2020 CANPOINT

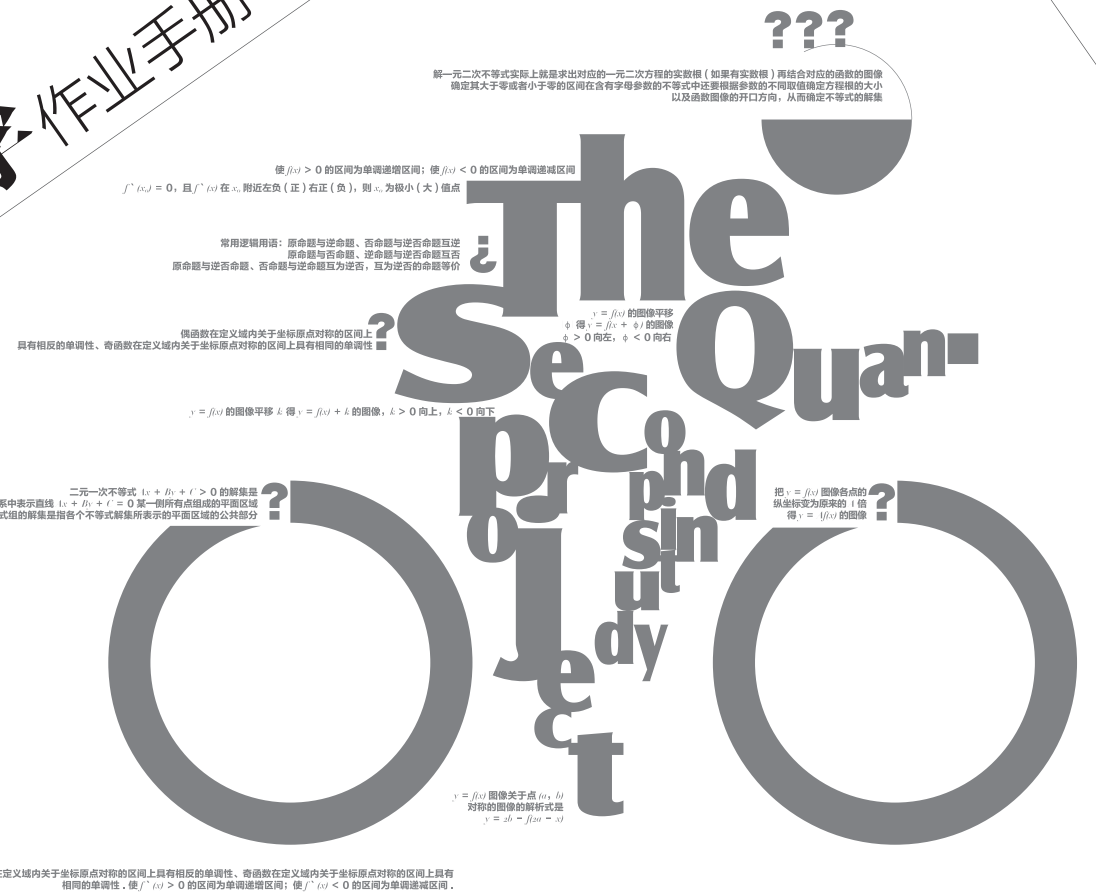
浙江省

全品高考

第二轮专题

主编：肖德好

数学 作业手册



黄河出版传媒集团
阳光出版社

目录

contents

全品高考第二轮专题（作业手册）

X 高分特训

16 分压轴小题天天练

第一组

1. 设 $\alpha,\beta\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，且满足 $\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha=1$，则 $\sin\alpha+\sin\beta$ 的取值范围是　　(　　)

A. $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　　B. $[-1,\sqrt{2}]$

C. $[0,\sqrt{2}]$　　D. $[1,\sqrt{2}]$

2. 如图 G-1，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=120°$，$AB=BC=2$. 在 AC 上取一点 D(不含 A,C)，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，使点 A 到达点 P 的位置，得到三棱锥 $P\text{-}BDC$，当平面 PBD 垂直于平面 ABC 时，点 P 到平面 ABC 的最大距离为　　(　　)

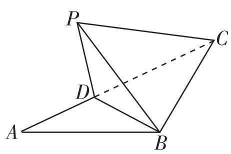


图 G-1

A. 2　　B. 1　　C. $\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

3. 在平面中，$\overrightarrow{AB_1}\perp\overrightarrow{AB_2}$，$|\overrightarrow{OB_1}|=|\overrightarrow{OB_2}|=1$，$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB_1}+\overrightarrow{AB_2}$. 若 $|\overrightarrow{OP}|<\dfrac{1}{2}$，则 $|\overrightarrow{OA}|$ 的取值范围是________.

4. 设二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$(a,b,c 为实数)的导函数为 $f'(x)$，若对任意 $x\in\mathbf{R}$，不等式 $f(x)\geqslant f'(x)$ 恒成立，则 $\dfrac{b^2}{a^2+c^2}$ 的最大值为________.

第二组

1. 已知函数 $f(x)=x\ln x-x+2a$，若函数 $y=f(x)$ 与 $y=f[f(x)]$ 有相同的定义域和值域，则实数 a 的取值范围是　　(　　)

A. $\left(\dfrac{1}{2},1\right]$　　B. $(-\infty,1]$

C. $\left[1,\dfrac{3}{2}\right)$　　D. $[1,+\infty)$

2. 已知 x_1,x_2 是关于 x 的方程 $x^2+mx-(2m+1)=0$ 的两个不等的实数根，则经过两点 $A(x_1,x_1^2)$，$B(x_2,x_2^2)$ 的直线与双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$ 的交点的个数是　　(　　)

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. 不确定

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 是共有 k 项的有限数列，且满足 $a_{n+1}=a_{n-1}-\dfrac{n}{a_n}$($n=2,3,\cdots,k-1$)，若 $a_1=24$，$a_2=51$，$a_k=0$，则 $k=$________.

4. 已知单位向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$，$\langle\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\rangle=\dfrac{\pi}{3}$，若与 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 共面的向量 $\boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{e}_1|+|\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{e}_2|\leqslant 1$ 恒成立，则 $\boldsymbol{c}^2$ 的最大值为________.

