2020 CANPOINT

全品高考

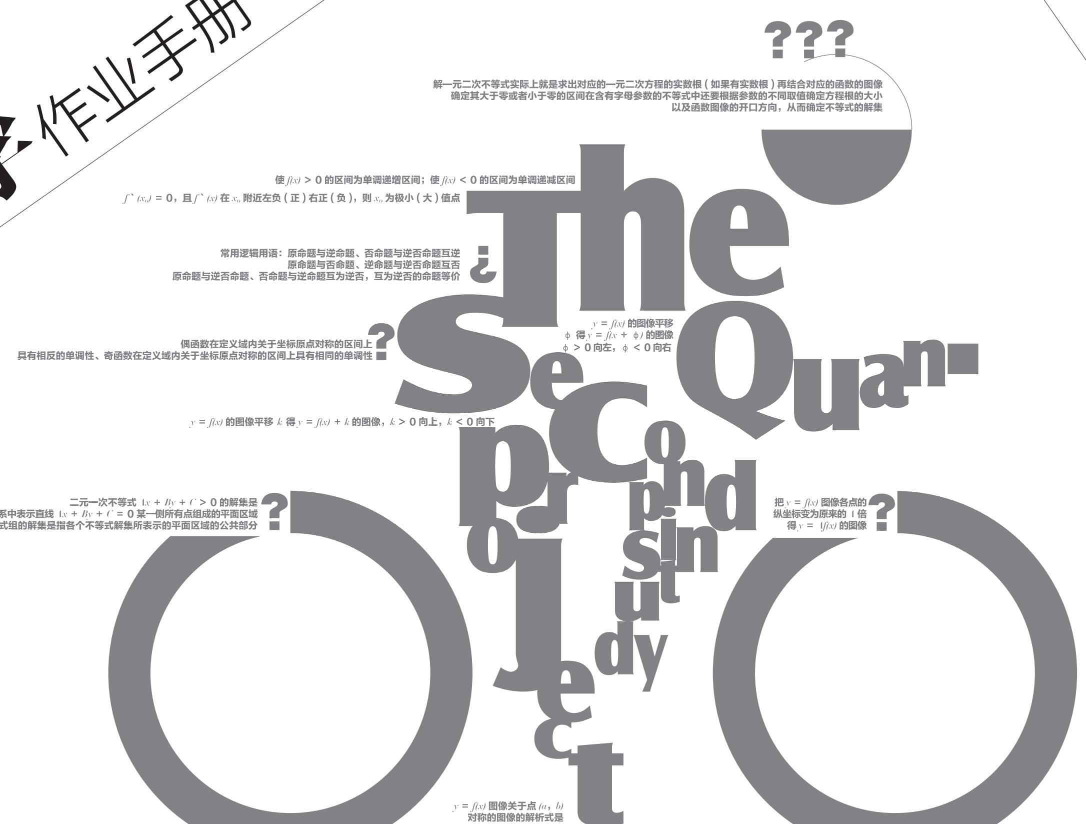
第二轮专题

浙江省

稳抓120

主编：肖德好

数学作业手册



偶函数在定义域内关于坐标原点对称的区间上具有相反的单调性、奇函数在定义域内关于坐标原点对称的区间上具有相同的单调性．使 $f'(x)>0$ 的区间为单调递增区间；使 $f'(x)<0$ 的区间为单调递减区间．

黄河出版传媒集团
阳光出版社

目录

contents

全品高考第二轮专题（作业手册）

限时集训（一）

第 1 讲　函数的图像与性质

■ 基础过关

1. 关于函数 $f(x)=|x-1|-1$，下列结论错误的是　（　　）

A. 其图像关于直线 $x=1$ 对称

B. 最小值为 -1

C. 其图像关于点 $(1,-1)$ 对称

D. 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减

2. 函数 $y=x\cos x$ 的大致图像为　（　　）

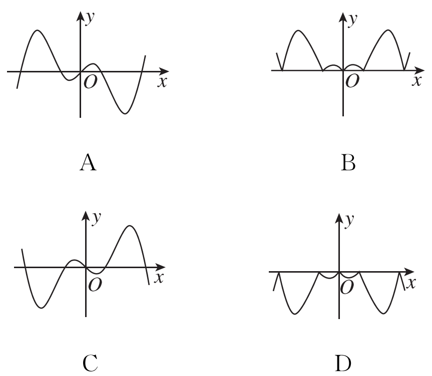


图 X1-1

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-f(x-2), x>2,\\ e^{x-1}+x^2, x\leqslant 2,\end{cases}$ 则 $f(2019)=$　（　　）

A. 2　　B. $\frac{1}{e}$

C. -2　　D. $e+4$

4. 函数 $f(x)=x^3+\ln(\sqrt{x^2+1}-x)$ 的图像大致为　（　　）

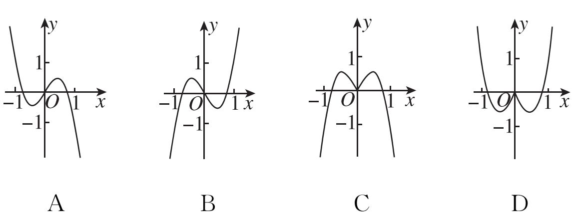


图 X1-2

5. 若函数 $f(x)=\begin{cases}2^{|x-2|}, x\leqslant 2,\\ \log_2(x+a), x>2\end{cases}$ 的最小值为 $f(2)$，则实数 a 的取值范围为　（　　）

A. $a<0$　　B. $a>0$

C. $a\leqslant 0$　　D. $a\geqslant 0$

6. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，满足 $f(1+x)=f(1-x)$，且 $f(1)=a$，则 $f(2)+f(3)+f(4)=$　（　　）

A. 0　　B. $-a$

C. a　　D. $3a$

7. 已知偶函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(-2,1)$，且当 $0\leqslant a<b$ 时，不等式 $(a-b)[f(a)-f(b)]>0$ 恒成立，则使得 $f(x-2)>1$ 成立的 x 的取值范围是　（　　）

A. $(0,4)$

B. $(-4,0)$

C. $(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$

D. $(-\infty,-4)\cup(0,+\infty)$

8. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=f(x)$，且当 $x\in[0,1)$ 时，$f(x)=\log_2(x+1)$. 若 $a=f\left(-\frac{1}{2}\right)$，$b=f\left(\frac{2}{3}\right)$，$c=f\left(\frac{4}{3}\right)$，则 a,b,c 的大小关系是　（　　）

A. $a>b>c$

B. $b>a>c$

C. $c>b>a$

D. $a>c>b$

9. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{3}\right)^x-1, x\leqslant 0,\\ -\log_2(x+1), x>0,\end{cases}$ 若对任意 $x\in[m,m+1]$，不等式 $f(3m-2x)<f\left(\frac{1}{2}x+m\right)$ 恒成立，则实数 m 的取值范围为　（　　）

A. $(-\infty,-5)$

B. $(-5,+\infty)$

C. $(-\infty,0)$

D. $(0,+\infty)$

10. 已知 $\log_2 3=a$，则 $\dfrac{2^a+1}{2^a-1}=$ ________，函数 $f(x)=a^{2x}-2a^x$ 的单调递增区间为________.

11. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\ln x, x\geqslant 1,\\ 1-x, x<1,\end{cases}$ 若 $f(m)>1$，则实数 m 的取值范围是________.

12. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 的图像关于点 $(2,0)$ 对称，且 $f(3)=3$，则 $f(-1)=$ ________.

13. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，满足 $f(x+4)=f(x)$，当 $-2<x\leqslant 2$ 时，$f(x)=\begin{cases}\cos\dfrac{\pi x}{2}, 0<x\leqslant 2,\\ \left|x+\dfrac{1}{2}\right|, -2<x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f[f(-5)]=$ ________.

14. 已知函数 $f(x)=\dfrac{x+2}{|x|+2}$，$x\in\mathbf{R}$，则 $f(x^2-2x)<f(2-x)$ 的解集是________.

■ 能力提升

15. 已知函数 $f(x)=\dfrac{m}{3^x-1}-\dfrac{5}{2}$ 的图像关于点 $(0,2)$ 对称，则 $f(x)>11$ 的解集为 ( )

A. $(-1,0)$

B. $(-1,0)\cup(0,1)$

C. $(-1,0)\cup(0,+\infty)$

D. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$

16. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，在区间 $(-\infty,0]$ 上为增函数，且 $f(3)=0$，则不等式 $f(1-2x)>0$ 的解集为 ( )

A. $(-1,0)$　　B. $(-1,2)$

C. $(0,2)$　　D. $(2,+\infty)$

17. 已知函数 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 内可导，若 $f(x)=f(4-x)$ 且 $(x-2)f'(x)>0$，记 $a=f(0)$，$b=f\left(\dfrac{1}{2}\right)$，$c=f(3)$，则 a，b，c 的大小关系是 ( )

A. $a>c>b$

B. $c>b>a$

C. $b>a>c$

D. $a>b>c$

18. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的单调函数，且对定义域内的任意 x，均有 $f[f(x)-\ln x-x^3]=2$，则 $f(\mathrm{e})=$ ( )

A. e^3+1

B. e^3+2

C. $\mathrm{e}^3+\mathrm{e}+1$

D. $\mathrm{e}^3+\mathrm{e}+2$

19. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(x+1)$ 为偶函数，且对任意 $x_1<x_2\leqslant 1$，满足 $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$. 若 $f(3)=1$，则不等式 $f(\log_2 x)<1$ 的解集为 ( )

A. $\left(\dfrac{1}{2},8\right)$

B. $(1,8)$

C. $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)\cup(8,+\infty)$

D. $(-\infty,1)\cup(8,+\infty)$

20. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2, x<a,\\ x^2, x\geqslant a,\end{cases}$ 若函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是单调的，则实数 a 的取值范围是________；若对任意的实数 $x_1<a$，总存在实数 $x_2\geqslant a$，使得 $f(x_1)+f(x_2)=0$，则实数 a 的取值范围是________.

限时集训（二）

45分钟

第 2 讲　基本初等函数、函数与方程

基础过关

1. 函数 $y=a^{x-1}(a>0$，且 $a\neq1)$ 的图像恒过点 A，则下列函数中图像不经过点 A 的是　（　　）

A. $y=\sqrt{1-x}$

B. $y=|x-2|$

C. $y=2^x-1$

D. $y=\log_2(2x)$

2. 已知 $x=2^{0.2}$，$y=\lg\frac{2}{5}$，$z=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{7}{5}}$，则下列结论正确的是　（　　）

A. $x<y<z$

B. $y<z<x$

C. $z<y<x$

D. $z<x<y$

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-1(x\geqslant2),\\ \log_2x(0<x<2),\end{cases}$ 若 $f(m)=3$，则实数 m 的值为　（　　）

A. -2　　B. 8　　C. 1　　D. 2

4. 已知实数 x,y 满足 $\left(\frac{1}{3}\right)^x<\left(\frac{1}{3}\right)^y$，则下列关系式中恒成立的是　（　　）

A. $\sin x>\sin y$

B. $\ln(x^2+1)>\ln(y^2+1)$

C. $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$

D. $x^3>y^3$

5. 已知函数 $f(x)=\ln x+\ln(a-x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称，则函数 $f(x)$ 的值域为　（　　）

A. $(0,2)$　　　　B. $[0,+\infty)$

C. $(-\infty,2]$　　　　D. $(-\infty,0]$

6. 在区间 $[-\pi,\pi]$ 上，函数 $f(x)=|x|\sin 2x$ 的图像可能是　（　　）

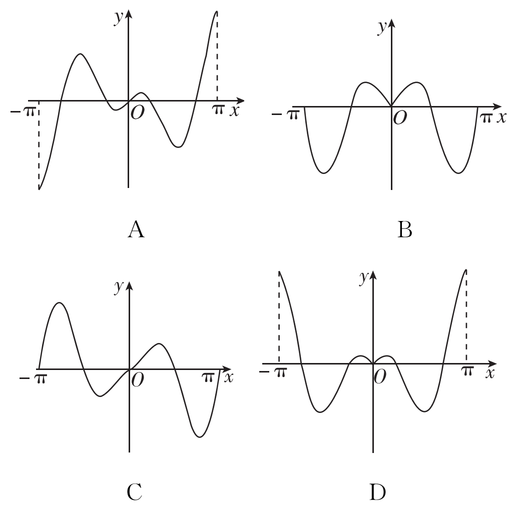


图 X2-1

7. 已知函数 $f(x)=[x]$（$[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数），若函数 $g(x)=e^x-e^{-x}-2$ 的零点为 x_0，则 $g[f(x_0)]=$　（　　）

