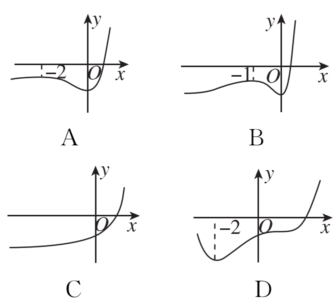


图 X6-1

4. 已知函数 $f(x)=\sin 2x+4\cos x-ax$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减,则实数 a 的取值范围是（　　）
   A. $[0,3]$
   B. $[3,+\infty)$
   C. $(3,+\infty)$
   D. $[0,+\infty)$

5. 函数 $f(x)=\frac{1}{2}x-\sin x(x\in[0,\pi])$的最大值为 M,最小值为 m,则 $M-m=$（　　）
   A. $\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}$
   B. $\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$
   C. $\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$
   D. $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+a^2$ 在 $x=1$ 处的极值为 10,则 $a-b=$（　　）
   A. -6
   B. -15
   C. 15
   D. -6 或 15

7. 已知函数 $f(x)=e^x+\frac{1}{e^x}+2$(其中 $x\in\mathbf{R}$,e 为自然对数的底数),则下列说法错误的是（　　）
   A. 函数 $f(x)$的图像关于 y 轴对称
   B. 函数 $f(x)$的极小值为 4
   C. 函数 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上为增函数
   D. 函数 $y=e^x f(x)$的值域为$(1,+\infty)$

8. 以下四个数中,最大的是（　　）
   A. $\ln\sqrt[3]{3}$　　B. $\frac{1}{e}$
   C. $\frac{\ln \pi}{\pi}$　　D. $\frac{\sqrt{15}\ln 15}{30}$

9. 已知函数 $f(x)=a\ln x-x+2$(a 为大于 1 的正整数),若 $y=f(x)$与 $y=f[f(x)]$的值域相同,则 a 的最小值是(参考数据:$\ln 2\approx 0.693\ 1$,$\ln 3\approx 1.098\ 6$,$\ln 5\approx 1.609\ 4$)（　　）
   A. 5　　B. 6
   C. 7　　D. 8

10. 已知 $f'(x)$是函数 $f(x)$的导函数,且对任意的实数 x 都有 $f'(x)=e^x(2x+3)+f(x)$(e 是自然对数的底数),$f(0)=1$,若不等式 $f(x)-k<0$ 的解集中恰有两个整数,则实数 k 的取值范围是（　　）
    A. $\left[-\frac{1}{e^2},0\right)$
    B. $\left[-\frac{1}{e^2},0\right]$
    C. $\left(-\frac{1}{e^2},0\right]$
    D. $\left(-\frac{1}{e^2},0\right)$

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

11. 已知函数 $f(x)=\sin x+2x$,$f(1-a)+f(2a)<0$,则实数 a 的取值范围是________.

12. 若函数 $f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x+m, & x<e,\\ x-\ln x, & x\geqslant e\end{cases}$ 的值域是$[e-1,+\infty)$,其中 e 是自然对数的底数,则实数 m 的最小值是________.

13. 若函数 $f(x)=x^2-6x+4\ln x$ 的图像与直线 $y=m$ 有三个交点,则实数 m 的取值范围为________.

小题 7　不等式

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．设 a,b 为正数，且 $a+b\leqslant 4$，则（　　）

A．$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\leqslant 1$　　B．$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant 2$

C．$ab\leqslant 4$　　D．$ab\geqslant 8$

2．若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x-y+1\geqslant 0,\\x-3y-3\leqslant 0,\end{cases}$ 且 $z=x+2y$，则（　　）

A．z 有最小值，也有最大值

B．z 无最小值，也无最大值

C．z 有最小值，无最大值

D．z 有最大值，无最小值

3．已知变量 x,y 满足 $\begin{cases}x\geqslant 0,\\|y|\leqslant 1,\\x+y-2\leqslant 0,\end{cases}$ 则 x^2+y^2 的最大值为（　　）

A．10　　B．5

C．4　　D．2

4．若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}3x-y-4\geqslant 0,\\x-3y+4\leqslant 0,\\x+y-8\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $\frac{y}{x+1}$ 的取值范围是（　　）

A．$\left[\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]$　　B．$\left[\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right]$

C．$\left[\frac{2}{3},\frac{5}{4}\right]$　　D．$\left[\frac{5}{4},+\infty\right)$

5．设 $a\geqslant b\geqslant c$，且 1 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个实根，则 $\frac{c}{a}$ 的取值范围为（　　）

A．$[-2,0]$

B．$\left[-\frac{1}{2},0\right]$

C．$\left[-2,-\frac{1}{2}\right]$

D．$\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$

6．已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}y+1\geqslant 0,\\2x-y-1\geqslant 0,\\x+y\leqslant a,\end{cases}$ 若目标函数 $z=x-y$ 的最大值为 3，则实数 a 的值为（　　）

A．1　　B．2

C．3　　D．4

7．在平面直角坐标系 xOy 中，M,N 分别是 x 轴正半轴和 $y=x(x>0)$ 的图像上的两个动点，且 $|MN|=\sqrt{2}$，则 $|OM|^2+|ON|^2$ 的最大值是（　　）

A．$4-2\sqrt{2}$

B．$\frac{4}{3}$

C．4

D．$4+2\sqrt{2}$

8．已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}x-y\leqslant 0,\\x+y-1\leqslant 0,\\2x-y+1\geqslant 0,\end{cases}$ 记 $z=\frac{y}{x-a}(a>0)$ 的最大值为 $z_{\max}$，若 $z_{\max}\leqslant \frac{1}{3}$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$a\leqslant \frac{1}{2}$　　B．$a\geqslant \frac{1}{2}$

C．$a\leqslant 2$　　D．$a\geqslant 2$

9．已知正实数 a,b,c,d 满足 $a+b=1,c+d=1$，则 $\frac{1}{abc}+\frac{1}{d}$ 的最小值为（　　）

A．10　　B．9

C．$4\sqrt{2}$　　D．$3\sqrt{3}$

10．已知 O 为坐标原点，$M(-1,2)$，若点 P 的坐标 (x,y) 满足 $\begin{cases}x+|y|\leqslant 3,\\x\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=|\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OP}+1|$ 的最大值是（　　）

A．5　　B．6

C．7　　D．8

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11．设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geqslant 0,\\y\geqslant 0,\\x-y+1\geqslant 0,\\x+y-3\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的取值范围为________．

12．已知 $x+y=1,y>0,x>0$，则 $\frac{1}{2x}+\frac{x}{y+1}$ 的最小值为________．

13．某化妆品公司计划 2019 年在甲、乙两个电视台播放总时间不超过 450 分钟的广告，且广告总费用不超过 22.5 万元．已知甲电视台和乙电视台的收费标准分别为 750 元/分钟和 300 元/分钟，预估两个电视台为公司所播放的每分钟广告，能给公司带来的收益分别为 0.5 万元和 0.3 万元，则该公司的最大收益是________万元．

班级

姓名

答题卡

答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5

6 7 8 9 10 11 12 13

小题 8　三角函数的概念、三角恒等变换

（时间:30 分钟　分值:65 分）

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知 α 是第四象限角,$\tan\alpha=-\frac{4}{3}$,则 $\sin\alpha$ 等于　(　　)

A. $\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{4}{5}$

C. $\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{3}{5}$

2. 已知 $\cos\alpha=-\frac{1}{2}$,且 α 为第二象限角,则 $\sin 2\alpha$ 的值为　(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

3. 若 $\sin(\alpha+\beta)=3\sin(\pi-\alpha+\beta)$,$\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,则 $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=$　(　　)

A. 2　　B. $\frac{1}{2}$

C. 3　　D. $\frac{1}{3}$

4. 已知 $\cos\alpha-\sin\alpha=\frac{1}{5}$,则 $\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=$　(　　)

A. $-\frac{24}{25}$　　B. $-\frac{4}{5}$

C. $\frac{24}{25}$　　D. $\frac{4}{5}$

5. 已知 $P(m,2)$ 为角 α 终边上一点,且 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=3$,则 $\cos\alpha=$　(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 已知 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$,则 $\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=$　(　　)

A. $-\frac{7}{9}$　　B. $\frac{7}{9}$

C. $\frac{8}{9}$　　D. $-\frac{8}{9}$

7. 已知曲线 $f(x)=\frac{2}{3}x^3$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线的倾斜角为 α,则 $\frac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}$ 的值为　(　　)

A. $-\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{3}{5}$

C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

8. 已知 $\sin\alpha+2\cos\alpha=\sqrt{5}$,则 $\cos 2\alpha=$　(　　)

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$

C. $-\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{4}{5}$

9. 若 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=3$,则 $\sqrt{2}\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha}=$　(　　)

A. $\frac{17}{5}$　　B. $\frac{19}{5}$

C. $\frac{21}{5}$　　D. $\frac{22}{5}$

10. 若 α,β 均为锐角且 $\cos\alpha=\frac{1}{7}$,$\cos(\alpha+\beta)=-\frac{11}{14}$,则 $\sin\left(\frac{3}{2}\pi+2\beta\right)=$　(　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

11. 已知 θ 是第三象限角,且 $\sin\theta-2\cos\theta=-\frac{2}{5}$,则 $\sin\theta+\cos\theta=$________.

12. 已知 $\sin 10^\circ+m\cos 10^\circ=2\cos 140^\circ$,则 $m=$________.

13. 若 $\cos\alpha=2\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$,则 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{8}\right)=$________.