第三组

1. 若平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $1\leqslant|\boldsymbol{a}|\leqslant 2$，$1\leqslant|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant 3$，$1\leqslant\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\leqslant 2$，则 $|\boldsymbol{b}|$ 的最大值为　　(　　)

A. 2　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{7}$

2. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=3$，E 为边 AD 上一点，$DE=1$，现将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起，使得点 A 在平面 $BCDE$ 内的射影在四边形 $BCDE$ 内(不含边界)，记此时点 A 的位置为 A'，设二面角 $A'\text{-}BE\text{-}C$ 的大小为 θ，直线 $A'B$，$A'C$ 与平面 $BCDE$ 所成的角分别为 α,β，则　　(　　)

A. $\beta<\alpha<\theta$　　B. $\beta<\theta<\alpha$

C. $\alpha<\theta<\beta$　　D. $\alpha<\beta<\theta$

3. 用四种颜色给如图 G-2 所示的 6 个区域涂色，每个区域涂一种颜色，相邻区域涂不同颜色，若四种颜色全用上，则不同的涂法共有________.

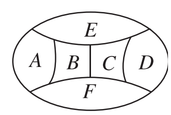


图 G-2

4. 若函数 $f(x)=x^3-|ax^2-b|-1$($a>0,b\in\mathbf{R}$)在 $(0,2)$ 上有 2 个零点，则 $\dfrac{b}{a}$ 的取值范围是________.

第四组

1. 如图 G-3，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，动点 M 从 B_1 出发，在正方体表面沿逆时针方向运动一周后，再回到 B_1，若点 M 与平面 A_1DC_1 的距离保持不变，点 M 运动的路程为 x，$l=MA_1+MC_1+MD$，且 l 与 x 之间满足函数关系 $l=f(x)$，则此函数的图像大致是　　(　　)

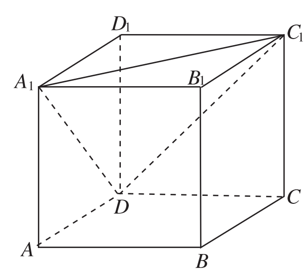


图 G-3

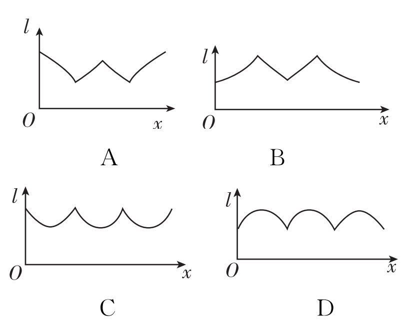


图 G-4

2. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$，现将矩形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起，得到三棱锥 $B\text{-}ACD$，如图 G-5 所示，记 DA 与平面 BCD 所成的角为 α，DB 与平面 ACD 所成的角为 β，DC 与平面 ABD 所成的角为 γ，则在翻折过程中，一定有 ( )

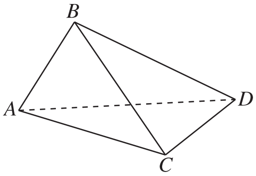


图 G-5

A. $\alpha<\beta$　B. $\beta<\alpha$　C. $\alpha<\gamma$　D. $\gamma<\alpha$

3. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右顶点分别为 A_1，A_2，右焦点为 F，虚轴的上端点为 B. 若在线段 BF(不含端点)上存在不同的两点 $P_i(i=1,2)$，使得 $\overrightarrow{P_iA_1}\cdot\overrightarrow{P_iA_2}=0$，则双曲线的离心率的取值范围是________.

4. 已知不等式 $\frac{x-k^2+3k}{x-\ln k}>0$ 对任意正整数 k 均成立，则实数 x 的取值范围为________.

第五组

1. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{e^x}{2x},x>0,\\-x^2-2x-3,x\leqslant 0,\end{cases}$ 当 $a<0$ 时，方程 $[f(x)]^2-2f(x)+a=0$ 有 4 个不相等的实数根，则 a 的取值范围是 ( )

A. $-15\leqslant a<-8$　B. $-15\leqslant a\leqslant e-\frac{e^2}{4}$

C. $-15<a<-8$　D. $-15\leqslant a\leqslant\frac{e^2}{4}-e$

2. 设 α，β 是方程 $x^2-x-1=0$ 的两个不等实根，记 $a_n=\alpha^n+\beta^n(n\in\mathbf{N}^*)$，给出下列两个结论：①数列 $\{a_n\}$ 中任意一项都是正整数；②数列 $\{a_n\}$ 中存在某一项是 5 的倍数. 则下列说法正确的是 ( )

A. ①正确，②错误　B. ①错误，②正确

C. ①②都正确　D. ①②都错误

3. 如图 G-6 所示，过抛物线 C_1：$y^2=4x$ 的焦点 F 的直线交抛物线于 A，B 两点(A 位于第一象限)，且 $|AF|=4$，双曲线 C_2：$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 过点 A，B，则双曲线的离心率是________.

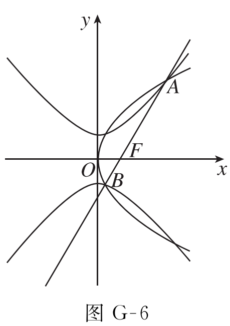


图 G-6

4. 若函数 $f(x)=\sqrt{a-x}+\sqrt{a+x}-a(a\neq 0)$ 存在零点，则 a 的取值范围是________.

第六组

1. 已知函数 $f(x)=|\ln x|+x$，若 $f(x_1)=f(x_2)$，其中 $x_1\neq x_2$，则以下不等式中恒成立的是 ( )

A. $x_1+x_2<2$

B. $x_1+x_2>2$

C. $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}<2$

D. $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}>2$

2. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=60°$，且 $\boldsymbol{c}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{b}$ $(t\in\mathbf{R})$，则 $|\boldsymbol{c}|+|\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}|$ 的最小值为 ( )

A. $\sqrt{13}$　B. 4

C. $2\sqrt{3}$　D. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

3. 从 0，1，2，…，8 这九个数字中取五个不同的数字组成一个五位的偶数，且奇数数字不能放在偶数位(从万位到个位分别是第一位，第二位……)，则有________种不同的方法(用数字作答).

4. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，离心率为 e，过原点 O 且斜率为 k 的直线与椭圆交于 A，B 两点，M，N 分别为线段 AF，BF 的中点，以 MN 为直径的圆过原点 O，若 $0<k\leqslant\sqrt{3}$，则 e 的取值范围是________.

第七组

1. 如图 G-7 所示，在正四面体 $ABCD$ 中，E，F 均是 AC 的三等分点(E 靠近 A)，P 是 AB 的中点，G 是直线 BD 上一点，给出以下三个结论：

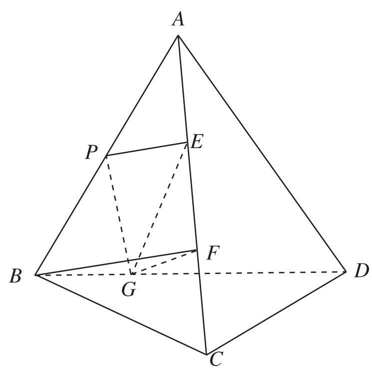


图 G-7

①存在点 G，使 $PG\perp EF$ 成立；

②不存在点 G，使平面 $EFG\perp$ 平面 ACD 成立；

③不存在点 G，使平面 $EFG\perp$ 平面 ABD 成立.