A. $\frac{1}{e}-e-2$　　　　B. -2

C. $e-\frac{1}{e}-2$　　　　D. $e^2-\frac{1}{e^2}-2$

8. 已知 $x_1=\ln\frac{1}{2}$，$x_2=e^{-\frac{1}{2}}$，x_3 满足 $e^{-x_3}=\ln x_3$，则　（　　）

A. $x_1<x_2<x_3$

B. $x_1<x_3<x_2$

C. $x_2<x_1<x_3$

D. $x_3<x_1<x_2$

9. 2018 年 9 月，阿贝尔奖和菲尔兹奖双料得主，英国 89 岁高龄的著名数学家阿蒂亚爵士宣布自己证明了黎曼猜想，这一事件引起了数学界的震动. 在 1859 年，德国数学家黎曼向科学院提交了题目为《论小于给定数值的素数个数》的论文并提出了一个命题，也就是著名的黎曼猜想. 在此之前著名的数学家欧拉也曾研究过这个问题，并得到小于数字 x 的素数个数大约可以表示为 $\pi(x)\approx\frac{x}{\ln x}$ 的结论. 若根据欧拉得出的结论，估计 10 000 以内的素数个数为（素数即质数，$\lg e\approx0.434\ 29$，计算结果按四舍五入取整数）　（　　）

A. 1089　　B. 1086　　C. 434　　D. 145

10. 已知 $f(x)=x\cdot 2^{|x|}$，$a=f(\log_3\sqrt{5})$，$b=f\left(\log_3\dfrac{1}{2}\right)$，$c=f(\ln 3)$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A. $c>b>a$

B. $b>c>a$

C. $a>b>c$

D. $c>a>b$

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\ln(x+1), x>0,\\ -x^2-2x+3, x\leqslant 0,\end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x)-m$ 有 3 个零点，则实数 m 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,4)$

B. $[3,4)$

C. $(-\infty,4]$

D. $[3,4]$

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2, x<0,\\ x^2+\dfrac{1}{2}, x\geqslant 0,\end{cases}$ 则函数 $y=f[f(x)]-1$ 的零点个数为（　　）

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, x<0,\\ (x-1)^2, x\geqslant 0,\end{cases}$ 若 $f[f(3)]>f(a)$，则实数 a 的取值范围为________.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x, x\leqslant 0,\\ \ln x, x>0,\end{cases}$ $g(x)=f(x)+2x-a$，若 $g(x)$ 存在 2 个零点，则实数 a 的取值范围是________.

■ 能力提升

15. 已知 $a=\left(\dfrac{1}{2}\right)^b=\log_{0.3}0.2$，则（　　）

A. $1<2a-b<2$

B. $2<2a-b<4$

C. $4<2a-b<5$

D. $5<2a-b<6$

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, x\geqslant 0,\\ -x^2-3x+1, x<0,\end{cases}$ 则关于 x 的方程 $f[f(x)]=4$ 的所有实数根之和为（　　）

A. -3

B. -2

C. 2

D. 4

17. 对于函数 $y=f(x)$，若存在 x_0，使 $f(x_0)+f(-x_0)=0$，则称点 $(x_0,f(x_0))$ 是曲线 $f(x)$ 的“优美点”. 已知 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x, x<0,\\ -x+2, x\geqslant 0,\end{cases}$ 则曲线 $f(x)$ 的“优美点”个数为（　　）

A. 1

B. 2

C. 4

D. 6

18. 已知函数 $f(x)=|\lg(x-1)|$，若 $1<a<b$ 且 $f(a)=f(b)$，则实数 $2a+b$ 的取值范围是（　　）

A. $[3+2\sqrt{2},+\infty)$

B. $(3+2\sqrt{2},+\infty)$

C. $[6,+\infty)$

D. $(6,+\infty)$

19. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-3x+2, x\leqslant 1,\\ \ln x, x>1,\end{cases}$ $g(x)=f(x)-ax+a$，若 $g(x)$ 恰有 1 个零点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $[-1,0]\cup[1,+\infty)$

B. $(-\infty,-1]\cup[0,1]$

C. $[-1,1]$

D. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

20. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x, x\geqslant 0,\\ \lg(-x), x<0,\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $[f(x)]^2+f(x)+t=0$ 有三个不同的实根，则 t 的取值范围为________.

限时集训（三）

30分钟

第3讲　不等式与函数问题

基础过关

1. 已知 $a>0>b$，则下列不等式一定成立的是　　（　　）

A. $a^2<-ab$

B. $|a|<|b|$

C. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

D. $\left(\frac{1}{2}\right)^a>\left(\frac{1}{2}\right)^b$

2. 若均不为1的实数 a,b 满足 $a>b>0$，且 $ab>1$，则（　　）

A. $\log_a 3>\log_b 3$

B. $3^a+3^b>6$

C. $3^{ab+1}>3^{a+b}$

D. $a^b>b^a$

3. 若 $a>0,b>0,a+b=ab$，则 $a+b$ 的最小值为　　（　　）

A. 2　　B. 4

C. 6　　D. 8

4. 已知 x,y 为实数，则“$xy\geqslant 0$”是“$|x+y|\geqslant|x-y|$”的　　（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 已知 $3^a=5^b=15$，则 a,b 不可能满足的关系是　　（　　）

A. $a+b>4$

B. $ab>4$

C. $(a-1)^2+(b-1)^2>2$

D. $a^2+b^2<8$

6. 已知实数 x,y 满足不等式 $x+|y|\geqslant 2\sqrt{2}$，则 x^2+y^2 的最小值为　　（　　）

A. 2

B. 4

C. $2\sqrt{2}$

D. 8

7. 设函数 $f(x)=mx^2-mx-1$，若对于 $x\in[1,3]$，$f(x)<-m+4$ 恒成立，则实数 m 的取值范围为　　（　　）

A. $(-\infty,0]$

B. $\left[0,\frac{5}{7}\right)$

C. $(-\infty,0)\cup\left(0,\frac{5}{7}\right)$

D. $\left(-\infty,\frac{5}{7}\right)$

8. 已知实数 a,b 满足 $2b^2-a^2=4$，则 $|a-2b|$ 的最小值为________.