小题 9　三角函数的图像与性质

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 为了得到函数 $y=\sin 2x$ 的图像，可以将函数 $y=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像　（　　）

A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

D. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

2. 下列各点中，可以作为函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x+1$ 图像的对称中心的是　（　　）

A. $\left(\frac{\pi}{3},1\right)$　　B. $\left(\frac{\pi}{6},1\right)$

C. $\left(\frac{\pi}{3},0\right)$　　D. $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$

3. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$，且 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$，$f(\pi)=1$，则 ω 的最小值为　（　　）

A. $\frac{3}{2}$　B. 3　C. $\frac{3}{4}$　D. $\frac{9}{4}$

4. 函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0,-\pi<\varphi<0)$ 的部分图像如图 X9-1 所示，则 $f(0)$ 的值为　（　　）

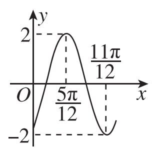


图 X9-1

A. $-\frac{3}{2}$　　B. -1

C. $-\sqrt{2}$　　D. $-\sqrt{3}$

5. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 图像的对称轴为直线 $x=m$，若有且仅有一个 $m\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，则实数 ω 的取值范围是　（　　）

A. $(1,5)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $[1,5)$　　D. $[1,+\infty)$

6. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,\varphi\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]\right)$ 的部分图像如图 X9-2 所示，且 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上恰有一个最大值和一个最小值，则实数 ω 的取值范围是　（　　）

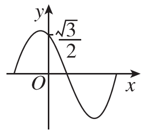


图 X9-2

A. $\left[\frac{7}{12},\frac{13}{12}\right)$　　B. $\left[\frac{11}{12},\frac{17}{12}\right)$

C. $\left(\frac{7}{12},\frac{13}{12}\right]$　　D. $\left(\frac{11}{12},\frac{17}{12}\right]$

7. 设函数 $f(x)=\sin x\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$ 的图像为 C，则下面结论中正确的是　（　　）

A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 2π

B. 图像 C 关于直线 $x=\frac{5\pi}{12}$ 对称

C. 图像 C 可由函数 $g(x)=\sin 2x$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到

D. 图像 C 可由函数 $g(x)=\sin 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到

8. 将函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像先向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度，得到 $g(x)$ 的图像. 若 $g(x_1)\cdot g(x_2)=4$，且 $x_1,x_2\in[-2\pi,2\pi]$，则 x_1-2x_2 的最大值为　（　　）

A. $\frac{9\pi}{2}$　　B. $\frac{7\pi}{2}$

C. $\frac{5\pi}{2}$　　D. $\frac{3\pi}{2}$

9. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期为 π，其图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后所得图像关于 y 轴对称，则 $f(x)$ 的单调递增区间为　（　　）

A. $\left[-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi\right],k\in\mathbf{Z}$

B. $\left[-\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi\right],k\in\mathbf{Z}$

C. $\left[-\frac{5\pi}{12}+2k\pi,\frac{\pi}{12}+2k\pi\right],k\in\mathbf{Z}$

D. $\left[-\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{5\pi}{12}+k\pi\right],k\in\mathbf{Z}$

10. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$，其中 $\omega>0,|\varphi|\leqslant\frac{\pi}{2}$，$-\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 的一个零点，且 $f(x)\leqslant\left|f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right|$ 恒成立，$f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{24}\right)$ 上有最小值无最大值，则 ω 的最大值是　（　　）

A. 11　B. 13　C. 15　D. 17

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 函数 $f(x)=\sin 2x-4\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的最大值为________.

12. 将函数 $y=2\cos^2x+\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，再把所得图像上点的横坐标扩大到原来的 2 倍（纵坐标不变），得到函数 $g(x)$ 的图像，若 $\alpha\in[0,\pi]$，$g(\alpha)=0$，则 $\frac{\sqrt{6}}{2}\sin 2\alpha+\cos\alpha$ 的值为________.

13. 函数 $f(x)=\sin\omega x\ (\omega>0)$ 的图像与其对称轴在 y 轴右侧的交点从左到右依次记为 $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_n,n\in\mathbf{N}^*$，在点列 $\{A_n\}$ 中存在三个不同的点 A_k,A_l,A_p，使得 $\triangle A_kA_lA_p$ 是等腰直角三角形，将满足上述条件的 ω 值从小到大组成的数列记为 $\{\omega_n\}$，则 $\omega_{2019}=$________.

班级

姓名

答题卡

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

小题 10 解三角形

（时间：30 分钟 分值：65 分）

班级

姓名

答题卡

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $B=2C$，则 $b=$ （　　）

A. $c\cos C$　　B. $2c\cos C$

C. $c\cos A$　　D. $2c\cos A$

2. 在$\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，若 $c=2a$，$b\sin B-a\sin A=\frac{1}{2}a\sin C$，则 $\cos B$ 等于 （　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

3. 在$\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且$B\neq\frac{\pi}{2}$，若$\frac{\cos B}{\sin B}=\frac{a^2+c^2-b^2}{\sqrt{3}ac}$，则角 B 的大小为 （　　）

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{3}$或$\frac{2}{3}\pi$

D. $\frac{\pi}{6}$或$\frac{5}{6}\pi$

4. 如图 X10-1，在$\triangle ABC$ 中，AD 平分$\angle BAC$，且 $AB=2$，$AC=6$，$AD=\sqrt{3}$，则 D 点到直线 AB 的距离为 （　　）

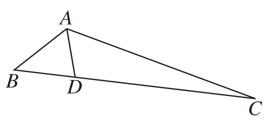


图 X10-1

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

5. 在$\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $a=3$，$A=\frac{\pi}{3}$，$\sin C=2\sin B$，则$\triangle ABC$ 的周长为 （　　）

A. $3+2\sqrt{3}$　　B. $3+2\sqrt{6}$

C. $3+3\sqrt{3}$　　D. $3+3\sqrt{6}$

6. 在$\triangle ABC$ 中，a,b,c 分别为 A,B,C 的对边，如果 a,b,c 成等差数列，$B=30°$，$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{3}{2}$，那么 $b=$ （　　）

A. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$　　B. $1+\sqrt{3}$

C. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$　　D. $2+\sqrt{3}$

7. 在$\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $b=2$，$\frac{\sin 2C}{1-\cos 2C}=1$，$B=\frac{\pi}{6}$，则 a 的值为 （　　）

A. $\sqrt{3}-1$

B. $2\sqrt{3}+2$

C. $2\sqrt{3}-2$

D. $\sqrt{2}+\sqrt{6}$

8. 已知$\triangle ABC$ 的三个内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$B=\frac{\pi}{3}$，$b=6$，且 $a+c=6\sqrt{2}$，则 A 的大小为 （　　）

A. $\frac{2\pi}{5}$　　B. $\frac{2\pi}{7}$

C. $\frac{5\pi}{12}$　　D. $\frac{\pi}{12}$或$\frac{7\pi}{12}$

9. 在四边形 $ABCD$ 中，若 $AB=1$，$BC=\sqrt{2}$，$AC=CD$，$\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{CD}$，则 BD 的最大值为 （　　）

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

10. 设$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 a,b,c 成等比数列，$\cos(A-C)-\cos B=\frac{1}{2}$，延长 BC 至 D，若 $BD=2$，则$\triangle ACD$ 面积的最大值为 （　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 在$\triangle ABC$ 中，已知 $BC=6$，$AC=4$，$\sin A=\frac{3}{4}$，则 $B=$ ________.

12. 已知 D 是直角三角形 ABC 的斜边 BC 上一点，且 $AC=\sqrt{3}DC$，$BD=2DC$. 若 $AD=2\sqrt{3}$，则 $DC=$ ________.

13. 在平面凸四边形 $ABCD$ 中，$A=45°$，$B=120°$，$AB=\sqrt{2}$，$AD=3$，$CD=t$（t 为常数），若满足上述条件的平面凸四边形 $ABCD$ 有且只有 2 个，则实数 t 的取值范围是________.

小题 11　平面向量

（时间:30 分钟　分值:65 分）

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形,点 E 为边 CD 的中点,则$\overrightarrow{BE}=$　　(　　)

A. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

2. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(t,1)$,$\boldsymbol{b}=(t+2,1)$,若$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$,则实数 $t=$　　(　　)

A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0)$,$\boldsymbol{b}=(-3,4)$,且向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ,则 $\cos 2\theta$ 等于　　(　　)

A. $-\frac{7}{25}$　　B. $\frac{7}{25}$

C. $-\frac{24}{25}$　　D. $\frac{24}{25}$

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(2,-2)$,$\boldsymbol{c}=(\lambda,-1)$,若 $\boldsymbol{c}\parallel(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,则 $\lambda=$　　(　　)

A. -2　　B. -1

C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

5. 设向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$,$\boldsymbol{b}=(\sin^2\alpha,\cos^2\alpha)$,$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$,且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}$,则 $\alpha=$　　(　　)

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

6. 在平行四边形 $ABCD$ 中,已知 $AB=4$,$AD=3$,$\overrightarrow{CP}=3\overrightarrow{PD}$,$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=2$,则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$的值是　　(　　)

A. 4　　B. 6

C. 8　　D. 10

7. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{3}$,且 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为　　(　　)

A. 30°　　B. 150°

C. 60°　　D. 120°

8. 若向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(1,m)$,且 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为钝角,则实数 m 的取值范围是　　(　　)

A. $(0,2)$

B. $(-\infty,2)$

C. $(-2,2)$

D. $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

9. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个相互垂直的单位向量,且 $\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}=\sqrt{3}$,$\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{b}=1$,则$|\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=$　　(　　)

A. $\sqrt{6}$　　B. $\sqrt{7}$

C. $2\sqrt{2}$　　D. $2+\sqrt{3}$

10. 已知圆 C_1,C_2,C_3 是同心圆,半径依次为 1,2,3,过圆 C_1 上一点 M 作 C_1 的切线交 C_2 于 A,B 两点,设 P 为圆 C_3 上任一点,则$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的取值范围为　　(　　)

A. $[-8,-4]$

B. $[0,12]$

C. $[1,13]$

D. $[4,16]$

二、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

11. 已知平面向量 $\boldsymbol{m}=(1,2)$,$\boldsymbol{n}=(1,0)$,则 $\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ 在 $\boldsymbol{n}$ 方向上的投影为________.

12. 已知$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,$AC=BC=1$,$\overrightarrow{CP}=\lambda(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})(\lambda\in\mathbf{R},\lambda>0)$,$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=4$,则 λ 等于________.

13. 已知 G 为$\triangle ABC$ 的重心,过点 G 的直线与边 AB,AC 分别相交于点 P,Q.若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$,则当$\triangle ABC$ 与$\triangle APQ$ 的面积的比值为 $\frac{20}{9}$ 时,实数 λ 的值为________.

班级

姓名

答题卡

答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

小题 12　等差数列与等比数列的基本运算

（时间：30 分钟　分值：65 分）

班级

姓名

答题卡

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知在等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=-2$，$a_7=-8$，则 $a_5=$　　（　　）

A. -4　　B. ±4

C. 4　　D. 16

2. 在等差数列$\{a_n\}$中，a_2，a_{14}是方程 $x^2+6x+2=0$ 的两个实根，则$\frac{a_8}{a_2a_{14}}=$　　（　　）

A. $-\frac{3}{2}$　　B. -3

C. -6　　D. 2

3. 在各项都为正数的等比数列$\{a_n\}$中，首项 $a_1=3$，前三项的和为 21，则 $a_3+a_4+a_5=$　　（　　）

A. 33　　B. 72

C. 84　　D. 189

4. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_6=30$，$S_{10}=10$，则 $S_{16}=$　　（　　）

A. -160　　B. -80

C. 20　　D. 40

5. 中国古代数学名著《九章算术》中有这样一个问题：今有牛、马、羊食人苗，苗主责之粟五斗，羊主曰："我羊食半马."马主曰："我马食半牛."今欲衰偿之，问各出几何？此问题的译文是：现在有牛、马、羊吃了别人的禾苗，禾苗主人要求赔偿 5 斗粟，羊主人说："我的羊所吃的禾苗只有马所吃的禾苗的一半."马主人说："我的马所吃的禾苗只有牛所吃的禾苗的一半."现在打算按此比例偿还，他们各应偿还多少？在该问题中，1 斗为 10 升，则马主人应偿还粟　　（　　）

A. $\frac{25}{3}$升　　B. $\frac{50}{3}$升

C. $\frac{50}{7}$升　　D. $\frac{100}{7}$升

6. 在正项等比数列$\{a_n\}$中，$a_1a_5+2a_3a_7+a_5a_9=16$，且 a_5 与 a_9 的等差中项为 4，则$\{a_n\}$的公比是　　（　　）

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sqrt{2}$　　D. 2

7. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，$a_1<0$，$a_8+a_9>0$，$a_8\cdot a_9<0$，设$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则使 $S_n>0$ 的 n 的最小值为　　（　　）

A. 8　　B. 9

C. 15　　D. 16

8. 已知等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n 与 T_n，对一切自然数 n，都有$\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n}{3n+1}$，则$\frac{a_6}{b_6}$等于（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{9}{14}$

C. $\frac{20}{31}$　　D. $\frac{11}{17}$

9. 抛物线 $x^2=\frac{1}{2}y$ 上一点$(a_i,2a_i^2)$(该点在第一象限内)处的切线与 x 轴交点的横坐标记为 a_{i+1}，其中 $i\in\mathbf{N}^*$，若 $a_2=32$，则 $a_2+a_4+a_6=$　　（　　）

A. 64　　B. 42

C. 32　　D. 21

10. 已知正项等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，满足 $S_4-2S_2=3$，则 S_6-S_4 的最小值为　　（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. 3

C. 4　　D. 12

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 已知等比数列$\{a_n\}$为递增数列，设其前 n 项和为 S_n，若 $a_2=2$，$S_3=7$，则 a_5 的值为________.