则下列说法正确的是 ( )

A. ①②③都正确

B. ①②③都不正确

C. ①正确，②③不正确

D. ①不正确，②③正确

2. 已知函数 $f(x)=(ax^3+4b)\cdot e^{-x}$，则　　　　（　　）
A. 当 $a>b>0$ 时，$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减
B. 当 $b>a>0$ 时，$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减
C. 当 $a<b<0$ 时，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增
D. 当 $b<a<0$ 时，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增

3. 某超市为顾客提供了四种结账方式：现金、支付宝、微信、银联卡.若顾客甲只带了现金，顾客乙只用支付宝或微信结账，顾客丙、丁用哪种方式结账都可以，这四名顾客购物后，恰好用了其中的三种结账方式，那么他们结账方式的可能情况有________种.

4. 已知 $f(x)=\left|\dfrac{2}{x-1}-a\right|(x>1,a>0)$，$f(x)$的图像与 x 轴的交点为 A，若对于 $f(x)$图像上任意一点 P(P 异于 A)，总存在一点 Q，使得 $AP\perp AQ$ 且 $AP=AQ$，则 $a=$______.

第八组

1. 已知$[x]$表示不超过 x 的最大整数，如$[2.3]=2$，$[4]=4$，$[-2.3]=-3$，若 $a_n=\left[\dfrac{2}{7}\times 10^n\right]$，$b_1=a_1$，$b_n=a_n-10a_{n-1}$($n\in\mathbf{N}^*$，$n\geqslant 2$)，则 b_{2019} 等于　　　　（　　）
A. 2　　　　B. 5
C. 7　　　　D. 8

2. 设 $f'(x)$为函数 $f(x)$的导函数，对任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)<0$，$2f'(x)+f(x)>0$ 恒成立，若 $x_1<x_2$，则　　　　（　　）
A. $f(x_2)<e^{x_1-x_2}\cdot f(x_1)$
B. $f(x_1)<e^{x_2-x_1}\cdot f(x_2)$
C. $[f(x_2)]^2>e^{\frac{x_1-x_2}{2}}\cdot[f(x_1)]^2$
D. $[f(x_1)]^2>e^{\frac{x_2-x_1}{2}}\cdot[f(x_2)]^2$

3. 一个棱长为 12 的正方体的内切球恰为某正四面体的外接球，则该正四面体的体积是________.

4. 存在第一象限的点 $M(x_0,y_0)$在椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上，使得过点 M 且与椭圆在此点的切线$\dfrac{x_0x}{a^2}+\dfrac{y_0y}{b^2}=1$ 垂直的直线经过点 $N\left(\dfrac{c}{2},0\right)$($c$ 为椭圆的半焦距)，则该椭圆离心率的取值范围是________.

第九组

1. 如图 G-8 所示，圆 O 是边长为 2 的正方形 $ABCD$ 的内切圆，若 P，Q 是圆 O 上的两个动点，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CQ}$的取值范围为　　　　（　　）

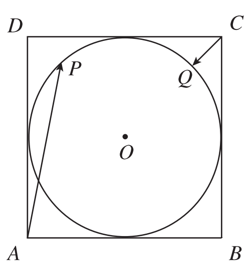


图 G-8

A. $[-3-2\sqrt{2},0]$　　　　B. $[-3-2\sqrt{2},-1]$
C. $[-5,0]$　　　　D. $[-5,-1]$

2. 如图 G-9 所示，在四棱柱 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，底面为正方形，侧棱 $AA_1\perp$底面 $ABCD$，$AB=3$，$AA_1=4$，P 是侧面 BCC_1B_1 内的动点，且 $AP\perp BD_1$，记 AP 与平面 BCC_1B_1 所成的角为 θ，则 $\tan\theta$ 的最大值为　　　　（　　）

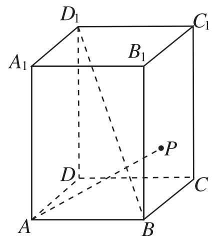


图 G-9

A. $\dfrac{4}{3}$　　　　B. $\dfrac{5}{3}$
C. 2　　　　D. $\dfrac{25}{9}$

3. 已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|$，$\boldsymbol{c}^2=\dfrac{3}{2}\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}-2$，则对任意实数$t$，$|\boldsymbol{c}-t\boldsymbol{b}|$的最小值为________.

4. 已知$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$是 $1,2,\cdots,n$ 满足性质 T 的一个排列，其中 $n\geqslant 2$，$n\in\mathbf{N}^*$，性质 T：排列$(a_1,a_2,\cdots,a_n)$中有且只有一个 $a_i>a_{i+1}(i\in\{1,2,\cdots,n-1\})$. 则满足性质 T 的所有排列的个数 $f(n)=$____________.

第十组

1. 设 $f(x)=\dfrac{2x^2}{x+1}$，$g(x)=ax+5-2a(a>0)$，若对任意 $x_1\in[0,1]$，总存在 $x_0\in[0,1]$，使得 $g(x_0)=f(x_1)$成立，则 a 的取值范围是　　　　（　　）
A. $\left[\dfrac{5}{2},4\right]$　　　　B. $[4,+\infty)$
C. $\left(0,\dfrac{5}{2}\right]$　　　　D. $\left[\dfrac{5}{2},+\infty\right)$

2. 已知三棱锥 A-BCD 的所有顶点都在球 O 的表面上，$AD\perp$平面 ABC，$\angle BAC=120°$，$AD=2$，若球 O 的表面积为 20π，则三棱锥 A-BCD 的体积的最大值为　　　　（　　）
A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$
C. $\sqrt{3}$　　　　D. $2\sqrt{3}$

3. 过抛物线 C：$x^2=4y$ 上两点 A，B 分别作该抛物线的两条切线 PA，PB，P 为两切线的交点，O 为坐标原点. 若$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$，则直线 OA 与 OB 的斜率之积为________.

4. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e\ln x}{x},x>0,\\-3x,x\leqslant 0,\end{cases}$ 若函数 $g(x)=[f(x)]^2-(2m-1)f(x)+2$ 恰有 4 个不同的零点，则实数 m 的取值范围为________.

