全品®
CANPOINT®
教与学整体设计

全品学练考

练习册

LEARN
PRACTISE
TEST

高中数学

选修4-4 新课标（BS）

黄河出版传媒集团
阳光出版社

Contents

目录 | 练习册

课时习题 + 模块测评

第一章　坐标系

§1　平面直角坐标系

1.1　平面直角坐标系与曲线方程

基础检验

1. 将圆 $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ 平分的直线是　　　　(　　)

A. $x+y-1=0$

B. $x+y+3=0$

C. $x-y+1=0$

D. $x-y+3=0$

2. 下列选项中的方程表示图中曲线的是　　　　(　　)

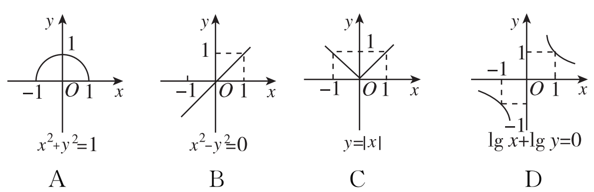

图 L1-1-1

3. 点 $A(1,-2)$在曲线 $x^2-2xy+ay+5=0$ 上,则 $a=$　　　　(　　)

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

4. 在下列选项中,表示曲线$|x|y=1$ 的是　　　　(　　)

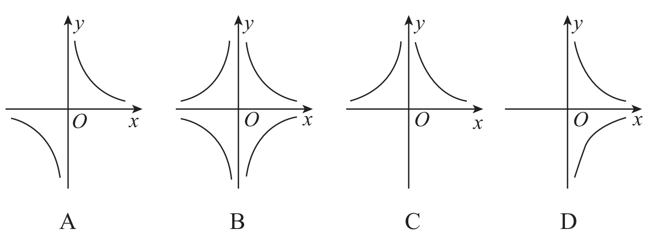

图 L1-1-2

5. 已知点 $P(x,y)$在第四象限,它到 x 轴的距离为 2,到 y 轴的距离为 1,则点 P 的坐标为________.

6. 当 $0<m<1$ 时,点 $P(3m+2,m-1)$在第________象限.

7. 方程 $y=\sqrt{x^2-2x+1}$所表示的图形是________________.

8. 点 $P(2,3)$关于 y 轴的对称点是________.

9. 给出下列说法:

①方程$\frac{y}{x-2}=1$表示斜率为 1,在 y 轴上的截距为-2 的直线;

②到 x 轴的距离为 2 的点的轨迹方程为 $y=-2$;

③方程$(x^2-4)^2+(y^2-4)^2=0$ 表示四个点.

其中正确说法的序号是________.

能力提升

10. 已知点 $P(2-a,3a+6)$,且点 P 到两坐标轴的距离相等,求点 P 的坐标.

11. 如图 L1-1-3,已知 A,B 两村庄的坐标分别为$(2,2)$,$(6,4)$,一辆汽车从原点 O 出发,在 x 轴上行驶.

(1)汽车行驶到什么位置时离 A 村庄最近?写出此点的坐标.

(2)汽车行驶到什么位置时与 A,B 两村庄的距离相等?写出此点的坐标.

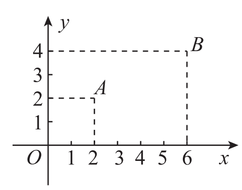
图 L1-1-3

12. 设过点 $P(x,y)$的直线分别与 x 轴的正半轴和 y 轴的正半轴交于 A,B 两点，点 Q 与点 P 关于 y 轴对称，O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$，且 $\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{AB}=1$，求点 P 的轨迹方程.

13. 如图 L1-1-4 所示，求证：$\triangle ABC$ 的三条高线 AD,BE,CF 相交于一点.

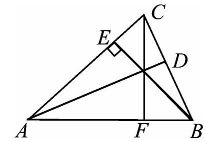

图 L1-1-4

错误类型

A. 审题不清　　B. 基础知识理解有误

C. 计算马虎　　D. 考虑问题不够全面

E. 方法不当　　F. 其他错误

错题：

错因：

解题体会

1.2　平面直角坐标轴中的伸缩变换

基础检验

1. 通过伸缩变换,下列曲线形态可能发生变化的是　(　　)

①直线　②圆　③椭圆　④双曲线　⑤抛物线

A. ②③　　B. ①④⑤

C. ①②③　　D. ②③④⑤

2. 点$\left(-\frac{2}{3},6\right)$经过伸缩变换$\begin{cases}x'=3x,\\ y'=\frac{1}{2}y\end{cases}$后的点的坐标是　(　　)