12. 已知递增的等比数列$\{a_n\}$满足 $a_2+a_3=6a_1$，则$\{a_n\}$的前三项依次是________.（填写满足条件的一组即可）

13. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$\{a_{2n-1}\}$是公差为 d 的等差数列，$\{a_{2n}\}$是公比为 q 的等比数列，且 $a_1=a_2=a$，$S_2:S_4:S_6=1:3:6$，则$\frac{d}{aq}$的值是________.

小题 13　数列求和

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．已知数列$\{a_n\}$是等差数列，且$a_1+a_2=-3$，$a_3+a_4=-6$，则数列$\{a_n\}$的前 10 项和等于（　　）

A．-15　　B．-25

C．-45　　D．-60

2．等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=a$，$a_2=a+\frac{1}{3}$，其前n项和为S_n，若$S_6=9$，$S_m=18$，则$m=$（　　）

A．8　　B．9

C．10　　D．11

3．已知数列$\{a_n\}$是等比数列，$a_2=2$，$a_5=\frac{1}{4}$，则$a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}=$（　　）

A．$16(1-4^{-n})$

B．$16(1-2^{-n})$

C．$\frac{32}{3}(1-4^{-n})$

D．$\frac{32}{3}(1-2^{-n})$

4．已知S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$a_1=1$，$S_nS_{n+1}=-a_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，则$a_{10}=$（　　）

A．$-\frac{1}{90}$　　B．$-\frac{1}{10}$

C．$\frac{1}{90}$　　D．$\frac{1}{10}$

5．设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则下列等式中一定成立的是（　　）

A．$S_n+S_{2n}=S_{3n}$

B．$S_{2n}^2=S_nS_{3n}$

C．$S_{2n}^2=S_n+S_{2n}-S_{3n}$

D．$S_n^2+S_{2n}^2=S_n(S_{2n}+S_{3n})$

6．各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=2$，$\frac{S_n}{a_{n+1}}=2\cdot\frac{a_{n+1}}{S_n}-1$，则$S_{10}=$（　　）

A．1022　　B．1024

C．2046　　D．2048

7．已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n+\frac{100}{n}$，则$|a_1-a_2|+|a_2-a_3|+\cdots+|a_{99}-a_{100}|=$（　　）

A．150　　B．162

C．180　　D．210

8．记数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n．已知$a_1=1$，$(S_{n+1}-S_n)a_n=2^n(n\in\mathbf{N}^*)$，则$S_{2018}=$（　　）

A．$3(2^{1009}-1)$　　B．$\frac{3}{2}(2^{1009}-1)$

C．$3(2^{2018}-1)$　　D．$\frac{3}{2}(2^{2018}-1)$

9．“垛积术”（隙积术）是由北宋科学家沈括在《梦溪笔谈》中首创，南宋数学家杨辉、元代数学家朱世杰丰富和发展的一类数列求和方法，有茭草垛、方垛、刍童垛、三角垛等等．某仓库中部分货物堆放成如图 X13-1 所示的“茭草垛”：自上而下，第一层 1 件，以后每一层比上一层多 1 件，最后一层是n件．已知第一层货物单价是 1 万元，从第二层起，货物的单价是上一层单价的$\frac{9}{10}$．若这堆货物的总价是$\left[100-200\left(\frac{9}{10}\right)^n\right]$万元，则$n$的值为（　　）

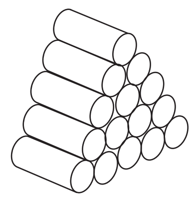


图 X13-1

A．7　　B．8

C．9　　D．10

10．定义在$[0,+\infty)$上的函数$f(x)$满足：当$0\leqslant x<2$时，$f(x)=2x-x^2$；当$x\geqslant 2$时，$f(x)=3f(x-2)$．记函数$f(x)$的极大值点从小到大依次为$a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots$，并记相应的极大值依次为$b_1,b_2,\cdots,b_n,\cdots$，则$S_{20}=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_{20}b_{20}$的值为（　　）

A．$19\times3^{20}+1$

B．$19\times3^{19}+1$

C．$20\times3^{19}+1$

D．$20\times3^{20}+1$

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11．已知数列$\{a_n\}$是等差数列，$a_5=15$，$a_{10}=-10$，记数列$\{a_n\}$的第n项到第$n+5$项的和为T_n，则$|T_n|$取得最小值时的n的值为________．

12．已知数列$\{a_n\}$，若$a_1+2a_2+\cdots+na_n=2n$，则数列$\{a_na_{n+1}\}$的前n项和为________．

13．已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=\frac{na_n}{n+1+2a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$，则$\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}=$________．

班级

姓名

答题卡

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

小题14　递推数列以及数列综合问题

（时间：30分钟　分值：65分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题5分，共50分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{2}$，$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{2^n}(n\in \mathbf{N}^*)$，则$a_{2019}=$　　(　　)

A. $1-\frac{1}{2^{2018}}$　　B. $1-\frac{1}{2^{2019}}$

C. $\frac{3}{2}-\frac{1}{2^{2018}}$　　D. $\frac{3}{2}-\frac{1}{2^{2019}}$

2. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=4$，$a_{n+1}=3a_n-2$，则a_{2019}的个位数为　　(　　)

A. 2　　B. 8

C. 0　　D. 4

3. 一给定函数$y=f(x)$的图像在下列四个选项中，并且对任意$a_1\in(0,1)$，由关系式$a_{n+1}=f(a_n)$得到的数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}<a_n$，则该函数的图像可能是　　(　　)

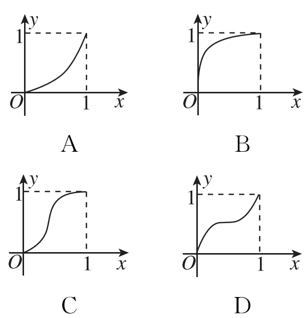


图 X14-1

4. 在数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=1$，且对于任意的$m,n\in\mathbf{N}^*$，都有$a_{m+n}=a_m+a_n+mn$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为　　(　　)

A. $a_n=n$　　B. $a_n=n+1$

C. $a_n=\frac{n(n-1)}{2}$　　D. $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$

5. 数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若点(a_n,S_n)在直线$y=3x-2$上，则$S_5=$　　(　　)

A. $\frac{211}{32}$　　B. $\frac{211}{16}$

C. $\frac{211}{64}$　　D. $-\frac{211}{32}$

6. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n+2n$，且$a_1=32$，则$\frac{a_n}{n}$的最小值为　　(　　)

A. $8\sqrt{2}-1$　　B. $\frac{52}{5}$

C. $\frac{31}{3}$　　D. 10

7. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1>0$，$a_{11}=4$，$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{2}a_n^2$，数列$\{b_n\}$满足$b_n>0$，$b_1=a_{12}$，$b_n=b_{n+1}+\frac{1}{2}b_{n+1}^2$，若存在正整数$m,n(m\leqslant n)$，使得$b_m+b_n=14$，则　　(　　)

A. $m=10,n=12$　　B. $m=9,n=11$

C. $m=4,n=6$　　D. $m=1,n=3$

8. 已知函数$y=f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，当$x>1$时$f(x)>0$，对任意的$x,y\in(0,+\infty)$，都有$f(x)+f(y)=f(x\cdot y)$成立. 若数列$\{a_n\}$满足$a_1=f(1)$，且$f(a_{n+1})=f(2a_n+1)$，$n\in\mathbf{N}^*$，则a_{2019}的值为　　(　　)

A. $2^{2016}-1$　　B. $2^{2017}-1$

C. $2^{2018}-1$　　D. $2^{2019}-1$

9. 设S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，且$a_1=3$，当$n\geqslant 2$时，有$S_n+S_{n-1}-2S_nS_{n-1}=2na_n$，则使得$S_1S_2\cdots S_m\geqslant 2019$成立的正整数$m$的最小值为　　(　　)

A. 1009　　B. 1008

C. 2019　　D. 2018

10. 已知定义域为$\mathbf{R}$的函数$f(x)$满足$f(x)=4f(x+2)$，当$x\in[0,2)$时，$f(x)=\begin{cases}-x^2+x+1, & x\in[0,1),\\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\left|x-\frac{3}{2}\right|}, & x\in[1,2).\end{cases}$设$f(x)$在$[2n-2,2n)$上的最大值为$a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，且$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，若$S_n<k$对任意的正整数$n$均成立，则实数$k$的取值范围为　　(　　)

A. $\left(\frac{5}{3},+\infty\right)$　　B. $\left[\frac{5}{3},+\infty\right)$

C. $[2,+\infty)$　　D. $\left[\frac{4}{3},+\infty\right)$

二、填空题（本大题共3小题，每小题5分，共15分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$满足$b_n=a_{n+1}-a_n$，且$b_{n+1}-b_n=1$，$a_3=1$，$a_4=-1$，则$a_1=$________.

12. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_{n+1}+S_n=\frac{n^2-19n}{2}(n\in\mathbf{N}^*)$，若$a_{10}<a_{11}$，则$S_n$取得最小值时$n$的值为________.

13. 已知点D为$\triangle ABC$的边BC上一点，$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$E_n(n\in\mathbf{N}^*)$为$AC$上一列点，且满足$\overrightarrow{E_nA}=(3a_n-3)\overrightarrow{E_nD}+(-n^2-n+1)\overrightarrow{E_nB}$，其中实数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，则$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}=$________.