X 45分钟 限时集训(一)

第1讲 函数的图像与性质

■ 基础过关

1. 关于函数 $f(x)=|x-1|-1$,下列结论错误的是 ( )

A. 其图像关于直线 $x=1$ 对称

B. 最小值为 -1

C. 其图像关于点 $(1,-1)$ 对称

D. 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减

2. 函数 $y=x\cos x$ 的大致图像为 ( )

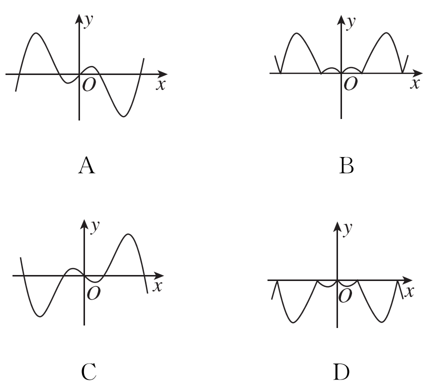


图 X1-1

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-f(x-2),x>2,\\ e^{x-1}+x^2,x\leqslant 2,\end{cases}$ 则 $f(2019)=$ ( )

A. 2 B. $\dfrac{1}{e}$

C. -2 D. $e+4$

4. 函数 $y=4\cos x-e^{|x|}$(e 为自然对数的底数)的图像可能是 ( )

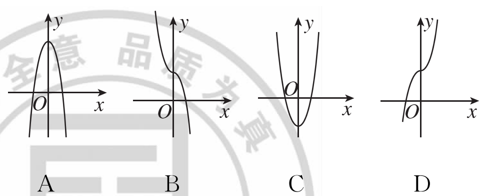


图 X1-2

5. 若函数 $f(x)=\begin{cases}2^{|x-2|},x\leqslant 2,\\ \log_2(x+a),x>2\end{cases}$ 的最小值为 $f(2)$,则实数 a 的取值范围为 ( )

A. $a<0$

B. $a>0$

C. $a\leqslant 0$

D. $a\geqslant 0$

6. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,满足 $f(1+x)=f(1-x)$,且 $f(1)=a$,则 $f(2)+f(3)+f(4)=$ ( )

A. 0 B. $-a$

C. a D. $3a$

7. 已知 $x+y>0$,则"$x>0$"是"$2^{|x|}+x^2>2^{|y|}+y^2$"的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

C. 既不充分也不必要条件

8. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=f(x)$,且当 $x\in[0,1)$ 时,$f(x)=\log_2(x+1)$. 若 $a=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$,$b=f\left(\dfrac{2}{3}\right)$,$c=f\left(\dfrac{4}{3}\right)$,则 a,b,c 的大小关系是 ( )

A. $a>b>c$

B. $b>a>c$

C. $c>b>a$

D. $a>c>b$

9. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-1,x\leqslant 0,\\ -\log_2(x+1),x>0,\end{cases}$ 若对任意 $x\in[m,m+1]$,不等式 $f(3m-2x)<f\left(\dfrac{1}{2}x+m\right)$ 恒成立,则实数 m 的取值范围为 ( )

A. $(-\infty,-5)$

B. $(-5,+\infty)$

C. $(-\infty,0)$

D. $(0,+\infty)$

10. 已知函数 $f(x)$是定义在$(0,+\infty)$上的单调函数，且对定义域内的任意 x，均有 $f[f(x)-\ln x-x^3]=2$，则 $f(e)=$ ( )

A. e^3+1　　B. e^3+2

C. e^3+e+1　　D. e^3+e+2

11. 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$，设函数 $f(x)=\begin{cases}\log_a x\,(x>0),\\ 2^x\,(x\leqslant 0),\end{cases}$ 且 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$，则 $a=$________，$f[f(2)]=$________.

12. 已知函数 $f(x)$的周期为 1，当 $0<x\leqslant 1$ 时，$f(x)=\log_2 x$，则 $f\left(\frac{3}{2}\right)=$________.

■ 能力提升

13. 小明站在点 O 观察练车场上匀速行驶的小车 P 的运动情况，小车从点 A 出发的运动轨迹如图 X1-3 所示. 设小明从点 A 开始随动点 P 变化的视角为 $\theta=\angle AOP>0$，练车时间为 t，则函数 $\theta=f(t)$的图像大致为 ( )

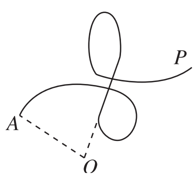


图 X1-3

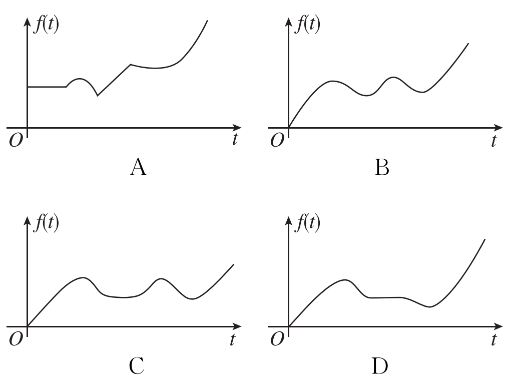


图 X1-4

14. 已知函数 $y=f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(x+1)$为偶函数，且对任意 $x_1<x_2\leqslant 1$，满足$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$. 若 $f(3)=1$，则不等式 $f(\log_2 x)<1$ 的解集为 ( )

A. $\left(\frac{1}{2},8\right)$

B. $(1,8)$

C. $\left(0,\frac{1}{2}\right)\cup(8,+\infty)$

D. $(-\infty,1)\cup(8,+\infty)$

15. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$的图像关于点$(2,0)$对称，且 $f(3)=3$，则 $f(-1)=$________.

16. 已知 $\log_2 3=a$，则$\frac{2^a+1}{2^a-1}=$________，函数 $f(x)=a^{2x}-2a^x$ 的单调递增区间为________.

17. 已知函数 $f(x)=\frac{x+2}{|x|+2}$，$x\in\mathbf{R}$，则 $f(x^2-2x)<f(2-x)$的解集是________.

18. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$的图像关于点$(1,1)$对称，$g(x)=(x-1)^3+1$，若函数 $f(x)$的图像与函数 $g(x)$的图像的交点为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_{2019},y_{2019})，则$\sum_{i=1}^{2019}(x_i+y_i)=$________.

19. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2,x<a,\\ x^2,x\geqslant a,\end{cases}$ 若 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上是单调函数，则实数 a 的取值范围是________；若对任意的实数 $x_1<a$，总存在实数 $x_2\geqslant a$，使得 $f(x_1)+f(x_2)=0$，则实数 a 的取值范围是________.