A. $(-2,2)$　　B. $(-2,3)$

C. $(2,2)$　　D. $(2,3)$

3. 将点$(2,3)$变成点$(3,2)$的伸缩变换是　(　　)

A. $\begin{cases}x'=\frac{2}{3}x\\ y'=\frac{3}{2}y\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x'=\frac{3}{2}x\\ y'=\frac{2}{3}y\end{cases}$

C. $\begin{cases}x'=y\\ y'=x\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x'=x+1\\ y'=y-1\end{cases}$

4. 直线$2x+3y-1=0$经过伸缩变换可以化为$6x'+6y'-1=0$,则坐标变换公式是　(　　)

A. $\begin{cases}x'=\frac{1}{3}x,\\ y'=\frac{1}{2}y\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x'=\frac{1}{3}x,\\ y'=2y\end{cases}$

C. $\begin{cases}x'=3x,\\ y'=\frac{1}{2}y\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x'=3x,\\ y'=2y\end{cases}$

5. 点P经过伸缩变换$\begin{cases}x'=3x,\\ y'=2y\end{cases}$后的点的坐标是$(3\pi,-4)$,则点$P$的坐标是________.

6. 正弦曲线$y=\sin x$经过伸缩变换$\begin{cases}x'=\frac{1}{3}x,\\ y'=2y\end{cases}$后,得到的曲线方程是____________.

7. 曲线C经过伸缩变换$\begin{cases}x'=\frac{1}{3}x,\\ y'=\frac{1}{2}y\end{cases}$后的曲线方程是$4x'^2-9y'^2=36$,则曲线$C$的方程是____________.

8. 曲线C经过伸缩变换$\begin{cases}x'=\frac{1}{2}x,\\ y'=3y\end{cases}$后对应曲线的方程为$x'^2-y'^2=1$,则曲线$C$的焦点坐标为________.

9. 在同一直角坐标系中,把曲线$50x^2+72y^2=1$变为曲线$2x'^2+8y'^2=1$的伸缩变换是____________.

10. 把椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$变成圆$x'^2+y'^2=4$的一个伸缩变换为__________.

能力提升

11. 在下列平面直角坐标系中,分别作出双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的图形:

(1)x轴与y轴具有相同的单位长度;

(2)x轴上的单位长度为y轴上单位长度的2倍;

(3)x轴上的单位长度为y轴上单位长度的$\frac{1}{2}$.

12. 在同一平面直角坐标系中,已知伸缩变换φ:$\begin{cases}x'=3x,\\ 2y'=y.\end{cases}$

(1)求点$A\left(\frac{1}{3},-2\right)$经过变换$\varphi$后所得的点$A'$的坐标;

(2)点B经过变换φ后得到点$B'\left(-3,\frac{1}{2}\right)$,求点$B$的坐标;

(3)求直线l:$y=6x$经过变换φ后所得到的直线l'的方程.

13．已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，P 是线段 AB 的中点，经过伸缩变换后，点 P，A，B 分别变为 P'，A'，B'，求证：P'是线段 $A'B'$的中点．

14．在同一平面直角坐标系中，经过伸缩变换$\begin{cases}x'=2x,\\ y'=\frac{1}{4}y\end{cases}$后，曲线 C 变为曲线$\frac{x'^2}{16}+4y'^2=1$，求曲线 C 的方程并画出图形．

错误类型

A. 审题不清　　B. 基础知识理解有误
C. 计算马虎　　D. 考虑问题不够全面
E. 方法不当　　F. 其他错误

错题：

错因：

解题体会

§2　极坐标系

2.1　极坐标系的概念

基础检验

1. 对于图 L1-2-1 中 A 点的极坐标下列表示不正确的是 (　　)

A. $\left(4,\frac{\pi}{2}\right)$

B. $\left(4,\frac{5\pi}{2}\right)$

C. $\left(-4,\frac{3\pi}{2}\right)$

D. $\left(-4,\frac{5\pi}{2}\right)$

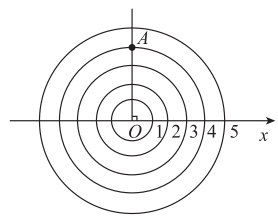

图 L1-2-1

2. 下列说法正确的个数为 (　　)

①点的极坐标的表示是唯一的;②极角 θ 的取值范围为$[0,2\pi)$;③极径表示点到极点的距离,极径必须大于或等于零;④当点 M 在极点时,M 的极坐标可以表示为$(0,0)$.