9. 已知 $a,b\in\mathbf{R}_+$，且 $a+2b=3$，则 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的最小值是________.

10. 已知 $x>0,y>0$，且 $x+y=1$，若 $a\leqslant\frac{1}{x}+\frac{9}{y}$ 恒成立，则实数 a 的最大值为________.

11. 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0(a,b,c\in\mathbf{R})$ 的解集为 $\{x|3<x<4\}$，则 $\frac{c^2+5}{a+b}$ 的最小值为________.

12. 已知正实数 x,y 满足 $xy+2x+3y=42$，则 $xy+5x+4y$ 的最小值为________.

能力提升

13. 已知正数 x,y 满足 $xy+\frac{y}{x}=2-4y^2$，则 y 的最大值为________.

14. 已知函数 $f(x)=\left|\frac{4}{x}-a\right|+x+a$ 在区间 $[1,4]$ 上的最大值是5，则实数 a 的取值范围是________.

15. 若 $a+b\neq 0$，则 $a^2+b^2+\frac{1}{(a+b)^2}$ 的最小值为________.

16. 已知不等式 $2bt^2+3at-2b-3\leqslant 0$，$t\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$ 恒成立，则 $a+b$ 的最小值为________.

X 45分钟 限时集训(四)

第 4 讲 导数的应用

基础过关

1. 曲线 $f(x)=e^{4x}-x-2$ 在点$(0,f(0))$处的切线方程是 ( )

A. $3x+y+1=0$

B. $3x+y-1=0$

C. $3x-y+1=0$

D. $3x-y-1=0$

2. 若曲线 $y=\dfrac{x^n}{e^x}$ 在点$\left(1,\dfrac{1}{e}\right)$处的切线的斜率为$\dfrac{4}{e}$,则 $n=$ ( )

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

3. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+(2-a)x^2+x-4$ 在$(0,2]$上为增函数,则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $a\leqslant4$

B. $a\leqslant3$

C. $a>4$

D. $a<3$

4. 已知函数 $f(x)=2\ln x+ax^2-3x$ 在 $x=2$ 时取得极小值,则 $f(x)$的极大值为 ( )

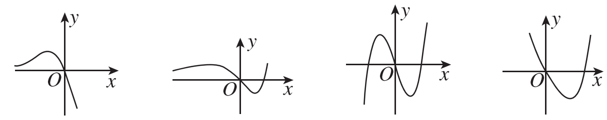
A. 2

B. $-\dfrac{5}{2}$

C. $3+\ln 2$

D. $-2+2\ln 2$

5. 函数 $f(x)=(x^2+tx)e^x$(实数 t 为常数,且 $t<0$)的图像大致是 ( )



A　　B　　C　　D

图 X4-1

6. 若函数 $f(x)=e^x(\cos x-a)$在区间$\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$上单调递减,则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $(-\sqrt{2},+\infty)$

B. $(1,+\infty)$

C. $[\sqrt{2},+\infty)$

D. $[1,+\infty)$

7. 函数 $f(x)$的导函数 $f'(x)$满足 $f'(x)>f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上恒成立,且 $f(1)=e$,则下列判断一定正确的是 ( )

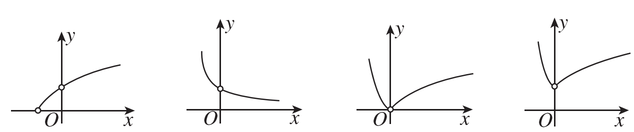
A. $f(0)<1$

B. $f(-1)<f(0)$

C. $f(0)>0$

D. $f(-1)>f(0)$

8. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{\ln(x+1)}$的图像大致是 ( )



A　　B　　C　　D

图 X4-2

9. 已知直线 l 既是曲线 $C_1:y=e^x$ 的切线,又是曲线 $C_2:y=\dfrac{1}{4}e^2x^2$ 的切线,则直线 l 在 x 轴上的截距为 ( )

A. 2　　B. 1

C. e^2　　D. $-e^2$

10. 若函数 $f(x)=6xe^x-2ax^3-3ax^2$ 存在三个极值点,则实数 a 的取值范围为（　　）

A. $(0,e)$

B. $\left(0,\frac{1}{e}\right)$

C. $(e,+\infty)$

D. $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$

11. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$,且 $f(x)=f(x+2)$,$f'(-x)=-f'(x)$,若当 $x\in(0,1)$ 时,$f'(x)<0$,则（　　）

A. $f\left(\ln\frac{1}{2}\right)-f\left(\ln 3\right)<0$

B. $f\left(2\ln\frac{1}{2}\right)-f\left(\ln 3\right)>0$

C. $f\left(\ln\frac{1}{2}\right)+f\left(\ln 3\right)<0$

D. $f\left(2\ln\frac{1}{2}\right)+f\left(\ln 3\right)>0$

12. 已知函数 $f(x)=x^3+ax+b$ 的图像在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $2x-y-5=0$,则 $a=$________,$b=$________.

13. 若曲线 $y=x^2-2\ln x$ 的一条切线的斜率是 3,则切点的横坐标为________.

14. 已知函数 $f(x)=x^2-2\ln x+a$ 的最小值为 2,则 $a=$________.

■ 能力提升

15. 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上都存在导函数 $f'(x)$,对于任意的实数 x 都有 $\frac{f(-x)}{f(x)}=e^{2x}$,当 $x<0$ 时,$f(x)+f'(x)>0$,若 $e^af(2a+1)\geqslant f(a+1)$,则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $\left[0,\frac{2}{3}\right]$

B. $\left[-\frac{2}{3},0\right]$

C. $[0,+\infty)$

D. $(-\infty,0]$

16. 已知函数 $f(x)=\frac{x+1}{e^x}-ax$ 有两个极值点,则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $\left(-\frac{1}{e},+\infty\right)$

B. $(-1,+\infty)$

C. $(-1,0)$

D. $\left(-\frac{1}{e},0\right)$

17. 已知函数 $f(x)=e^x-e^{-x}$,若对任意的 $x\in(0,+\infty)$,$f(x)>mx$ 恒成立,则实数 m 的取值范围为（　　）

A. $(-\infty,1)$

B. $(-\infty,1]$

C. $(-\infty,2)$

D. $(-\infty,2]$

18. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足当 $x>0$ 时,$f(x)=\frac{2}{\pi}x-\ln x+\ln\frac{\pi}{2}$,则函数 $g(x)=f(x)-\sin x$ 的零点个数是（　　）

A. 1

B. 2

C. 3

D. 5

19. 已知不等式 $x+a\ln x+\frac{1}{e^x}\geqslant x^a$ 对 $x\in(1,+\infty)$ 恒成立,则实数 a 的最小值为（　　）

A. $-\sqrt{e}$

B. $-\frac{e}{2}$

C. $-e$

D. $-2e$

20. 设 a 为整数,若对任意的 $x\in(0,+\infty)$,不等式 $\frac{e^x+3}{x}\geqslant e^a$ 恒成立,则 a 的最大值是________.