X 30分钟 限时集训(二)

第 2 讲　基本初等函数、函数与方程

■ 基础过关

1. 函数 $y=a^{x-1}(a>0$,且 $a\neq 1)$ 的图像恒过点 A,则下列函数中图像不经过点 A 的是 ( )

A. $y=\sqrt{1-x}$　　B. $y=|x-2|$

C. $y=2^x-1$　　D. $y=\log_2(2x)$

2. 已知 $x=2^{0.2}$,$y=\lg\frac{2}{5}$,$z=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{7}{5}}$,则下列结论正确的是 ( )

A. $x<y<z$　　B. $y<z<x$

C. $z<y<x$　　D. $z<x<y$

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-1(x\geqslant 2),\\ \log_2 x(0<x<2),\end{cases}$ 若 $f(m)=3$,则实数 m 的值为 ( )

A. -2　B. 8　C. 1　D. 2

4. 已知实数 x,y 满足 $\left(\frac{1}{3}\right)^x<\left(\frac{1}{3}\right)^y$,则下列关系式中恒成立的是 ( )

A. $\sin x>\sin y$　　B. $\ln(x^2+1)>\ln(y^2+1)$

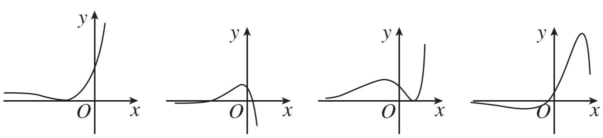
C. $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$　　D. $x^3>y^3$

5. 若均不为 1 的实数 a,b 满足 $a>b>0$,且 $ab>1$,则下列不等式恒成立的是 ( )

A. $\log_a 3>\log_b 3$　　B. $3^a+3^b>6$

C. $3^{ab+1}>3^{a+b}$　　D. $a^b>b^a$

6. 函数 $y=e^x(x^2+2x+1)$ 的大致图像可能是 ( )



A　B　C　D

图 X2-1

7. 若 $f(x)$ 是奇函数,且 x_0 是函数 $y=f(x)+e^x$ 的一个零点,则 ( )

A. $-x_0$ 是函数 $y=f(x)e^x-1$ 的零点

B. $-x_0$ 是函数 $y=f(x)e^{-x}+1$ 的零点

C. $-x_0$ 是函数 $y=f(-x)e^x-1$ 的零点

D. $-x_0$ 是函数 $y=f(x)e^x+1$ 的零点

8. 已知函数 $f(x)=[x]$($[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数),若函数 $g(x)=e^x-e^{-x}-2$ 的零点为 x_0,则 $g[f(x_0)]=$ ( )

A. $\frac{1}{e}-e-2$　　B. -2

C. $e-\frac{1}{e}-2$　　D. $e^2-\frac{1}{e^2}-2$

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2,x<0,\\ x^2+\frac{1}{2},x\geqslant 0,\end{cases}$ 则函数 $y=f[f(x)]-1$ 的零点个数为 ( )

A. 2　B. 3　C. 4　D. 5

10. 对于函数 $y=f(x)$,若存在 x_0,使 $f(x_0)+f(-x_0)=0$,则称点 $(x_0,f(x_0))$ 是曲线 $f(x)$ 的"优美点".已知 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x,x<0,\\ -x+2,x\geqslant 0,\end{cases}$ 则曲线 $f(x)$ 的"优美点"个数为 ( )

A. 1　B. 2　C. 4　D. 6

11. $2^{\lg 30}\times 3^{\lg 5}=$________;方程 $x^2\log_2 x=1$ 的实数解 $x=$________.

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x,x<0,\\ (x-1)^2,x\geqslant 0,\end{cases}$ 若 $f[f(3)]>f(a)$,则实数 a 的取值范围为________.

■ 能力提升

13. 已知函数 $f(x)=|\lg(x-1)|$,若 $1<a<b$ 且 $f(a)=f(b)$,则实数 $2a+b$ 的取值范围是 ( )

A. $[3+2\sqrt{2},+\infty)$　　B. $(3+2\sqrt{2},+\infty)$

C. $[6,+\infty)$　　D. $(6,+\infty)$

14. 已知函数 $f(x)=ax^2+bx-\frac{1}{x}(a>0)$ 仅有两个不同的零点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$,则 ( )

A. $x_1+x_2<0,x_1x_2<0$

B. $x_1+x_2>0,x_1x_2>0$

C. $x_1+x_2<0,x_1x_2>0$

D. $x_1+x_2>0,x_1x_2<0$

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-3x+2,x\leqslant 1,\\ \ln x,x>1,\end{cases}$ $g(x)=f(x)-ax+a$,若 $g(x)$ 恰有 1 个零点,则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $[-1,0]\cup[1,+\infty)$

B. $(-\infty,-1]\cup[0,1]$

C. $[-1,1]$

D. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x,x\leqslant 0,\\ \ln x,x>0,\end{cases}$ $g(x)=f(x)+2x-a$,若 $g(x)$ 存在 2 个零点,则实数 a 的取值范围是________.

17. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$,且 $a<0$,函数 $f(x)=\begin{cases}x|x|-2x,x\geqslant a,\\ -2(a+1)x+a^2,x<a.\end{cases}$ 若方程 $f(x)=b$ 至多有两个不等实数根,则 a 的取值范围为________.

限时集训（三）

X 30分钟

第3讲　导数的简单应用

■ 基础过关

1. 若曲线 $y=\dfrac{x^n}{e^x}$ 在点 $\left(1,\dfrac{1}{e}\right)$ 处的切线的斜率为 $\dfrac{4}{e}$，则 $n=$ （　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

2. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+(2-a)x^2+x-4$ 在 $(0,2]$ 上为增函数，则实数 a 的取值范围是 （　　）

A. $a\leqslant 4$　　B. $a\leqslant 3$

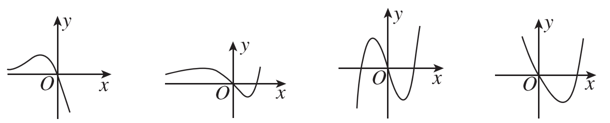
C. $a>4$　　D. $a<3$

3. 已知函数 $f(x)=2\ln x+ax^2-3x$ 在 $x=2$ 时取得极小值，则 $f(x)$ 的极大值为 （　　）

A. 2　　B. $-\dfrac{5}{2}$

C. $3+\ln 2$　　D. $-2+2\ln 2$

4. 函数 $f(x)=(x^2+tx)e^x$（实数 t 为常数，且 $t<0$）的图像大致是 （　　）



A　　B　　C　　D

图 X3-1

5. 若函数 $f(x)=e^x(\cos x-a)$ 在区间 $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减，则实数 a 的取值范围是 （　　）