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

3. 已知点 A,B 的极坐标分别为$\left(3,\frac{\pi}{3}\right)$和$\left(2\sqrt{3},\frac{\pi}{6}\right)$,则 A,B 两点之间的距离等于 (　　)

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $3\sqrt{3}$

4. 在极坐标系中,点 A 的极坐标为$\left(4,\frac{\pi}{3}\right)$,则点 A 关于直线$\theta=\frac{\pi}{2}(\rho\in\mathbf{R})$的对称点的极坐标是 (　　)

A. $\left(-4,\frac{2\pi}{3}\right)$　　B. $\left(-4,\frac{\pi}{3}\right)$

C. $\left(4,\frac{2\pi}{3}\right)$　　D. $\left(4,\frac{\pi}{3}\right)$

5. 在极坐标系中,与点 $P\left(-3,-\frac{\pi}{6}\right)$不表示同一个点的极坐标是________(填序号).

①$\left(3,-\frac{\pi}{6}\right)$;②$\left(3,\frac{5\pi}{6}\right)$;

③$\left(-3,\frac{11}{6}\pi\right)$;④$\left(-3,-\frac{13\pi}{6}\right)$.

6. 在极坐标系中,下列点在极点 O 和 $A\left(2,\frac{3\pi}{4}\right)$连线所在直线上的有________(填序号).

①$\left(3,\frac{7\pi}{4}\right)$;②$\left(2,\frac{\pi}{4}\right)$;③$\left(3,-\frac{3\pi}{4}\right)$;

④$\left(2,-\frac{9\pi}{4}\right)$;⑤$\left(3,-\frac{5\pi}{4}\right)$;⑥$\left(4,\frac{5\pi}{4}\right)$.

7. 在极坐标系中,点(ρ,θ)与$(-\rho,\pi-\theta)$的位置关系为________________.

8. 在极坐标系中,已知 $P\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$,$Q\left(2,\frac{2\pi}{3}\right)$,则线段 PQ 的中点 M 的极坐标$(\rho\geqslant0,0\leqslant\theta<2\pi)$为____________.

9. 已知 A,B 两点的极坐标分别为$\left(3,\frac{\pi}{2}\right)$和$\left(3,\frac{\pi}{6}\right)$,则$|AB|=$______,直线 AB 与极轴正方向所成的角为________.

10. 在极坐标系中,若 $A\left(3,\frac{\pi}{3}\right)$,$B\left(-4,\frac{7\pi}{6}\right)$,则$\triangle AOB$ 的面积等于________.

能力提升

11. 在极坐标系中,求点 $M\left(3,\frac{\pi}{12}\right)$关于直线 $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\in\mathbf{R})$的对称点的极坐标$(\rho\geqslant0,0\leqslant\theta<2\pi)$.

12. 在极坐标系中,如果等边三角形 ABC 的两个顶点的极坐标分别为 $A\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$,$B\left(2,\frac{4\pi}{3}\right)$,求第三个顶点 C 的极坐标.

13. 在极坐标系中，点 A 与点 $B\left(-4\sqrt{2},\frac{3\pi}{4}\right)$ 关于极轴所在直线对称，在极轴上求一点 P，使得点 P 与点 A 的距离为 5.

14. 在极坐标系中，已知点 P 的极坐标为 $\left(4,\frac{\pi}{3}\right)$.

(1)将极点移至 $O'\left(2\sqrt{3},\frac{\pi}{6}\right)$ 处，极轴方向不变，求点 P 在新坐标系中的坐标；

(2)极点不变，将极轴顺时针旋转 $\frac{\pi}{6}$，求点 P 在新坐标系中的坐标.

错误类型

A. 审题不清　　B. 基础知识理解有误

C. 计算马虎　　D. 考虑问题不够全面

E. 方法不当　　F. 其他错误

错题：

错因：

解题体会

2.2 点的极坐标与直角坐标的互化

基础检验

1. 点 M 的极坐标是 $\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$，则点 M 的直角坐标为 ( )

A. $(1,\sqrt{3})$ B. $(-\sqrt{3},1)$

C. $(\sqrt{3},1)$ D. $(-1,\sqrt{3})$

2. 点 M 的直角坐标是 $(-1,\sqrt{3})$，则点 M 的极坐标为 ( )

A. $\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$

B. $\left(2,-\frac{\pi}{3}\right)$

C. $\left(2,\frac{2\pi}{3}\right)$

D. $\left(2,2k\pi+\frac{2\pi}{3}\right)(k\in\mathbf{Z})$

3. 已知 A,B 两点的极坐标分别为 $\left(6,\frac{\pi}{3}\right)$ 和 $\left(8,\frac{4\pi}{3}\right)$，则线段 AB 中点的直角坐标为 ( )

A. $\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

4. 已知点 A 的极坐标为 $\left(4,-\frac{7\pi}{6}\right)$，以极点为原点，极轴为 x 轴的正半轴，建立直角坐标系，则下列直角坐标中，与点 A 表示同一点的是 ( )

A. $(2,-2\sqrt{3})$ B. $(-2\sqrt{3},2)$

C. $(2\sqrt{3},-2)$ D. $(-2\sqrt{3},-2)$

5. 已知点 M 的直角坐标为 $(-3,-3\sqrt{3})$，若 $\rho>0,0\leqslant\theta<2\pi$，则点 M 的极坐标是________.