小题 15　三视图、空间几何体的表面积与体积

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 如图 X15-1，在正方体 AC_1 中，点 M 为 BB_1 的中点，现用一个过点 M,C,D 的平面去截正方体，得到上、下两部分，用如图的角度去观察上半部分几何体，所得的侧视图为（　　）

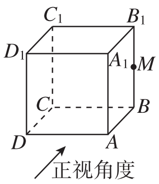


图 X15-1

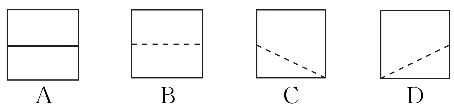


图 X15-2

2. 一个几何体的三视图如图 X15-3 所示，则其体积为（　　）

A. $\frac{11}{6}$　　B. $\frac{11\sqrt{3}}{6}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

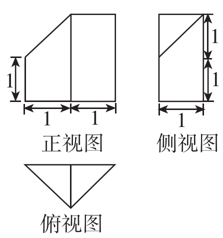


图 X15-3

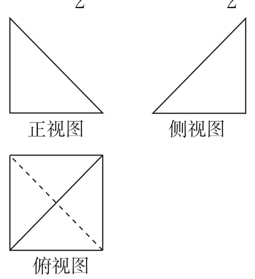


图 X15-4

3. 某三棱锥的三视图如图 X15-4 所示，正视图与侧视图是两个全等的等腰直角三角形，直角边长为 1，俯视图是正方形，则该三棱锥的四个面的面积中最大的面积是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

4. 已知某几何体的三视图如图 X15-5 所示，网格中小正方形的边长为 1，则该几何体的表面积为（　　）

A. 20　　B. 22

C. 24　　D. $19+2\sqrt{2}$

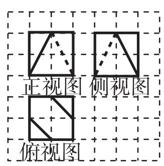


图 X15-5

5. 已知正四面体 $P-ABC$ 的棱长为 2，D 为 PA 的中点，E,F 分别为 AB,PC（包括端点）上的动点，则 $DE+DF$ 的最小值为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

6. 我国古代数学名著《张丘建算经》中记载："今有方锥下广二丈，高三丈，欲斩末为方亭；令上方六尺；问亭方几何?"大致意思是：有一个正四棱锥下底边长为二丈，高三丈；现从上面截去一部分，使之成为正四棱台状方亭，且正四棱台的上底边长为六尺，则该正四棱台的体积是(注：1 丈=10 尺)（　　）

A. 1946 立方尺　　B. 3892 立方尺

C. 7784 立方尺　　D. 11 676 立方尺

7. 如图 X15-6，在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，点 E 是棱 BB_1 的中点，点 F 是棱 CC_1 上靠近 C_1 的三等分点，且三棱锥 A_1-AEF 的体积为 2，则四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为（　　）

A. 12　　B. 8　　C. 20　　D. 18

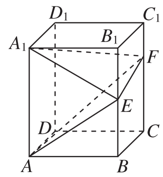


图 X15-6

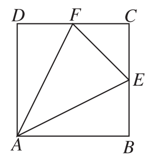


图 X15-7

8. 如图 X15-7，边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，E,F 分别是 BC,CD 的中点，现在沿 AE,AF 及 EF 把这个正方形折成一个三棱锥，使 B,C,D 三点重合，重合后的点记为 P，则三棱锥 $P-AEF$ 的高为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

9. 在阿基米德的墓碑上刻着一幅"圆柱容球"的几何图形，它的三视图如图 X15-8 所示，记球的体积为 V_1，圆柱的体积为 V_2，球的表面积为 S_1，圆柱的表面积为 S_2，则下列结论正确的是（　　）

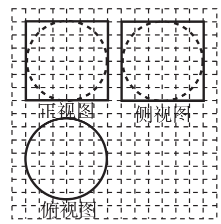


图 X15-8

A. $V_1=\frac{3}{2}V_2,S_1=\frac{3}{2}S_2$

B. $V_1=\frac{2}{3}V_2,S_1=\frac{2}{3}S_2$

C. $V_1=\frac{3}{2}V_2,S_1=\frac{2}{3}S_2$

D. $V_1=\frac{2}{3}V_2,S_1=\frac{3}{2}S_2$

10. 在棱长为 6 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 是 BC 的中点，点 P 是面 DCC_1D_1 内的动点，且满足 $\angle APD=\angle MPC$，则三棱锥 $P-BCD$ 的体积的最大值是（　　）

A. 36　　B. $12\sqrt{3}$　　C. 24　　D. $18\sqrt{3}$

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 某几何体的三视图如图 X15-9 所示(单位：cm)，则该几何体的体积为________cm^3.

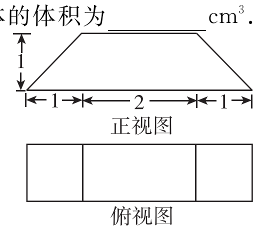


图 X15-9

12. 陀螺是中国民间较早的娱乐工具之一，如图 X15-10 所示的网格纸中小正方形的边长均为 1，粗线画出的是一个陀螺模型的三视图，则该陀螺模型的表面积为________.

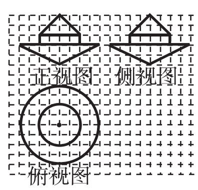


图 X15-10

13. 四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，侧面 SAD 是以 SD 为斜边的等腰直角三角形，若 $2\sqrt{2}\leqslant SC\leqslant 4$，则四棱锥 $S-ABCD$ 的体积的取值范围为________.

班级

姓名

答题卡

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

班级

姓名

答题卡

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

小题 16　空间点、线、面位置关系

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知 m,n 为两条不重合直线，α,β 为两个不重合平面，下列条件中，可以作为 $\alpha /\!/ \beta$ 的充分条件的是（　　）

A. $m/\!/n, m\subset\alpha, n\subset\beta$　　B. $m/\!/n, m\perp\alpha, n\perp\beta$

C. $m\perp n, m/\!/\alpha, n/\!/\beta$　　D. $m\perp n, m\perp\alpha, n\perp\beta$

2. 已知平面 $\alpha\perp$ 平面 β，且 $\alpha\cap\beta=l$，要得到直线 $m\perp$ 平面 β，还需要补充的条件可以是（　　）

A. $m\subset\alpha$　　B. $m/\!/\alpha$

C. $m\perp l$　　D. $m\subset\alpha$ 且 $m\perp l$

3. 已知两个平面相互垂直，给出下列命题：

①一个平面内的已知直线必垂直于另一个平面内的任意一条直线；

②一个平面内的已知直线必垂直于另一个平面内的无数条直线；

③一个平面内的任意一条直线必垂直于另一个平面；

④过一个平面内任意一点作交线的垂线，则此垂线必垂直于另一个平面.

其中正确命题的个数是（　　）

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

4. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面为正方形，DB_1 与平面 $ABCD$ 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{3}$，则 BC 与 DB_1 所成角的余弦值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. $\frac{1}{3}$　D. $\frac{2}{3}$

5. 已知等边三角形 ABC 的边长为 2，现把 $\triangle ABC$ 绕着边 BC 旋转到 $\triangle PBC$ 的位置. 给出以下三个命题：

①对于任意点 P，$PA\perp BC$；

②存在点 P，使得 $PA\perp$ 平面 PBC；

③三棱锥 $P-ABC$ 的体积的最大值为 1.

以上命题正确的是（　　）

A. ①②　B. ①③　C. ②③　D. ①②③

6. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 是正方形，$PA=AB$，M,N 分别是 PC,AB 的中点，则下列结论中错误的是（　　）

A. $MN/\!/$平面 PAD

B. $MN\perp$平面 PCD

C. 平面 $PCD\perp$平面 PAD

D. 平面 $PAD\perp$平面 PBC

7. 如图 X16-1，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4，正四面体 $P-QRH$ 的棱长为 4，底面 $ABCD$ 和底面 QRH 在同一个平面内，$BC/\!/QH$，则正方体中过 AD 且与平面 PHQ 平行的截面面积是（　　）

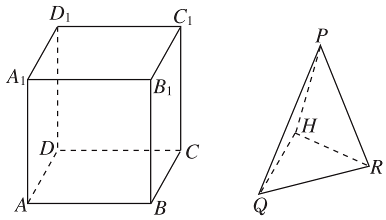


图 X16-1

A. $4\sqrt{17}$　B. $8\sqrt{5}$　C. $12\sqrt{2}$　D. $16\sqrt{2}$

8. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 1，点 M 在 BC 上（点 M 异于 B,C 两点），点 N 为 CC_1 的中点，若平面 AMN 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得的截面为五边形，则 BM 的取值范围是（　　）

A. $\left(0,\frac{1}{2}\right]$　　B. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

C. $\left[\frac{1}{3},1\right)$　　D. $\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]$

9. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB=2\sqrt{3}$，$BC=2\sqrt{6}$，$\angle ABC=45°$，D 是边 AC 上的一点，将 $\triangle ABC$ 沿 BD 折叠，得到三棱锥 $A-BCD$，若该三棱锥的顶点 A 在底面 BCD 上的射影 M 在棱 BC 上，设 $BM=x$，则 x 的取值范围是（　　）

A. $(0,2\sqrt{3})$　　B. $(\sqrt{3},\sqrt{6})$

C. $(\sqrt{6},2\sqrt{3})$　　D. $(2\sqrt{3},2\sqrt{6})$

10. 如图 X16-2，正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各条棱的长度均相等，D 为 AA_1 的中点，M,N 分别是棱 BB_1 和棱 CC_1 上的动点（含端点），且满足 $BM=C_1N$，当 M,N 运动时，下列结论中不正确的是（　　）

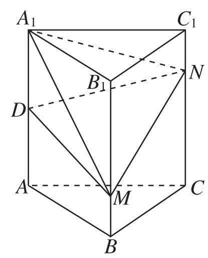


图 X16-2

A. 在 $\triangle DMN$ 内总存在与平面 ABC 平行的线段

B. 平面 $DMN\perp$平面 BCC_1B_1

C. 三棱锥 A_1-DMN 的体积为定值

D. $\triangle DMN$ 可能为直角三角形

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 侧面为等腰直角三角形的正三棱锥的侧棱与底面所成角的正弦值为________.

12. 如图 X16-3，多面体 $PABCDE$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$ED/\!/PA$，且 $PA=\sqrt{3}ED=\sqrt{3}AB$，现将 $\triangle CDE$ 以直线 DE 为轴旋转一周，则旋转过程中直线 BP 与动直线 CE 所成角的取值范围是________.

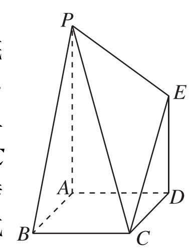


图 X16-3

13. 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的棱长均为 2，点 M,N 分别在侧面 ABB_1A_1 和 ACC_1A_1 内，BC_1 与 B_1C 交于点 P，则 $\triangle MNP$ 周长的最小值为________.