A. $(-\sqrt{2},+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$

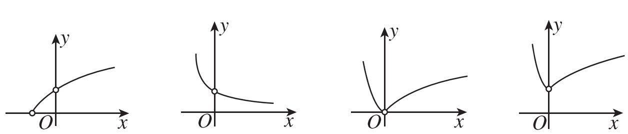
C. $[\sqrt{2},+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

6. 函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 满足 $f'(x)>f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，且 $f(1)=e$，则下列判断一定正确的是 （　　）

A. $f(0)<1$　　B. $f(-1)<f(0)$

C. $f(0)>0$　　D. $f(-1)>f(0)$

7. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{\ln(x+1)}$ 的图像大致是 （　　）



A　　B　　C　　D

图 X3-2

8. 已知直线 l 既是曲线 C_1：$y=e^x$ 的切线，又是曲线 C_2：$y=\dfrac{1}{4}e^2x^2$ 的切线，则直线 l 在 x 轴上的截距为 （　　）

A. 2　　B. 1　　C. e^2　　D. $-e^2$

9. 若函数 $f(x)=6xe^x-2ax^3-3ax^2$ 存在三个极值点，则实数 a 的取值范围为 （　　）

A. $(0,e)$　B. $\left(0,\dfrac{1}{e}\right)$　C. $(e,+\infty)$　D. $\left(\dfrac{1}{e},+\infty\right)$

10. 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 是函数 $f(x)=a\sqrt{x}+bx^2$ $(x>0)$ 图像上的任意两点，且曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)\right)$ 处的切线与直线 AB 平行，则 （　　）

A. $a=0$，b 为任意非零实数

B. $b=0$，a 为任意非零实数

C. a,b 均为任意实数

D. 不存在满足条件的实数 a,b

11. 已知函数 $f(x)=x^3+ax+b$ 的图像在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $2x-y-5=0$，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

12. 已知函数 $f(x)=x^2-2\ln x+a$ 的最小值为 2，则 $a=$ ________.

■ 能力提升

13. 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上都存在导函数 $f'(x)$，对于任意的实数 x 都有 $\dfrac{f(-x)}{f(x)}=e^{2x}$，当 $x<0$ 时，$f(x)+f'(x)>0$，若 $e^af(2a+1)\geqslant f(a+1)$，则实数 a 的取值范围是 （　　）

A. $\left[0,\dfrac{2}{3}\right]$　　B. $\left[-\dfrac{2}{3},0\right]$

C. $[0,+\infty)$　　D. $(-\infty,0]$

14. 已知函数 $f(x)=e^x-e^{-x}$，若对任意的 $x\in(0,+\infty)$，$f(x)>mx$ 恒成立，则实数 m 的取值范围为 （　　）

A. $(-\infty,1)$　　B. $(-\infty,1]$

C. $(-\infty,2)$　　D. $(-\infty,2]$

15. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足当 $x>0$ 时，$f(x)=\dfrac{2}{\pi}x-\ln x+\ln\dfrac{\pi}{2}$，则函数 $g(x)=f(x)-\sin x$ 的零点个数是 （　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 5

16. 设 a 为整数，若对任意的 $x\in(0,+\infty)$，不等式 $\dfrac{e^x+3}{x}\geqslant e^a$ 恒成立，则 a 的最大值是________.

X 45分钟 限时集训(四)

第4讲 导数综合问题

■ 基础过关

1. 设函数 $f(x)=e^x+ae^{-x}$,$a\in\mathbf{R}$.

(1)判断 $f(x)$ 的单调性,并求极值;

(2)若 $a=-1$,且对所有 $x\geqslant 0$,$f(x)\geqslant mx$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

2. 已知函数 $f(x)=ax^2-1-2\ln x(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a\geqslant 1$ 时,求证:$f(x)\geqslant 0$;

(2)讨论函数 $f(x)$ 的零点个数.

3. 已知函数 $f(x)=\dfrac{a}{e^x}+\ln x$,$a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $a=e$,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程;

(2)求函数 $f(x)$ 的极值点个数.

4. 已知函数 $f(x)=2\sin x-x\cos x-x$,$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数.

(1)证明:$f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上存在唯一零点;

(2)设 $g(x)=x^2-2x+a(a\in\mathbf{R})$,若对任意 $x_1\in[0,\pi]$,均存在 $x_2\in[1,2]$,使得 $f(x_1)>g(x_2)$,求实数 a 的取值范围.

■能力提升

5. 设函数 $f(x)=\ln x+ax^2-a+1$，$g(x)=\frac{ex}{e^x}$.

(1)若 $g(x_1)=g(x_2)=t$(其中 $x_1\neq x_2$).

①求实数 t 的取值范围；

②证明：$2x_1x_2<x_1+x_2$.

(2)是否存在实数 a，使得 $f(x)\leqslant g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，且关于 x 的方程 $f(x)=g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一解？请说明理由.

6. 已知函数 $f(x)=\ln x$，$g(x)=\frac{a}{x^2}+bx-1(a,b\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=-1$，$b=0$ 时，求曲线 $y=f(x)-g(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程；

(2)当 $b=0$ 时，若对任意的 $x\in[1,2]$，$f(x)+g(x)\geqslant 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

(3)当 $a=0$，$b>0$ 时，若方程 $f(x)=g(x)$ 有两个不同的实数解 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，求证：$x_1+x_2>2$.

X 45分钟 解答题特训(一)

不等式与函数问题

■ 基础过关

1. 已知函数 $f(x)=-x^2+ax-\ln x$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)若函数 $f(x)$ 存在极值,求所有极值的和的取值范围.

2. 已知 $f(x)=\frac{1}{6}x^3-ax+\ln x$.

(1)若 $f(x)$ 在定义域上单调递增,求 a 的取值范围;

(2)若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1,x_2,求证:$x_1+x_2>2$.

3. 已知函数 $f(x)=\ln x-ax(a\in\mathbf{R})$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)证明:$e^x-e^2\ln x>0$(e 为自然对数的底数)在 $(0,+\infty)$ 上恒成立.

4. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{4}x^3-x^2+x$.

(1)当 $x\in[-2,4]$ 时,求证:$x-6\leqslant f(x)\leqslant x$.

(2)设 $F(x)=|f(x)-(x+a)|(a\in\mathbf{R})$,记 $F(x)$ 在区间 $[-2,4]$ 上的最大值为 $M(a)$. 当 $M(a)$ 最小时,求 a 的值.

■ 能力提升

5. 设函数 $f(x)=e^{ax}+x^2-ax$，e 是自然对数的底数，$a\in \mathbf{R}$.
(1)若 $a=1$，求 $f(x)$的单调递增区间；
(2)讨论曲线 $y=f(x)$与 $y=x^2+2x$ 公共点的个数.