X 45分钟 限时集训(五)

第5讲 导数的热点问题

基础过关

1. 已知函数 $f(x)=\ln x-xe^{x}+ax(a\in\mathbf{R})$.

(1)若函数 $f(x)$在$[1,+\infty)$上单调递减,求实数 a 的取值范围;

(2)若 $a=1$,求 $f(x)$的最大值.

2. 已知函数 $f(x)=\frac{a}{e^{x}}+\ln x,a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $a=e$,求曲线 $y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程;

(2)求函数 $f(x)$的极值点个数.

3. 设函数 $f(x)=e^{x}+ae^{-x},a\in\mathbf{R}$.

(1)判断 $f(x)$的单调性,并求极值;

(2)若 $a=-1$,且对所有 $x\geqslant0,f(x)\geqslant mx$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

4. 已知函数 $f(x)=(x-a)e^{x}+1(a\in \mathbf{R})$，$g(x)=x^{3}$.

(1)若函数 $f(x)$有两个零点，求实数 a 的取值范围；

(2)证明：当 $a=1$，$x\in\left(\frac{1}{3},1\right)$时，$f(x)>g(x)$.

■ 能力提升

5. 设函数 $f(x)=\ln x+ax^{2}-a+1$，$g(x)=\frac{ex}{e^{x}}$.

(1)若 $g(x_1)=g(x_2)=t$(其中 $x_1\neq x_2$).

①求实数 t 的取值范围；

②证明：$2x_1x_2<x_1+x_2$.

(2)是否存在实数 a，使得 $f(x)\leqslant g(x)$在区间$(0,+\infty)$内恒成立，且关于 x 的方程 $f(x)=g(x)$在$(0,+\infty)$内有唯一解？请说明理由.

X 45分钟 限时集训（六）

第6讲 平面向量

基础过关

1. 已知$\overrightarrow{AB}=(2,3)$，$\overrightarrow{AC}=(4,7)$，则$\overrightarrow{BC}=$ （ ）

A. $(-2,-4)$　　B. $(2,4)$

C. $(6,10)$　　D. $(-6,-10)$

2. 如图X6-1所示，在△ABC中，$AD=\frac{2}{3}AB$，$BE=\frac{1}{2}BC$，则$\overrightarrow{DE}=$ （ ）

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$

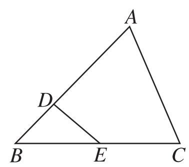


图 X6-1

3. 已知向量$\boldsymbol{a}=(2,-1)$，$\boldsymbol{b}=(m+1,3m)$，若$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则$|\boldsymbol{b}|=$ （ ）

A. 1　　B. $3\sqrt{5}$

C. -1　　D. 7

4. 已知$\boldsymbol{a}=(-1,3)$，$\boldsymbol{b}=(m,m-4)$，$\boldsymbol{c}=(2m,3)$，若$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=$ （ ）

A. -7　　B. -2　　C. 5　　D. 8

5. △ABC内一点O满足$\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=\mathbf{0}$，直线$AO$交$BC$于点$D$，则 （ ）

A. $2\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{DC}=\mathbf{0}$　　B. $3\overrightarrow{DB}+2\overrightarrow{DC}=\mathbf{0}$

C. $\overrightarrow{OA}-5\overrightarrow{OD}=\mathbf{0}$　　D. $5\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}=\mathbf{0}$

6. 设D为△ABC所在平面内一点，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{CD}$，若$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda-\mu=$ （ ）

A. $-\frac{5}{3}$　　B. $-\frac{4}{3}$

C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{5}{3}$

7. $A(a,1)$，$B(2,b)$，$C(4,5)$为坐标平面内三点，O为坐标原点，若$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OB}$在$\overrightarrow{OC}$方向上的投影相同，则a,b满足的关系式为 （ ）

A. $4a-5b=3$

B. $5a-4b=3$

C. $4a+5b=14$

D. $5a+4b=14$

8. 如图X6-2所示，在△ABC中，G为△ABC的重心，M为AC上一点，且满足$\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{AM}$，则 （ ）

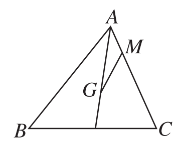


图 X6-2

A. $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{12}\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{GM}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{12}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{GM}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$

9. 两个非零向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$，则向量$\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$的夹角为 （ ）

A. $\frac{5}{6}\pi$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{2}{3}\pi$

D. $\frac{\pi}{3}$

10. 在直角三角形ABC中，$\angle A=90°$，$AB=2$，$AC=4$，P在△ABC斜边BC的中线AD上，则$\overrightarrow{AP}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最大值为 （ ）

A. $\frac{25}{8}$　　B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{25}{4}$　　D. $\frac{25}{2}$

11. 若非零向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$满足$\boldsymbol{a}^2=(5\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}$，则$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$的最小值为________.

12. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(1,2m)$，$\boldsymbol{b}=(1,m)$，且 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影是$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则实数 $m=$________.

13. 已知$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$，$\boldsymbol{b}\perp(t\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(t\in\mathbf{R})$，则$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=$________，$t=$________.

14. 在直角三角形 AOB 中，$\angle AOB=90°$，$|\overrightarrow{OA}|=1$，$|\overrightarrow{OB}|=2$，OC 平分$\angle AOB$ 且与 AB 相交于 C，则$\overrightarrow{OC}$在$\overrightarrow{OA}$方向上的投影为________.