小题 17　组合体问题

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 将边长为 2 的正三角形 ABC 沿 BC 边上的高 AD 折起，使二面角 $B-AD-C$ 为直二面角，则三棱锥 $B-ACD$ 的外接球的表面积是（　　）

A. 20π　B. 10π　C. $\frac{20}{3}\pi$　D. 5π

2. 一个正三棱锥(底面是正三角形，顶点在底面上的射影为底面三角形的中心)的四个顶点都在半径为 1 的球面上，球心在三棱锥的底面所在平面上，则该正三棱锥的体积是（　　）

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

3. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的六个顶点都在球 O 的球面上，若 $AB=3$，$AC=4$，$AB\perp AC$，$AA_1=12$，则球 O 的半径为（　　）

A. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$　B. $2\sqrt{10}$

C. $\frac{13}{2}$　D. $3\sqrt{10}$

4. 已知点 A,B,C,D 在同一个球的球面上，$AB=BC=\sqrt{2}$，$AC=2$，若四面体 $ABCD$ 外接球的球心 O 恰好在侧棱 DA 上，$DC=2\sqrt{3}$，则四面体 $ABCD$ 的体积为（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　D. $\sqrt{3}$

5. 若长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点都在体积为 288π 的球 O 的球面上，则长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面积的最大值为（　　）

A. 576　B. 288

C. 144　D. 72

6. 如图 X17-1，圆柱的底面半径为 1，侧面积为 6π，正四棱锥 $P-ABCD$ 内接于圆柱(顶点 P 为圆柱上底面圆的圆心，底面 $ABCD$ 内接于圆柱的下底面圆)，则该四棱锥的外接球的表面积为（　　）

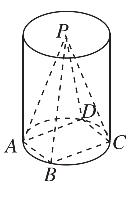


图 X17-1

A. $\frac{100\pi}{9}$　B. $\frac{80\pi}{9}$

C. $\frac{100\pi}{3}$　D. $\frac{64\pi}{3}$

7. 如图 X17-2 所示，某几何体由底面半径和高均为 5 的圆柱与半径为 5 的半球面对接而成，该封闭几何体内部放入一个小圆柱，且小圆柱的上、下底面均与外层圆柱的底面平行，则小圆柱体积的最大值为（　　）

A. $\frac{2000\pi}{9}$　B. $\frac{4000\pi}{27}$

C. 81π　D. 128π

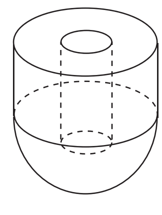


图 X17-2

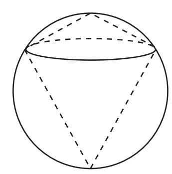


图 X17-3

8. 如图 X17-3，半径为 R 的球的两个内接圆锥有公共的底面，若两个圆锥的体积之和为球的体积的 $\frac{3}{8}$，则这两个圆锥的高之差的绝对值为（　　）

A. $\frac{R}{2}$　B. $\frac{2R}{3}$　C. $\frac{4R}{3}$　D. R

9. 在三棱锥 $S-ABC$ 中，已知 $SA=4$，$AB=AC=1$，$\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$，若 S,A,B,C 四点均在球 O 的球面上，且 SA 恰为球 O 的直径，则三棱锥 $S-ABC$ 的体积为（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$　B. $\frac{1}{4}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{3}{4}$

10. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的球面上，$PA\perp$ 平面 ABC，$\triangle ABC$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形，若球 O 的表面积为 20π，则直线 PC 与平面 PAB 所成角的正切值为（　　）

A. $\frac{3}{4}$　B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$　C. $\frac{3}{7}\sqrt{7}$　D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$AB=3$，$\triangle PAB$ 是等边三角形，且平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，若四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球的表面积为 28π，则 $AD=$________.

12. 半正多面体亦称“阿基米德多面体”，是由边数不全相同的正多边形为面组成的多面体. 如将正四面体所有棱各三等分，沿三等分点从原几何体割去四个小正四面体(如图 X17-4 所示)，余下的多面体就成为一个半正多面体，若这个半正多面体的棱长为 4，则这个半正多面体的外接球的半径为________.

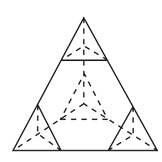


图 X17-4

13. 某工厂现将一棱长为 $\sqrt{3}$ 的正四面体材料切割成一个圆柱体零件，则该零件体积的最大值为________.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

班级

姓名

答题卡

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

小题 18　直线与圆

（时间:30 分钟　分值:65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 直线 $2x\cdot\sin 210°-y-2=0$ 的倾斜角是　（　　）

A. $45°$

B. $135°$

C. $30°$

D. $150°$

2. 已知直线 l 过点$(0,3)$且与直线 $x+y+1=0$ 垂直，则直线 l 的方程是　（　　）

A. $x+y-2=0$

B. $x-y+2=0$

C. $x+y-3=0$

D. $x-y+3=0$

3. 已知直线 $y=ax$ 与圆 $C:x^2+y^2-6y+6=0$ 相交于 A，B 两点，C 为圆心. 若$\triangle ABC$ 为等边三角形，则 a 的值为　（　　）

A. 1　　B. ± 1

C. $\sqrt{3}$　　D. $\pm\sqrt{3}$

4. 直线 l 是圆 $x^2+y^2=4$ 在点$(-1,\sqrt{3})$处的切线，点 P 是圆 $x^2-4x+y^2+3=0$ 上的动点，则点 P 到直线 l 的距离的最小值为　（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. 2

5. 若点 M,N 是圆 $x^2+y^2+kx+2y-4=0$ 上不同的两点，且点 M,N 关于直线 $x-y+1=0$ 对称，则该圆的半径为　（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$

C. 1　　D. 3

6. 已知直线 $l:3x-4y-15=0$ 与圆 $C:x^2+y^2-2x-4y+5-r^2=0(r>0)$相交于 A,B 两点，若$|AB|=6$，则圆 C 的标准方程为　（　　）

A. $(x-1)^2+(y-2)^2=36$

B. $(x-1)^2+(y-2)^2=25$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=16$

D. $(x-1)^2+(y-2)^2=49$

7. 过原点 O 作圆 $C:x^2-4x+y^2-4y+5=0$ 的两条切线，设切点分别为 A,B，则直线 AB 的方程为　（　　）

A. $4x+4y-5=0$

B. $2x+2y-5=0$

C. $4x+4y+5=0$

D. $2x+2y+5=0$

8. 已知圆 $C:x^2+y^2-2x-4y+3=0$，若等边三角形 PAB 的一边 AB 为圆 C 的一条弦，点 P 在圆外，则 $|PC|$的最大值为　（　　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{6}$

C. $2\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{3}$

9. 在平面直角坐标系 xOy 中，圆 C 经过点$(0,1)$，$(0,3)$，且与 x 轴正半轴相切，若圆 C 上存在点 M，使得直线 OM 与直线 $y=kx(k>0)$关于 y 轴对称，则 k 的最小值为　（　　）

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

10. 已知曲线 $y=\sqrt{-x^2-4x-3}+1$ 与直线 $y=x+b$ 有两个不同的交点，则 b 的取值范围为　（　　）

A. $[4,3+\sqrt{2})$

B. $(5-\sqrt{2},5+\sqrt{2})$

C. $(3-\sqrt{2},4]$

D. $(3-\sqrt{2},4)$

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 已知直线 $l:ax+by-3=0$ 与圆 $M:x^2+y^2+4x-1=0$ 相切于点 $P(-1,2)$，则直线 l 的方程为________.

12. 已知点 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，若圆$(x-a+1)^2+(y-a-2)^2=1$ 上存在点 M 满足$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=3$，则实数 a 的取值范围是________.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，定义两点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$间的折线距离 $d(A,B)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$，已知点 $O(0,0)$，$C(x,y)$，$d(O,C)=1$，则 $\sqrt{x^2+y^2}$的最小值为________.

小题 19　圆锥曲线的方程与几何性质

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 若椭圆的两个焦点与短轴的一个端点构成一个正三角形，则该椭圆的离心率为　（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

2. 双曲线 $9x^2-16y^2=1$ 的焦点坐标为　（　　）

A. $\left(\pm\frac{5}{12},0\right)$

B. $\left(0,\pm\frac{5}{12}\right)$

C. $(\pm5,0)$

D. $(0,\pm5)$

3. “$m>0$”是“方程$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{m+2}=1$ 表示双曲线”的　（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，抛物线上一点 P 满足 $|PF|=4$，则$\triangle POF$（O 为坐标原点）的面积为　（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{3}$

C. 2　　D. $2\sqrt{3}$

5. 抛物线 $y^2=ax(a>0)$的准线与双曲线 C：$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$ 的两条渐近线所围成的三角形的面积为 $2\sqrt{2}$，则 a 的值为　（　　）

A. 8　　B. 6

C. 4　　D. 2

6. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的渐近线与圆$(x-2)^2+y^2=1$ 相切，过双曲线的右焦点 F_2 且与 x 轴垂直的直线 l 与双曲线交于 A，B 两点，$\triangle OAB$（O 为坐标原点）的面积为 $4\sqrt{3}$，则双曲线的实轴长为（　　）

A. 18　　B. $6\sqrt{3}$

C. $6\sqrt{2}$　　D. $3\sqrt{2}$

7. 若椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 和双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 的共同焦点为 F_1，F_2，P 是两曲线的一个交点，则$|PF_1|\cdot|PF_2|$的值为　（　　）

A. $\frac{21}{2}$　　B. 84

C. 3　　D. 21

8. 已知抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$的准线为 l，圆 C：$\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2=4$，$l$ 与圆 C 交于 A，B 两点，圆 C 与抛物线 E 交于 M，N 两点. 若 A，B，M，N 为同一个矩形的四个顶点，则抛物线 E 的方程为　（　　）

A. $y^2=x$

B. $y^2=\sqrt{3}x$

C. $y^2=2x$

D. $y^2=2\sqrt{3}x$

9. 已知 F_1，F_2 分别是椭圆 C：$\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{4}=1(0<m<4)$的上、下焦点，若椭圆上存在四个不同的点，使得该点与 F_1，F_2 构成的三角形的面积为$\sqrt{3}$，则椭圆 C 的离心率的取值范围是　（　　）

A. $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$　　D. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$

10. 已知 F 为双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点，点 A，B 分别在双曲线 C 的左、右支上，若四边形 $AFOB$ 为菱形，O 为坐标原点，则 C 的离心率为　（　　）

A. $\sqrt{3}+1$

B. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

C. $2\sqrt{3}+2$

D. 2

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{2}=1(a>0)$的离心率为$\sqrt{3}a$，则该双曲线的渐近线方程为____________.

12. 以双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点 F 为圆心，$\sqrt{3}$为半径的圆与 C 的一条渐近线相交于 P，Q 两点，若$\overrightarrow{PQ}=2\overrightarrow{QO}$（$O$ 为坐标原点），且 PF 垂直于 x 轴，则双曲线 C 的标准方程为______________.

13. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，P 为椭圆 C 上一点，且$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，若 F_1 关于$\angle F_1PF_2$ 的平分线的对称点在椭圆 C 上，则该椭圆的离心率为________.