6. 已知函数 $f(x)=(ax^2+x+a)e^{-x}(a\in \mathbf{R})$.
(1)当 $a=0$ 时，求曲线 $y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；
(2)若 $a\geqslant 0$，求函数 $f(x)$的单调区间；
(3)若对任意 $a\leqslant 0$，当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)\leqslant b\ln(x+1)$恒成立，求实数 b 的取值范围.

限时集训(五)

45分钟

第5讲 三角函数与解三角形

基础过关

1. 已知角 α 的顶点与原点重合,始边与 x 轴非负半轴重合,终边过点$(\sqrt{5},-2)$,则 $\sin(\alpha-3\pi)=$ ( )

A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

2. 若 $\tan\alpha=3$,则 $\sin 2\alpha=$ ( )

A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

3. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$,则 $\sin 2\alpha=$ ( )

A. $\frac{7}{25}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $-\frac{1}{5}$

D. $-\frac{7}{25}$

4. 将函数 $y=\sin 2x$ 的图像沿 x 轴向左平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位长度得到函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图像,则 φ 的最小值为 ( )

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

5. 函数 $f(x)=2\sin x\cos x+2\cos^2x-1$ 的图像的一个对称轴方程为 ( )

A. $x=\frac{\pi}{8}$

B. $x=\frac{\pi}{4}$

C. $x=\frac{\pi}{2}$

D. $x=-\frac{\pi}{4}$

6. 下列关于函数 $f(x)=|\sin\pi x|$ 的说法,正确的是 ( )

A. $f(x)$在$(0,1)$上是增函数

B. $f(x)$是以 π 为周期的周期函数

C. $f(x)$是奇函数

D. $f(x)$是偶函数

7. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$在区间$\left(\frac{7\pi}{12},\frac{2\pi}{3}\right)$上单调,且 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$,$f\left(\frac{3\pi}{4}\right)=0$,则 ω 的最大值为 ( )

A. 7 B. 9

C. 11 D. 13

8. 已知函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的图像如图 X5-1 所示,若函数 $h(x)=f(x)+1$ 的两个不同的零点分别为 x_1,x_2,则$|x_1-x_2|$的最小值为 ( )

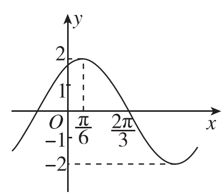


图 X5-1

A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{4\pi}{3}$ D. π

9. 在$\triangle ABC$中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,$a=3$,$c=2\sqrt{3}$,$b\sin A=a\cos\left(B+\frac{\pi}{6}\right)$,则 $b=$ ( )

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{5}$

10. 设△ABC的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,则下列命题是真命题的是 （ ）

①若$a^2+b^2<c^2$,则$C>\frac{\pi}{2}$;

②若$ab>c^2$,则$C>\frac{\pi}{3}$;

③若$a^3+b^3=c^3$,则$0<C<\frac{\pi}{2}$;

④若$2ab>(a+b)c$,则$C>\frac{\pi}{2}$;

⑤若$(a^2+b^2)c^2<2a^2b^2$,则$0<C<\frac{\pi}{3}$.

A. ①②③ B. ①②⑤

C. ①③④ D. ①③⑤

11. 若$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{1}{3}$,则$\cos\alpha=$________,$\cos 2\alpha+\cos\alpha=$________.

12. 已知函数$f(x)=a\sin x+\cos x\left(x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right)$的最小值为$a$,则实数$a$的取值范围是________.

■ 能力提升

13. 已知函数$f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$,若方程$f(x)=\frac{1}{3}$在$(0,\pi)$上的解为$x_1$,$x_2(x_1<x_2)$,则$\sin(x_1-x_2)=$ （ ）

A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{3}$

14. 在△ABC中,角A,B,C的对边分别为a,b,c,BC边上的高为$\frac{a}{2}$,则$\frac{b}{2c}+\frac{c}{2b}$的最大值是________.

15. 已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$的最小正周期是$4\pi$,则$\omega=$________;若$f\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{5}$,则$\cos\theta=$________.

16. 已知函数$f(x)=\begin{cases}\cos x, |\cos x|\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2},\\ 0, |\cos x|<\frac{\sqrt{2}}{2},\end{cases}$ 则$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=$________;当$0\leqslant x\leqslant 2\pi$,$f(x)\leqslant\sin x$的解集是__________.

17. 如图X5-2,△ABC是由3个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成的一个大等边三角形,已知$DF=2AF$,$AB=\sqrt{13}$,则△EDF的面积为________.

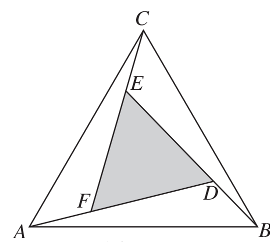


图 X5-2

18. 已知在△ABC中,$A=\frac{\pi}{3}$,M为BC的中点,$AM=\sqrt{3}$,则$2AB+AC$的取值范围为________.

19. 在△ABC中,$BC=2\sqrt{3}$,$AC=3$,$A=2B$,则$\cos B=$________;若D是边BC上一点,且$AD\perp AC$,则△ABD的面积为________.

20. 在△ABC中,已知点D在边BC上,且$\angle DAC=90°$,$\sin\angle BAC=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,$AB=3\sqrt{2}$,$AD=3$,则$BD=$________,$\cos C=$________.

限时集训（六）

45分钟

第6讲 三角恒等变换与解三角形

■ 基础过关

1. 已知 $f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$.

(1)求 $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$的值；

(2)若 $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$,求函数 $f(x)$的取值范围.

2. 已知函数 $f(x)=4a\cos x\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$,且 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

(1)求 a 的值及 $f(x)$的最小正周期；

(2)若 $f(x)$在区间$[0,m]$上单调递增,求 m 的最大值.

3. 已知函数 $f(x)=\sin\frac{x}{2}\left(\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)$.

(1)求函数 $f(x)$的单调递增区间；

(2)设$\triangle ABC$中的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,若 $f(B)=\frac{\sqrt{3}}{2}$,且 $b=\sqrt{3}$,求 a^2+c^2 的取值范围.

4. 在$\triangle ABC$中,内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c,已知 $c=1,C=\frac{\pi}{3}$.

(1)若 $\cos(\theta+C)=\frac{3}{5}$,$0<\theta<\pi$,求 $\cos\theta$；

(2)若 $\sin C+\sin(A-B)=3\sin 2B$,求$\triangle ABC$的面积.