■ 能力提升

15. 已知$\triangle ABC$ 是边长为 a 的正三角形，且 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}(\lambda\in\mathbf{R})$，设 $f(\lambda)=\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{CM}$，当函数 $f(\lambda)$的最大值为-2 时，$a=$　　（　　）

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

B. $4\sqrt{2}$

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

D. $4\sqrt{3}$

16. 已知$\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形，点 P 为平面内一点，且$|\overrightarrow{CP}|=\sqrt{3}$，则 $\overrightarrow{PC}\cdot(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})$的取值范围是　　（　　）

A. $[0,12]$

B. $\left[0,\frac{3}{2}\right]$

C. $[0,6]$

D. $[0,3]$

17. 若平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{c}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，且 $\boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$，则$|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}|$的取值范围是　　（　　）

A. $[\sqrt{2},\sqrt{6}]$

B. $[\sqrt{3},\sqrt{7}]$

C. $[\sqrt{3},\sqrt{5}]$

D. $[1,3]$

18. 如图 X6-3 所示，圆 O 是边长为 2 的正方形 $ABCD$ 的内切圆，若 P,Q 是圆 O 上的两个动点，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CQ}$的取值范围为　　（　　）

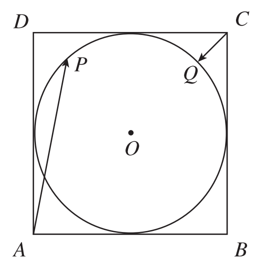


图 X6-3

A. $[-3-2\sqrt{2},0]$

B. $[-3-2\sqrt{2},-1]$

C. $[-5,0]$

D. $[-5,-1]$

19. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b}|=1$，则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}|$的取值范围是________.

20. 已知$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|+|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$的取值范围为________.

限时集训(七)

45分钟

第7讲 三角函数与解三角形

基础过关

1. 已知角 α 的顶点与原点重合,始边与 x 轴非负半轴重合,终边过点 $(\sqrt{5},-2)$,则 $\sin(\alpha-3\pi)=$ ( )

A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $-\frac{2}{3}$　D. $\frac{2}{3}$

2. 若 $\tan\alpha=3$,则 $\sin 2\alpha=$ ( )

A. $\frac{3}{5}$　B. $-\frac{3}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$　D. $\frac{4}{5}$

3. 下列关于函数 $f(x)=|\sin\pi x|$ 的说法,正确的是 ( )

A. $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上是增函数

B. $f(x)$ 是以 π 为周期的周期函数

C. $f(x)$ 是奇函数

D. $f(x)$ 是偶函数

4. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 的图像的两个相邻的对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$,为了得到函数 $g(x)=\sin\omega x$ 的图像,需将函数 $f(x)$ 的图像 ( )

A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

C. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

D. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

5. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$,则 $\sin 2\alpha=$ ( )

A. $\frac{7}{25}$　B. $\frac{1}{5}$

C. $-\frac{1}{5}$　D. $-\frac{7}{25}$

6. 将函数 $f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1$ 的图像上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$(纵坐标不变)得到函数 $g(x)$ 的图像,则下列说法正确的是 ( )

A. 函数 $g(x)$ 的图像关于点 $\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$ 对称

B. 函数 $g(x)$ 的周期是 $\frac{\pi}{2}$

C. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增

D. 函数 $g(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$ 上的最大值是 1

7. 函数 $f(x)=2\sin x\cos x+2\cos^2 x-1$ 的图像的一个对称轴方程为 ( )

A. $x=\frac{\pi}{8}$　B. $x=\frac{\pi}{4}$

C. $x=\frac{\pi}{2}$　D. $x=-\frac{\pi}{4}$

8. 将函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x$ 图像上各点的横坐标伸长到原来的 3 倍(纵坐标不变),再向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度,则所得函数图像的一个对称中心为 ( )

A. $\left(\frac{3\pi}{8},0\right)$

B. $\left(-\frac{3\pi}{8},-1\right)$

C. $\left(-\frac{3\pi}{8},0\right)$

D. $\left(\frac{3\pi}{8},-1\right)$

9. 已知 a,b,c 分别为 $\triangle ABC$ 的三个内角 A,B,C 的对边,$C=45°$,$c=\sqrt{2}$,$a=x$,若满足条件的 $\triangle ABC$ 有两个,则 x 的取值范围是 ( )

A. $x>\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2}<x<2$

C. $1<x<2$

D. $1<x<\sqrt{2}$

10. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 在区间 $\left(\frac{7\pi}{12},\frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调，且 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$，$f\left(\frac{3\pi}{4}\right)=0$，则 ω 的最大值为（　　）

A. 7　　B. 9

C. 11　　D. 13

11. 若 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{1}{3}$，则 $\cos\alpha=$________，$\cos 2\alpha+\cos\alpha=$________.

12. 函数 $f(x)=\sin^3x+3\cos^2x\left(x\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]\right)$ 的值域为________.

13. 在△ABC 中，$\angle BAC=120°$，$AB=8$，$AC=4$，点 D 在边 BC 上，且 $DC=3BD$，则 $AD=$________.

14. 在如图 X7-1 所示的平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=60°$，$\angle B=120°$，$AB=2$，$AD=3$，若四边形 $ABCD$ 的面积为 $4\sqrt{3}$，则 BC 的长为________.

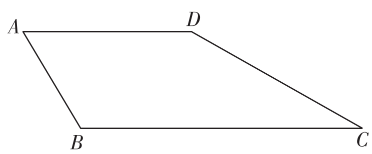


图 X7-1

■ 能力提升

15. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$，其中 $\omega>0$，$0<\varphi<\pi$，$f(x)\leqslant f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 恒成立，且 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 上恰有两个零点，则 ω 的取值范围是（　　）

A. (6,10)

B. (6,8)

C. (8,10)

D. (6,12)

16. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 的图像和 $g(x)=3\cos(2x+\varphi)+1\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图像的对称轴完全相同，则下列关于 $g(x)$ 的说法正确的是（　　）

A. 最大值为 3

B. 在区间 $\left(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{12}\right)$ 上单调递减

C. 点 $\left(\frac{\pi}{12},0\right)$ 是其图像的一个对称中心

D. 直线 $x=-\frac{\pi}{6}$ 是其图像的一条对称轴

17. 已知函数 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，若方程 $f(x)=\frac{1}{3}$ 在 $(0,\pi)$ 上的解为 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，则 $\sin(x_1-x_2)=$（　　）

A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{3}$

18. 在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若△ABC 的周长为 7，面积为 $\frac{3\sqrt{7}}{4}$，$\cos C=-\frac{1}{8}$，则 $c=$________.