班级

姓名

答题卡

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

班级	
姓名	
答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

小题 20　直线与圆锥曲线的位置关系有关问题

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l，O 为坐标原点，点 P 在 C 上，直线 PF 与 l 交于点 T. 若 $\angle PFO=\frac{2}{3}\pi$，则 $\frac{|PF|}{|PT|}=$（　　）

A. $\frac{1}{4}$　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{2}{3}$

2. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$，设过点 $P(2,0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于不同的两点 A,B，且 $\angle AOB$ 为钝角，O 为坐标原点，则直线 l 斜率的取值范围是（　　）

A. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

B. $\left(-\frac{\sqrt{5}}{5},0\right)\cup\left(0,\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

C. $\left(-\infty,\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{5}}{5},+\infty\right)$

D. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

3. 过点 $P(4,2)$ 作直线与双曲线 $C:\frac{x^2}{2}-y^2=1$ 相交于 A，B 两点，若 P 为 AB 的中点，则 $|AB|=$（　　）

A. $2\sqrt{2}$　B. $2\sqrt{3}$

C. $3\sqrt{3}$　D. $4\sqrt{3}$

4. 已知直线 $l_1:x=-1$，$l_2:x-y+1=0$，点 P 为抛物线 $y^2=4x$ 上的任一点，则点 P 到直线 l_1，l_2 的距离之和的最小值为（　　）

A. 2　B. $\sqrt{2}$

C. 1　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 平行四边形 $ABCD$ 内接于椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$，若直线 AB 的斜率 $k_1=1$，则直线 AD 的斜率 $k_2=$（　　）

A. $\frac{1}{2}$　B. $-\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{4}$　D. -2

6. 设 F_1,F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的左、右焦点，过 F_1 的直线 l 交双曲线的左支于 A,B 两点，若 $|AF_2|+|BF_2|$ 的最小值为 13，则双曲线的离心率为（　　）

A. $\frac{3}{2}$　B. $\frac{5}{3}$

C. $\sqrt{3}$　D. $\sqrt{5}$

7. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1(0<b<2)$，作倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$ 且不过原点的直线交椭圆 C 于 A,B 两点，线段 AB 的中点为 M，O 为坐标原点，$\overrightarrow{OM}$ 与 $\overrightarrow{MA}$ 的夹角为 θ，且 $|\tan\theta|=3$，则 $b=$（　　）

A. 1　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

8. 已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，过 F 的直线与抛物线 C 交于 A,B 两点，若以 AB 为直径的圆与抛物线的准线相切于 $P(m,2)$，则 $|AB|=$（　　）

A. 10　B. 8

C. 6　D. 4

9. 已知在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BCD=60°$，曲线 C_1 是以 A，C 为焦点，通过 B,D 两点且与直线 $x+2\sqrt{3}y-4=0$ 相切的椭圆，则曲线 C_1 的方程可能为（　　）

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　B. $\frac{x^2}{4}+y^2=1$

C. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$　D. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$

10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，实轴长为 4，渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，M 为双曲线上任意一点，$|MF_1|-|MF_2|=4$，点 N 在圆 $C:x^2+y^2-4y=0$ 上，则 $|MN|+|MF_1|$ 的最小值为（　　）

A. $2+\sqrt{7}$　B. 5

C. 6　D. 7

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 已知双曲线 $C:x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 A 在双曲线上（不在 x 轴上），点 M 的坐标为 $\left(\frac{2}{3},0\right)$，且 M 到直线 AF_1，AF_2 的距离相等，则 $|AF_1|=$________.

12. 若直线 l 交抛物线 $y^2=4x$ 于 A,B 两点，O 为坐标原点，$\triangle OAB$ 内有一点 $M(6,2)$ 满足 $S_{\triangle AOM}:S_{\triangle BOM}:S_{\triangle AMB}=1:2:3$，则直线 l 的斜率为________.

13. 已知椭圆的焦点为 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，其中 $c=\sqrt{6}$，直线 l 与椭圆相切于第一象限的点 P，且与 x,y 轴分别交于点 A,B，O 为坐标原点，当 $\triangle AOB$ 的面积最小时，$\angle F_1PF_2=60°$，则此椭圆的方程为__________.

小题 21　概率与分布列

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 在区间$[-1,1]$上随机选取一个实数 x，则事件“$2x-1<0$”发生的概率为　　（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

2. 某旅游大会有来自全世界的 4000 名女性和 6000 名男性徒步爱好者参与徒步运动，其中抵达终点的女性与男性徒步爱好者分别为 1000 名和 2000 名，抵达终点的徒步爱好者可获得纪念品一份. 若记者随机电话采访参与本次徒步运动的 1 名女性和 1 名男性徒步爱好者，其中恰好有 1 名徒步爱好者获得纪念品的概率是　　（　　）

A. $\frac{1}{12}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{5}{12}$　　D. $\frac{7}{12}$

3. 某市一次高三年级数学统测中，经抽样分析知学生的成绩 X 近似服从正态分布 $N(84,\sigma^2)$，且 $P(78<X\leqslant 84)=0.3$. 该市某校有 400 人参加此次统测，估计该校参加此次统测的学生中，数学成绩不低于 90 分的人数为　　（　　）

A. 60　　B. 80　　C. 100　　D. 120

4. 抽奖箱中有 15 个大小形状一样，颜色不一样的乒乓球（2 个红色，3 个黄色，其余为白色），规定抽到红球为一等奖，抽到黄球为二等奖，抽到白球不中奖. 有 90 人依次进行有放回抽奖，则这 90 人中中奖人数的数学期望和方差分别是　　（　　）

A. 6，0.4　　B. 18，14.4

C. 30，10　　D. 30，20

5. 如图 X21-1①所示，将一条线段 MN 分为两条线段 MO，ON，使得其中较长的一段 MO 是全长 MN 与另一段 ON 的比例中项，即满足$\frac{MO}{MN}=\frac{ON}{MO}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$. 后人把这个数称为黄金分割数，把点 O 称为线段 MN 的黄金分割点. 如图②，在$\triangle ABC$ 中，若点 P，Q 为线段 BC 的两个黄金分割点，在$\triangle ABC$ 内任取一点 D，则点 D 落在$\triangle APQ$ 内的概率为　　（　　）

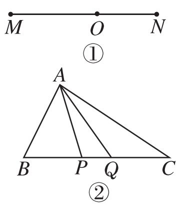


图 X21-1

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　B. $\sqrt{5}-2$　　C. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$

6. 在如图 X21-2 所示的“勾股圆方图”中，四个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成一个大正方形. 若在大正方形内随机取 1000 个点，有 498 个点落在小正方形内，则图中 α 约等于　　（　　）

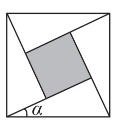


图 X21-2

A. 60°　　B. 45°　　C. 30°　　D. 15°

7. 设离散型随机变量 X 所有可能的取值为 1，2，3，4，$P(X=k)=ak+b$，又 X 的数学期望为 3，则 $a+b=$　　（　　）

A. $\frac{1}{10}$　　B. 0　　C. $-\frac{1}{10}$　　D. $\frac{1}{5}$

8. 在由直线 $x=1$，直线 $y=x$ 和 x 轴围成的三角形内任取一点(x,y)，记事件 A 为“$y>x^3$”，B 为“$y>x^2$”，则 $P(B|A)=$　　（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

9. 某校的一名篮球运动员进行投篮练习，若他前一球投进则后一球投进的概率为$\frac{3}{4}$，若他前一球投不进则后一球投进的概率为$\frac{1}{4}$. 若他第一球投进的概率为$\frac{3}{4}$，则他第二球投进的概率为　　（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{5}{8}$　　C. $\frac{7}{16}$　　D. $\frac{9}{16}$

10. 部分省份在即将实施的新高考中将实行“3＋1＋2”模式，即语文、数学、英语必选，物理、历史二选一，政治、地理、化学、生物四选二. 小明与小芳都准备选物理，如果他们都对后面四科的选择没有偏好，那么他们所选六科中恰有五科相同的概率为　　（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{6}$

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 如图 X21-3 所示的茎叶图表示的是甲、乙两人在五次综合测评中的成绩（单位：分），其中一个数字被污损，则甲的平均成绩不超过乙的平均成绩的概率为________.

甲		乙
9 8	8	3 3 7
2 1 0	9	■9

图 X21-3

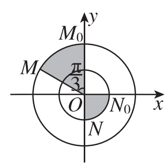


图 X21-4

12. 如图 X21-4 所示，两个同心圆的半径分别为 1 和 2，点 M 在大圆上从点 M_0 出发逆时针匀速运动，点 N 在小圆上从点 N_0 出发顺时针匀速运动. 图中的阴影是运动一秒钟后，线段 OM，ON 分别扫过的扇形. 假设动点 M，N 运动了两秒钟，在线段 OM，ON 扫过的扇形中任取一点，则该点落在公共区域内的概率是________.

13. 江先生朝九晚五上班，上班通常乘坐公交加步行或乘坐地铁加步行. 江先生从家到公交站或地铁站都要步行 5 分钟. 公交车多且路程近一些，但乘坐公交路上经常拥堵，所需时间（单位：分钟）服从正态分布 $N(33,4^2)$，下车后从公交站步行到单位要 12 分钟；乘坐地铁畅通，但路线长且乘客多，所需时间（单位：分钟）服从正态分布 $N(44,2^2)$，下地铁后从地铁站步行到单位要 5 分钟. 给出下列说法：①若 8：00 出门，则乘坐公交上班不会迟到；②若 8：02 出门，则乘坐地铁上班不迟到的可能性更大；③若 8：06 出门，则乘坐公交上班不迟到的可能性更大；④若 8：12 出门，则乘坐地铁上班几乎不可能不迟到. 从统计的角度认为以上说法中所有合理的说法的序号是________.