■能力提升

5. 已知在△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且满足 $bc=1$，$a^2-bc=(b-c)^2$.
(1)求 $\sin B+\sin C$ 的最大值；
(2)若 $\cos B\cos C=\frac{1}{4}$，求 $b+c$ 的值.

6. 在△ABC 中，D 为 BC 边上一点，且 $AB=2$，$AC=1$.
(1)若 AD 为∠BAC 的平分线，且 $AD=1$，求边 BC 的长；
(2)若 D 为 BC 边的中点，且 $\tan\angle CAD=\frac{\sqrt{3}}{2}$，求 $\cos\angle BAC$ 的值.

限时集训(七)

45分钟

第7讲 平面向量

基础过关

1. 已知$\overrightarrow{AB}=(2,3)$,$\overrightarrow{AC}=(4,7)$,则$\overrightarrow{BC}=$ ( )

A. $(-2,-4)$

B. $(2,4)$

C. $(6,10)$

D. $(-6,-10)$

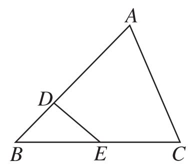
2. 如图X7-1所示,在$\triangle ABC$中,$AD=\frac{2}{3}AB$,$BE=\frac{1}{2}BC$,则$\overrightarrow{DE}=$ ( )

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$



图X7-1

3. 已知向量$\boldsymbol{a}=(2,-1)$,$\boldsymbol{b}=(m+1,3m)$,若$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,则$|\boldsymbol{b}|=$ ( )

A. 1 B. $3\sqrt{5}$

C. -1 D. 7

4. 已知$\boldsymbol{a}=(-1,3)$,$\boldsymbol{b}=(m,m-4)$,$\boldsymbol{c}=(2m,3)$,若$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$,则$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=$ ( )

A. -7 B. -2 C. 5 D. 8

5. 已知向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=1$,$\boldsymbol{b}=(t,2-t)$,$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}$垂直,则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$的最小值为 ( )

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1

C. $\sqrt{2}$ D. 2

6. 在$\triangle ABC$中,若$\overrightarrow{AB}^2-\overrightarrow{BC}^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$,则$\triangle ABC$是 ( )

A. 等腰三角形

B. 直角三角形

C. 等腰直角三角形

D. 等边三角形

7. 两个非零向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$,则向量$\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$的夹角为 ( )

A. $\frac{5}{6}\pi$ B. $\frac{\pi}{6}$

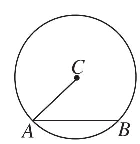
C. $\frac{2}{3}\pi$ D. $\frac{\pi}{3}$

8. 在直角三角形ABC中,$\angle A=90°$,$AB=2$,$AC=4$,P在$\triangle ABC$斜边BC的中线AD上,则$\overrightarrow{AP}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最大值为 ( )

A. $\frac{25}{8}$ B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{25}{2}$

9. 如图X7-2,已知AB为圆C的一条弦,且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$,则$|\overrightarrow{AB}|=$________.



图X7-2

10. 已知两个单位向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$的夹角为$120°$,则$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{b}$方向上的投影为________.

11. 已知$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|=2$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$,$\boldsymbol{b}\perp(t\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(t\in\mathbf{R})$,则$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=$________,$t=$________.

12. 已知两个单位向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$的夹角为$30°$,$\boldsymbol{c}=m\boldsymbol{a}+(1-m)\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=0$,则$m=$________.

13. 若非零向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$满足$\boldsymbol{a}^2=(5\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}$,则$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$的最小值为________.

■ 能力提升

14. 已知 P 为等边三角形 ABC 所在平面内的一个动点，满足 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}(\lambda\in\mathbf{R})$，若 $|\overrightarrow{AB}|=2$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=$　　（　　）

A. $2\sqrt{3}$

B. 3

C. 6

D. 与 λ 有关的数值

15. 如图 X7-3，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$AD=2$，$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$，若 $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CQ}=12$，则 $\angle ADC=$　　（　　）

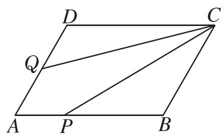


图 X7-3

A. $\frac{5\pi}{6}$

B. $\frac{3\pi}{4}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{2}$

16. 如图 X7-4 所示，已知 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=1$，$|\overrightarrow{OC}|=\sqrt{2}$，$\tan\angle AOB=-\frac{4}{3}$，$\angle BOC=\frac{\pi}{4}$，$\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}(m,n\in\mathbf{R})$，则 $\frac{m}{n}$ 等于　　（　　）

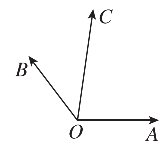


图 X7-4

A. $\frac{5}{7}$　　B. $\frac{7}{5}$　　C. $\frac{3}{7}$　　D. $\frac{7}{3}$

17. 如图 X7-5，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，$P$ 为 CD 上一点，且满足 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$（$m$ 为常数），若 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，则 $|\overrightarrow{AP}|$ 的最小值为________.

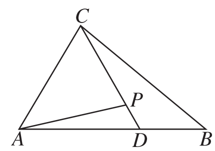


图 X7-5

18. 已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=1$，则向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角的最大值为________.

19. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 和单位向量 $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的最大值是________.

X 45分钟 解答题特训（二）

三角函数与解三角形

基础过关

1. 已知函数 $f(x)=4\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0\leqslant\varphi<\pi)$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$，且当 $x=0$ 时，$f(x)$取到最大值.

(1)求 ω,φ 的值；

(2)若 $f\left(\frac{\alpha}{4}\right)=-\frac{4}{3}$，且 $0<\alpha<\pi$，求 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$的值.

2. 已知函数 $f(x)=4\sin x\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$.

(1)求 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$的值及函数 $f(x)$的最小正周期；

(2)求函数 $f(x)$的单调递增区间.

3. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为 π，且 $\cos 2\varphi+\cos\varphi=0$.

(1)求 ω 和 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$的值；

(2)若 $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{3}{5}(0<\alpha<\pi)$，求 $\sin\alpha$.

4. 已知 $f(x)=2\cos x\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}\sin x\cos x-\sin^2 x$.

(1)求函数 $f(x)$的单调递增区间；

(2)设$\triangle ABC$ 的内角 A 满足 $f(A)=2$，且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\sqrt{3}$，求 BC 边上的高 AD 的最大值.

■能力提升

5. 在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$\sqrt{3}\sin B\cos B+\cos^2 B=1$.

(1)求B的值；

(2)若$b=\sqrt{3}$，求$2a-c$的取值范围.

6. 已知$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，$a=b\cdot\cos C+c\sin B$.

(1)求B；

(2)若$b=2$，求$\triangle ABC$面积的最大值.