19. 在△ABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，BC 边上的高为 $\frac{a}{2}$，则 $\frac{b}{2c}+\frac{c}{2b}$ 的最大值是________.

20. 如图 X7-2 所示，在△ABC 中，$BC=2\sqrt{3}$，$AC=3$，$A=2B$，则 $\cos B=$________；若 D 是边 BC 上一点，且 $AD\perp AC$，则△ABD 的面积为________.

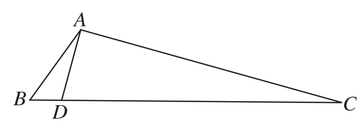


图 X7-2

X 45分钟 限时集训（八）

第 8 讲 三角恒等变换与解三角形

基础过关

1. 已知函数 $f(x)=4\cos x\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+1$.

(1)求 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$的值；

(2)求 $f(x)$的最小正周期.

2. 在$\triangle ABC$中，内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，已知 $c=1,C=\frac{\pi}{3}$.

(1)若 $\cos(\theta+C)=\frac{1}{5}$，$0<\theta<\pi$，求 $\cos\theta$；

(2)若 $\sin C+\sin(A-B)=3\sin 2B$，求$\triangle ABC$的面积.

3. 已知函数 $f(x)=4a\cos x\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$，且 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

(1)求 a 的值及 $f(x)$的最小正周期；

(2)若 $f(x)$在区间$[0,m]$上单调递增，求 m 的最大值.

4. 在$\triangle ABC$中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$a=3$，$b=2\sqrt{3}$，$\cos B=-\frac{1}{3}$.

(1)求 c 的值；

(2)若 D 为 BC 边上的点，且 $AD=\frac{4}{3}$，求$\angle ADB$.

■ 能力提升

5. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，$\sin^2 A+\sin^2 B+\sin A\sin B=2c\sin C$，$\triangle ABC$的面积$S=abc$.
(1)求角C的大小；
(2)求$\triangle ABC$周长的取值范围.

6. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$\dfrac{\sin C-\sqrt{3}\sin B}{\sin A+\sin B}=\dfrac{a-b}{c}$.
(1)求角A的大小；
(2)若$2\sin A\sin B=1+\cos C$，$\angle BAC$的平分线与BC交于点D，与$\triangle ABC$的外接圆交于点E（异于点A），$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AD}$，求$\lambda$的值.

解答题特训(一)

45分钟

三角函数

基础过关

1. 已知函数 $f(x)=4\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0\leqslant\varphi<\pi)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$，且当 $x=0$ 时，$f(x)$ 取得最大值.

(1)求 ω,φ 的值；

(2)若 $f\left(\frac{\alpha}{4}\right)=-\frac{4}{3}$，且 $0<\alpha<\pi$，求 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$ 的值.

2. 已知函数 $f(x)=4\cos x\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1$.

(1)求 $f(x)$ 的最小正周期和单调递减区间.

(2)将 $y=f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到 $y=g(x)$ 的图像. 若 $g(x)$ 在 $(0,m)$ 内是单调函数，求实数 m 的最大值.

3. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期为 π，且 $\cos 2\varphi+\cos\varphi=0$.

(1)求 ω 和 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 的值；

(2)若 $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{3}{5}\ (0<\alpha<\pi)$，求 $\sin\alpha$.

4. 已知 $f(x)=2\cos x\cdot\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x-\sin^2 x$.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

(2)若在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，设 $\triangle ABC$ 的内角 A 满足 $f(A)=2$，而 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\sqrt{3}$，求 BC 边上的高 AD 的最大值.

■ 能力提升

5. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图像如图 T1-1 所示,$C\left(\frac{5}{2},0\right)$是图像与 x 轴的交点,A,B 分别是图像的最高点与最低点,且 $AB=5$.

(1)求函数 $f(x)$的解析式;

(2)求函数 $g(x)=f(x)+f\left(x+\frac{3}{2}\right)$,$x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$的最大值.

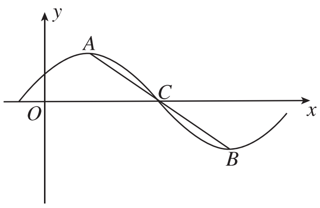


图 T1-1

6. 在$\triangle ABC$中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且满足 $\cos 2C-\cos 2A=2\sin\left(\frac{\pi}{3}+C\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}-C\right)$.

(1)求 A 的值;

(2)若 $a=\sqrt{3}$且 $b\geqslant a$,求 $2b-c$ 的取值范围.

限时集训(九)

30分钟

第 9 讲 数列、等差数列与等比数列

基础过关

1. 在等比数列$\{a_n\}$中,已知$a_1a_3=a_4=4$,则$a_6=$ ( )
A. 6 B. -6
C. -8 D. 8

2. 设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$a_1+a_3=6$,$S_{10}=100$,则$a_5=$ ( )
A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

3. 各项均不为零的等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$a_2+S_3=0$,则公比$q=$ ( )
A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

4. 设$\{a_n\}$是等差数列,则下列命题一定正确的是 ( )
A. 若$a_1+a_2>0$,则$a_2+a_3>0$
B. 若$a_1+a_3<0$,则$a_2+a_3<0$
C. 若$0<a_1<a_2$,则$a_2>\sqrt{a_1a_3}$
D. 若$a_1<0$,则$(a_2-a_1)(a_2-a_3)<0$

5. 已知等差数列$\{a_n\}$是递增数列,且满足$a_1+a_{10}=4$,则a_8的取值范围是 ( )
A. $(2,4)$ B. $(2,+\infty)$
C. $(-\infty,2)$ D. $(4,+\infty)$

6. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 2,且a_5是a_2与a_6的等比中项,则该数列的前n项和S_n取最小值时,n的值为 ( )
A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

7. 《周髀算经》中有一个问题:从冬至日起,小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气的日影长依次成等差数列,若冬至、立春、春分的日影长的和是 37.5 尺,芒种的日影长为 4.5 尺,则冬至的日影长为 ( )
A. 15.5 尺 B. 12.5 尺
C. 10.5 尺 D. 9.5 尺