班级

姓名

答题卡

题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

小题 22　统计与统计案例

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．某工厂要利用随机数法从产生的 600 个零件中抽取 60 个进行测试．先将这 600 个零件进行编号，分别为 001，002，…，599，600，再利用随机数表抽取．下面提供了随机数表的第 4 行到第 6 行：

第 4 行：32 21 18 34 29 78 64 56 07 35 52 42 06 44 38 12 23 43 56 77 35 78 90 56 42

第 5 行：84 42 42 53 31 34 34 86 07 36 25 30 07 32 85 23 45 78 89 07 23 68 96 08 04

第 6 行：32 56 56 08 43 67 67 53 55 77 34 89 94 83 75 22 53 55 78 32 45 77 89 23 45

若从表中第 6 行第 6 列开始向右依次读取 3 个数据，则被抽到的第 6 个零件的编号是（　　）

A．522　　B．324　　C．535　　D．578

2．为了进一步推进新农村建设，某镇将辖区内土地的面积进行了一次普查，得到如图 X22-1 所示的统计图，若农田面积为 $28.80\ km^2$，则山林面积为（　　）

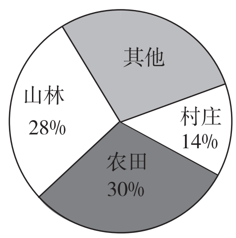


图 X22-1

A．$26.68\ km^2$

B．$26.80\ km^2$

C．$26.88\ km^2$

D．$26.98\ km^2$

3．某公司生产 A，B，C 三种不同型号的轿车，产量之比依次为 2∶3∶4，为检验该公司产品的质量，用分层抽样的方法抽取一个容量为 n 的样本，若样本中 A 种型号的轿车比 B 种型号的轿车少 8 辆，则 $n=$（　　）

A．96　　B．72　　C．48　　D．36

4．图 X22-2 是相关变量 x，y 的散点图，现对这两个变量进行线性相关分析．方案一：根据图中所有数据，得到线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}_1x+\hat{a}_1$，相关系数为 r_1；方案二：剔除点（10，21），根据剩下数据得到线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}_2x+\hat{a}_2$，相关系数为 r_2．则（　　）

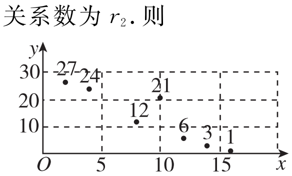


图 X22-2

A．$0<r_1<r_2<1$　　B．$0<r_2<r_1<1$

C．$-1<r_1<r_2<0$　　D．$-1<r_2<r_1<0$

5．某校进行了一次创新作文大赛，共有 100 名同学参赛，经过评判，这 100 名参赛者的成绩（单位：分）都在[40，90]内，其成绩的频率分布直方图如图 X22-3 所示，则下列结论中错误的是（　　）

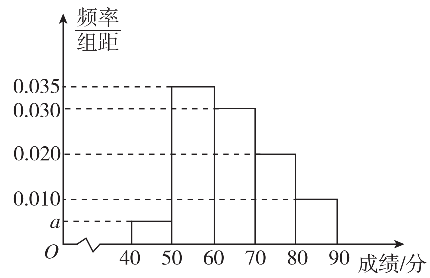


图 X22-3

A．成绩在[40，60)内的共有 40 人

B．从这 100 名参赛者中随机选取 1 人，其成绩在[60，80)内的概率为 0.5

C．估计这 100 名参赛者成绩的众数为 55

D．估计这 100 名参赛者成绩的中位数为 65

6．为比较甲、乙两名篮球运动员近期的竞技状态，选取这两名运动员最近五场比赛的得分制成如图 X22-4 所示的茎叶图．现有以下结论：

甲		乙
9 8 5	2	8 9
2 1	3	0 1 2

图 X22-4

①甲最近五场比赛得分的平均数高于乙最近五场比赛得分的平均数；

②甲最近五场比赛得分的平均数低于乙最近五场比赛得分的平均数；

③从最近五场比赛的得分看，乙比甲更稳定；

④从最近五场比赛的得分看，甲比乙更稳定．

其中所有正确结论的序号为（　　）

A．①③　　B．①④

C．②③　　D．②④

7．某中学为研究学生锻炼是否达标与性别的关系，对该校 200 名学生进行调查，得到如下不完整的 2×2 列联表：

	锻炼不达标	锻炼达标	总计
男	60	30	
女	90	20	
总计			

则下列结论中正确的是（　　）

A．至少有 99% 的把握认为锻炼是否达标与性别有关

B．至少有 97.5% 的把握认为锻炼是否达标与性别有关

C．能够在犯错误的概率不超过 0.1% 的前提下认为锻炼是否达标与性别有关

D．能够在犯错误的概率不超过 0.5% 的前提下认为锻炼是否达标与性别有关

8. 科技研发是企业发展的驱动力量.2007 年至 2018 年，某企业连续 12 年累计研发投入达 4100 亿元，我们将研发投入与经营收入的比值记为研发投入占营收比，这 12 年间的研发投入(单位：十亿元)用图 X22-5 中的条形图表示，研发投入占营收比用图中的折线图表示.

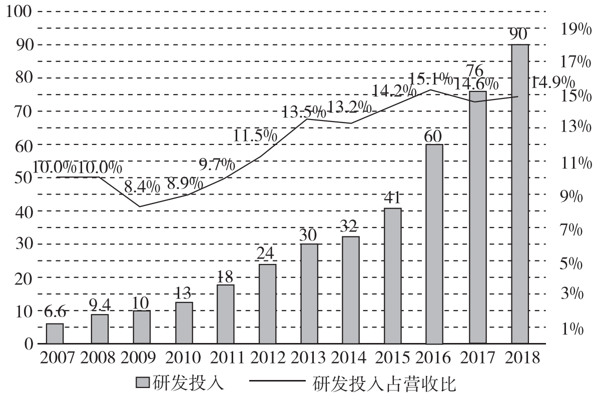


图 X22-5

根据折线图和条形图，下列结论中错误的是 ( )

A. 2012 年至 2013 年研发投入占营收比的增量比 2017 年至 2018 年的增量大

B. 2013 年至 2014 年研发投入的增量比 2015 年至 2016 年的增量小

C. 该企业连续 12 年来研发投入逐年增加

D. 该企业连续 12 年来研发投入占营收比逐年增加

9. 某调查机构对全国互联网行业进行调查统计，得到整个互联网行业从业者的年龄分布饼状图(如图 X22-6①)和“90 后”从事互联网行业的岗位分布条形图(如图 X22-6②)，则下列结论中不一定正确的是 ( )

注：本题中“90 后”指 1990 年及以后出生的人，“80 后”指 1980 年至 1989 年出生的人，“80 前”指 1979 年及以前出生的人.

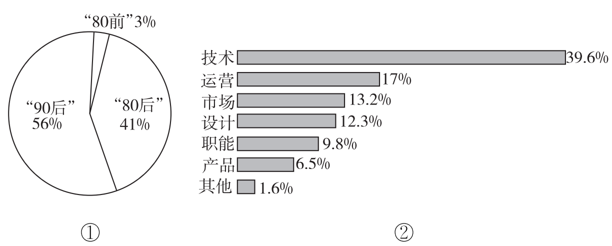


图 X22-6

A. 互联网行业从业者中“90 后”占一半以上

B. 互联网行业中从事技术岗位的“90 后”人数超过总人数的 20%

C. 互联网行业中从事运营岗位的“90 后”人数比“80 前”多

D. 互联网行业中从事技术岗位的“90 后”人数比“80 后”多

10. 已知某样本的容量为 50，平均数为 70，方差为 75. 现发现在收集这些数据时，其中的两个数据记录有误，一个错将 80 记录为 60，另一个错将 70 记录为 90. 在对错误的数据进行更正后，重新求得样本的平均数为 $\overline{x}$，方差为 s^2，则 ( )

A. $\overline{x}=70, s^2<75$ B. $\overline{x}=70, s^2>75$

C. $\overline{x}>70, s^2<75$ D. $\overline{x}<70, s^2>75$

二、填空题(本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

11. 某班共有 60 名学生，座位号分别为 01，02，…，60. 现根据座位号，用系统抽样的方法等距离抽取 4 名学生进行某项调查，已知座位号为 03，18，48 的学生被抽出，则被抽出的另外一名学生的座位号为________.

12. 通常情况下，满分为 100 分的试卷，60 分及格. 若某次测试有 100 位学生参加，满分为 100 分，测试后将这 100 位学生的卷面成绩(单位：分)按照[24，36)，[36，48)，…，[84，96]分组后绘制的频率分布直方图如图 X22-7 所示. 由于及格人数较少，故某位老师准备将每位学生的卷面成绩采用“开方乘 10 取整(实数 a 的取整等于不超过 a 的最大整数)”的方法进行换算以提高及格率，如：某位学生的卷面成绩为 49 分，则换算成 70 分作为他的最终考试成绩，则按照这种方法，这次测试的及格率将变为________.(结果用小数表示)

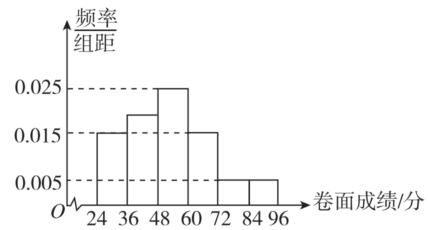


图 X22-7

13. 因市场战略储备的需要，某公司 1 月 1 日起，每月 1 日购买了相同金额的某种物资，连续购买了 4 次. 由于市场变化，5 月 1 日该公司不得不将此物资全部卖出. 已知该物资的购买和卖出都以份为计价单位进行交易，且该公司在买卖的过程中没有亏本，那么如图 X22-8 所示的三个折线图中反映了这种物资每份价格(单位：万元)的可能变化情况是________.(写出所有正确的图标序号)

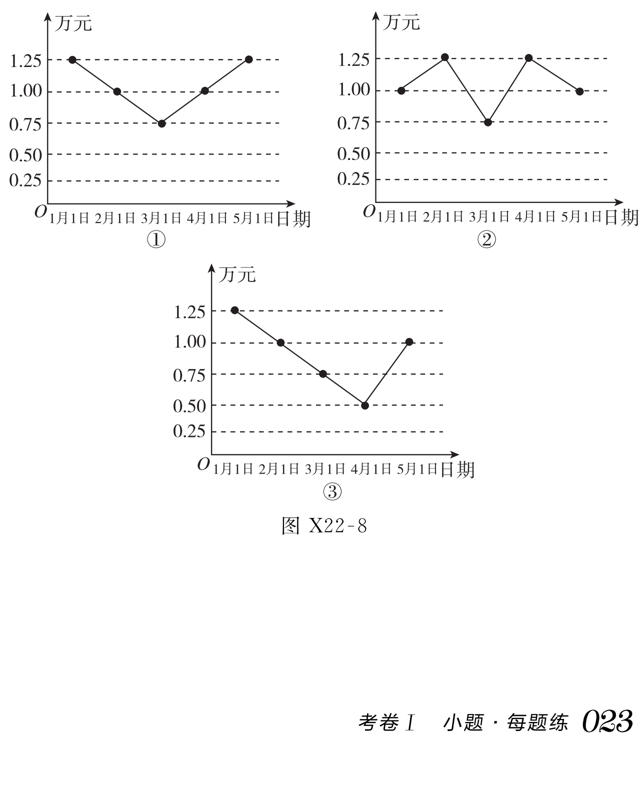


图 X22-8

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

小题 23　排列与组合、二项式定理

（时间：30 分钟　分值：65 分）

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 在$(x-2)^5$的展开式中，x^2的系数是　（　　）

A. -80　　B. -10

C. 5　　D. 40

2. 某电商为某次活动设计了“和谐”“爱国”“敬业”三种红包，活动规定每人可以依次点击 4 次，每次都会获得三种红包的一种，若集全三种即可获奖，但三种红包出现的顺序不同，对应的奖金也不同. 某顾客按规定依次点击了 4 次，直到第 4 次才获奖，则他获得的奖金的种数为　（　　）

A. 9　　B. 12

C. 18　　D. 24

3. $\left(2x+\frac{1}{x^2}\right)^9$的展开式中二项式系数最大的项是（　　）

A. 第 5 项

B. 第 10 项

C. 第 5 和 6 项

D. 第 9 和 10 项

4. 从 1，3，5 三个数字中选两个，从 0，2 两个数字中选一个，组成没有重复数字的三位数，其中奇数的个数为　（　　）

A. 6　　B. 12

C. 18　　D. 24

5. 某地环保部门召集 6 家企业的负责人座谈，其中甲企业有 2 人到会，其余 5 家企业各有 1 人到会，会上有 3 人发言，则发言的 3 人来自 3 家不同企业的可能情况的种数为　（　　）

A. 15　　B. 30

C. 35　　D. 42

6. $(2x+1)(x-2)^3$的展开式中x^2的系数为　（　　）

A. 6　　B. 18

C. 24　　D. 30

7. 如图 X23-1，给 7 条线段的 5 个端点涂色，要求同一条线段的两个端点不能同色，现有 4 种不同的颜色可供选择，则不同的涂色方法种数为　（　　）

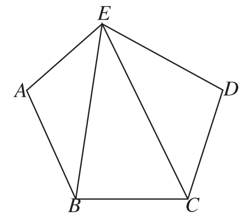


图 X23-1

A. 24　　B. 48

C. 96　　D. 120

8. 已知$(1+\lambda x)^n$的展开式中第三项的二项式系数与第四项的二项式系数相等，$(1+\lambda x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，若$a_1+a_2+\cdots+a_n=242$，则$a_0-a_1+a_2-\cdots+(-1)^na_n$的值为　（　　）

A. 1　　B. -1

C. 81　　D. -81

9. 若m,n均为非负整数，在求$m+n$的值时各位均不进位（例如：$2019+100=2119$），则称(m,n)为“简单的”有序对，而$m+n$称为“简单的”有序对(m,n)的值. 那么值为 2019 的“简单的”有序对的个数是　（　　）

A. 100　　B. 96

C. 60　　D. 30

10. 已知$(1+x)\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^n$$(n\in\mathbf{N}^*,n<10)$的展开式中没有常数项，则$n$的最大值是　（　　）

A. 6　　B. 7

C. 8　　D. 9

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 已知$(ax+1)^n$的展开式中二项式系数和为 32，各项系数和为 243，则$a=$________.

12. 在“2022 年北京冬奥会”宣传活动中，甲、乙、丙、丁 4 人报名参加了A,B,C三个项目的志愿者活动，每个项目至少需要 1 名志愿者，则共有________种不同的分配方案.（用数字填写答案）

13. 若二项式$\left(ax+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^6$的展开式中$x^5$的系数为$\sqrt{3}$，则$\int_0^a\sqrt{x}\,dx=$________.

小题 24　算法框图与推理证明

（时间：30 分钟　分值：65 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 一般来说，一个班级学生的学号是从 1 开始的连续正整数，在一次上课时，老师随机叫起班上 8 名学生，记录下他们的学号分别是 3，21，17，19，36，8，32，24，则该班学生的总人数最可能为（　　）

A. 39　　B. 49

C. 59　　D. 超过 59

2. 执行如图 X24-1 所示的程序框图，若输入 $a=4,b=1$，则输出的 n 等于（　　）

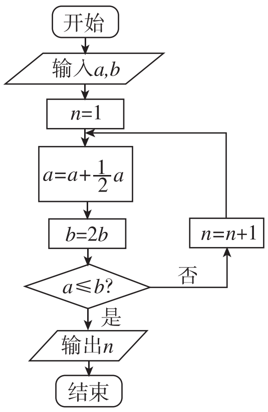


图 X24-1

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

3. 执行如图 X24-2 所示的程序框图，若分别输入如下四个函数：

①$f(x)=\sin x$；②$f(x)=\cos x$；③$f(x)=\dfrac{1}{x}$；④$f(x)=x^2$.

则输出的函数是（　　）

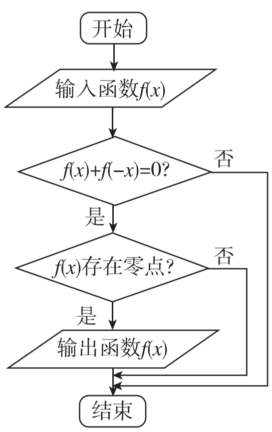


图 X24-2

A. $f(x)=\sin x$　　B. $f(x)=\cos x$

C. $f(x)=\dfrac{1}{x}$　　D. $f(x)=x^2$

4. 执行如图 X24-3 所示的程序框图，则输出 n 的值为（　　）

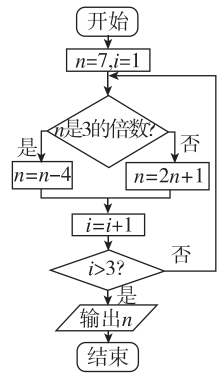


图 X24-3

A. 63　　B. 47

C. 23　　D. 7

5. 根据新高考改革方案，某地高考由文理分科考试变为“3＋3”模式考试. 某学校为了了解高一年级 425 名学生的选课情况，在高一年级下学期进行模拟选课，统计得到选课组合排名前 4 的情况如下表所示：

学科 / 人数	物理	化学	生物	政治	历史	地理
124	√	√	×	×	×	√
101	×	×	√	×	√	√
86	×	√	√	×	×	√
74	√	×	√	×	√	×

其中物理、化学、生物为理科，政治、历史、地理为文科，“√”表示选择该科，“×”表示未选择该科，根据统计数据，下列判断错误的是（　　）

A. 前 4 种组合中，选择生物学科的学生更倾向选择“两理一文”组合

B. 前 4 种组合中，选择“两理一文”的人数多于选择“两文一理”的人数

C. 整个高一年级，选择地理学科的人数多于选择其他任何一门学科的人数

D. 整个高一年级，选择物理学科的人数多于选择生物学科的人数

6. 由正整数组成的数对按规律排列如下：(1，1)，(1，2)，(2，1)，(1，3)，(2，2)，(3，1)，(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1)，(1，5)，(2，4)，…. 若数对 (m,n) 满足 $(m^2-1)(n^2-3)=2019$，其中 $m,n\in\mathbf{N}^*$，则数对 (m,n) 排在（　　）

A. 第 351 位

B. 第 353 位

C. 第 378 位

D. 第 380 位

班级

姓名

答题卡

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

7. 南宋数学家秦九韶在《数书九章》中提出的秦九韶算法至今仍是多项式求值比较先进的算法. 已知 $f(x)=2019x^{2018}+2018x^{2017}+\cdots+2x+1=(\cdots((2019x+2018)x+2017)x+\cdots+2)x+1$，如图 X24-4 是计算 $f(x)$ 的值的程序框图，则在 M 处应填入 （　　）

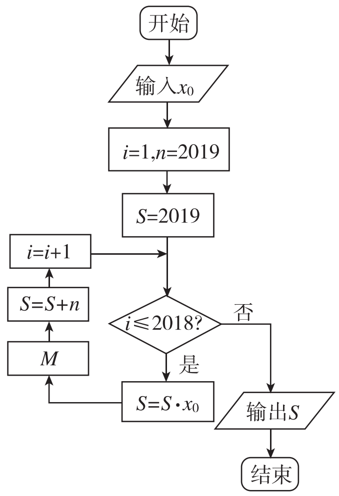


图 X24-4

A. $n=i$　　B. $n=n-1$

C. $n=i+1$　　D. $n=n+1$

8. 某校学生除了学习文化课程外，还可以根据自己的兴趣爱好选修一门艺术或体育类课程作为自己的特长课程来学习. 小明选完选修课后，同寝室的其他 3 位同学根据小明的兴趣爱好对小明选择的课程作出了如下判断：

甲说："小明选的不是篮球，选的是排球"；

乙说："小明选的不是排球，选的是书法"；

丙说："小明选的不是排球，也不是现代舞".

已知 3 人中有 1 人说的全对，有 1 人说对了一半，另 1 人说的全不对，由此可推测小明选择的 （　　）

A. 可能是书法　　B. 可能是现代舞

C. 一定是排球　　D. 可能是篮球

9. 执行如图 X24-5 所示的程序框图，若输出的 $s=\frac{49}{99}$，则判断框内应填入的条件是 （　　）

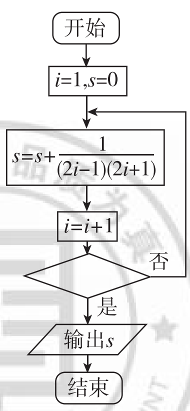


图 X24-5

A. $i\geqslant 49$?　　B. $i>49$?

C. $i\geqslant 99$?　　D. $i>99$?

10. 箱子里有 16 张扑克牌：红桃 A，Q，4，黑桃 J，8，7，4，3，2，草花 K，Q，6，5，4，方块 A，5. 老师从这 16 张牌中挑出一张牌来，并把这张牌的点数告诉了学生甲，把这张牌的花色告诉了学生乙，这时，老师问学生甲和学生乙：你们能从已知的点数或花色中推知这张牌是什么牌吗？于是，老师听到了如下的对话：

学生甲：我不知道这张牌；

学生乙：我知道你不知道这张牌；

学生甲：现在我知道这张牌了；

学生乙：我也知道了.

则这张牌是 （　　）

A. 草花 5　　B. 红桃 Q

C. 红桃 4　　D. 方块 5

二、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

11. 如图 X24-6 所示，给出一个直角三角形数阵，满足每一列的数成等差数列，从第三行起，每一行的数成等比数列，且每一行的公比相等，记第 i 行第 j 列的数为 $a_{ij}(i\geqslant j,i,j\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_{n4}=$________.

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{3}{16}$

……

图 X24-6

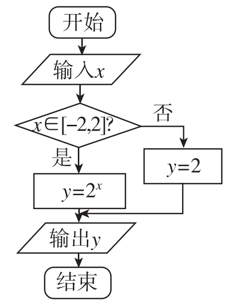


图 X24-7

12. 执行如图 X24-7 所示的程序框图，若输出的函数值在区间 $\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$ 内，则输入的实数 x 的取值范围是________.

13. 长沙市为了支援边远山区的教育事业，组织了一支由 13 名教师组成的队伍下乡支教，记者采访队长时询问这个团队的构成情况，队长回答："(1)有中学高级教师；(2)中学教师不多于小学教师；(3)小学高级教师少于中学中级教师；(4)小学中级教师少于小学高级教师；(5)支教队伍的职称只有小学中级、小学高级、中学中级、中学高级；(6)无论是否把我计算在内，以上条件都成立."由队长的叙述可以推测出他的职称是________.

解答1　正余弦定理及解三角形(一)

(时间:35分钟　分值:48分)

解答题(本大题共4小题,共48分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

1. 已知在△ABC中,内角A,B,C所对的边分别为$a,b,c,A=\frac{\pi}{4},\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(1)求$\cos C$;

(2)若$b+2=2c$,求AC边上的高.

(本小题满分12分)

答　题　区　域

2. 已知△ABC的内角A,B,C的对边分别为$a,b,c,\frac{b}{a+c}=1-\frac{\sin C}{\sin A+\sin B}$.

(1)求角A的大小;

(2)若$a=3,b=2\sqrt{2}$,求$\sin(2B+A)$的值.

(本小题满分12分)

答　题　区　域