8. 等比数列$\{a_n\}$的前n项的乘积记为T_n,若$T_2=T_9=512$,则$T_8=$ ( )
A. 1024 B. 2048 C. 4096 D. 8192

9. 已知数列$\{a_n\}$是等比数列,若$ma_6\cdot a_7=a_8^2-2a_4\cdot a_9$,且公比$q\in(\sqrt[3]{5},2)$,则实数$m$的取值范围是 ( )
A. $(2,6)$ B. $(2,5)$
C. $(3,6)$ D. $(3,5)$

10. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=a_n+\log_3\left(1-\frac{2}{2n+1}\right)$,则$a_{41}=$ ( )
A. -1 B. -2
C. -3 D. $1-\log_3 40$

11. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列,$\{b_n\}$是正项等比数列,且$b_1=1$,$b_3=b_2+2$,$b_4=a_3+a_5$,$b_5=a_4+2a_6$,则$a_{2019}+b_9=$ ( )
A. 2025 B. 2529
C. 2026 D. 2275

12. 如图 X9-1 所示,最大的三角形是边长为 2 的等边三角形,将这个三角形各边的中点相连得到第 2 个等边三角形,依此类推,一共得到 10 个等边三角形,则这 10 个三角形的面积和为________.

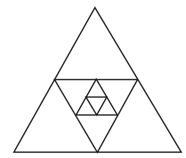


图 X9-1

13. 已知数列$\{a_n\}$的前n项积为T_n,若$\forall n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*$,$T_{n+1}\cdot T_{n-1}=2T_n^2$成立,且$a_1=1$,$a_2=2$,则数列$\{a_n\}$的前 10 项和为________.

14. 天坛公园是明、清两代皇帝“祭天”“祈谷”的场所.天坛公园中的圜丘坛共有三层,上层坛的中心是一块呈圆形的大理石板,从中心向外围以扇环石板铺成.上层坛从第一环至第九环共有九环,中层坛从第十环至第十八环共有九环,下层坛从第十九环至第二十七环共有九环.第一环的扇环石板有 9 块,从第二环起,每环的扇环石板比前一环多 9 块,则第二十七环的扇环石板的块数是________,上、中、下三层坛所有的扇形石板块数是________.

15. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_4=10$,$S_8=36$,则当$n\in\mathbf{N}^*$时,$\frac{a_n}{S_{n+3}}$的最大值为________.

16. 若数列$\{a_n\}$满足$2a_1+2^2a_2+2^3a_3+\cdots+2^na_n=2n(n\in\mathbf{N}^*)$,则数列$\{a_n\}$的前$n$项和$S_n=$________.

能力提升

17. 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$都是公差为 1 的等差数列,其首项分别为$a_1,b_1$,$a_1>b_1$,且$a_1+b_1=5$,$a_1,b_1\in\mathbf{N}^*$,设$c_n=a_{b_n}$,则数列$\{c_n\}$的前 100 项和等于 ( )
A. 4950 B. 5250 C. 5350 D. 10 300

18. 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$满足:$a_1>0$,$b_1>0$,$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{b_n}$,$b_{n+1}=b_n+\frac{1}{a_n}$,其中$n\in\mathbf{N}^*$,则 ( )
A. $a_{50}+b_{50}>20$,$a_{50}b_{50}>100$
B. $a_{50}+b_{50}>20$,$a_{50}b_{50}<100$
C. $a_{50}+b_{50}<20$,$a_{50}b_{50}>100$
D. $a_{50}+b_{50}<20$,$a_{50}b_{50}<100$

19. 如图 X9-2,在杨辉三角中,斜线l的上方,从 1 开始箭头所示的数组成一个锯齿形数列$\{a_n\}$:1,3,3,4,6,5,10,…,记其前n项和为S_n,则S_{19}等于 ( )
A. 129 B. 172
C. 228 D. 283

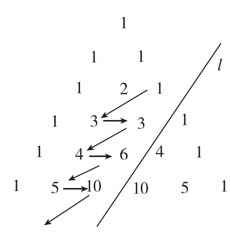


图 X9-2

20. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$a_1=4$,$4S_n=a_1+a_2+\cdots+a_{n+1}$,则$a_n=$________.

21. 各项均为正数的数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_n\cdot a_{n+2}=3a_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,则$a_5\cdot a_{2019}=$________.

22. 数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,定义$\{a_n\}$的“优值”$H_n=\frac{a_1+2a_2+\cdots+2^{n-1}a_n}{n}$.已知$\{a_n\}$的“优值”$H_n=2^n$,则$S_n=$________.

限时集训（十）

45分钟

第10讲　数列求和及数列的简单应用

基础过关

1. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_3=2$，$S_6=15$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若从数列$\{a_n\}$中依次取出第1项，第2项，第4项，第8项，…，第2^{n-1}项，按原来的顺序组成一个新的数列$\{b_n\}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

2. 已知正项数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足$2S_n=a_{n+2}-2$，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)若数列$\{a_n\}$为等比数列，求数列$\{a_n\}$的公比q；

(2)若$a_2=a_1=1$，$b_n=a_{n+1}+a_n$，求数列$\{b_n\}$的通项公式.

3. 在数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+2$，$b_1=3$，$b_2=7$，等比数列$\{c_n\}$满足$c_n=b_n-a_n$.

(1)求数列$\{a_n\}$和$\{c_n\}$的通项公式；

(2)若$b_6=a_m$，求m的值.

4. 已知各项均不为0的等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_8=15$，且a_1，a_2，S_3成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式与S_n；

(2)设$b_n=\dfrac{1}{S_n+2n}$，数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，求证：$T_n<\dfrac{3}{4}$.

能力提升

5\. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$a_1=1$，$2S_n=na_{n+1}$（$n\in\mathbf{N}^*$）.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $b_n=(-1)^n\dfrac{a_{2n+1}}{a_na_{n+1}}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，若 $|T_m+1|<\dfrac{1}{2019}$，求正整数 m 的最小值.

6\. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n=2a_n-n$.

(1)求证：数列 $\{a_n+1\}$ 是等比数列，并求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若数列 $\{b_n\}$ 为等差数列，且 $b_3=a_2$，$b_7=a_3$，求数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和 T_n.