6. 设点 P 在复平面内对应的复数为 $-3+3\mathrm{i}$，以原点为极点，实轴的正半轴为极轴建立极坐标系，则点 P 的极坐标 $(\rho\geqslant 0,0\leqslant\theta<2\pi)$ 为________.

7. 在极坐标系中，已知点 $A(4,1)$，$B\left(3,1+\frac{\pi}{2}\right)$，则线段 AB 的长度是________.

8. 在极坐标系中，已知 $\triangle OAB$ 的顶点 A 的极坐标为 $(\sqrt{2},\pi)$，AB 边的中点 D 的极坐标为 $\left(4,\frac{5\pi}{4}\right)$，以极点 O 为原点，极轴为 x 轴的正半轴，建立直角坐标系，则顶点 B 的直角坐标为________.

9. 在极坐标系中，已知点 P 的极坐标为 $\left(4,\frac{5\pi}{12}\right)$，在以极点 O 为原点，极轴为 x 轴的正半轴的直角坐标系中，点 Q 的直角坐标为 $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2},-\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$，则 $\triangle OPQ$ 的面积为________.

10. 在极坐标系中，已知点 M 的极坐标为 $\left(\frac{5}{2},-\frac{2\pi}{3}\right)$，$\triangle MON$ 是等边三角形，在以极点 O 为原点，极轴为 x 轴的正半轴的直角坐标系中，点 N 的直角坐标是________.

能力提升

11. 在极坐标系中，求下列两点之间的距离：

(1) $A\left(7,\frac{\pi}{4}\right)$，$B\left(2,\frac{5\pi}{4}\right)$；

(2) $A\left(6,\frac{\pi}{4}\right)$，$B\left(-4,\frac{11\pi}{12}\right)$.

12. 化直角坐标方程 $x^2+y^2-\sqrt{x^2+y^2}-y=0$ 为极坐标方程.

13. 在极坐标系中，已知$\triangle ABC$三个顶点的极坐标分别为$A(2,10^\circ)$，$B(-4,220^\circ)$，$C(3,100^\circ)$，求$\triangle ABC$的面积.

14. 在极坐标系中，已知两点$A\left(2,\frac{3\pi}{4}\right)$，$B\left(6,\frac{5\pi}{4}\right)$，求直线$AB$与极轴所在直线的交点的直角坐标.

错误类型

A. 审题不清　B. 基础知识理解有误
C. 计算马虎　D. 考虑问题不够全面
E. 方法不当　F. 其他错误

错题：

错因：

解题体会

2.3 直线和圆的极坐标方程

基础检验

1. 在极坐标系中，下列点在曲线 $\rho=4\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$ 上的是 ( )

①$\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$；②$\left(2,\frac{\pi}{4}\right)$；

③$\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$；④$\left(-4,-\frac{\pi}{3}\right)$.

A. ③④ B. ①②

C. ①③ D. ②④

2. 在极坐标系中，过点 $\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$ 且与直线 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 垂直的直线方程是 ( )

A. $\rho\cos\theta=1$

B. $\rho=\cos\theta$

C. $\rho=\sin\theta$

D. $\rho\sin\theta=1$

3. 在极坐标系中，以 $\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$ 为圆心，2 为半径的圆的方程是 ( )

A. $\rho=4\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$

B. $\rho=2\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$

C. $\rho=\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$

D. $\rho=\cos\theta$

4. 在极坐标系中，过点(2,0)且与极轴垂直的直线方程是 ( )

A. $\rho=0$

B. $\theta=\frac{\pi}{2}$

C. $\rho\cos\theta=2$

D. $\rho\sin\theta=2$

5. 在极坐标系中，以点 $P\left(-1,\frac{3\pi}{2}\right)$ 为圆心，且过极点的圆的极坐标方程是 ( )

A. $\rho=\sin\theta$

B. $\rho=2\sin\theta$

C. $\rho=\cos\theta$

D. $\rho=2\cos\theta$

6. 极坐标系下，方程 $\theta=-\frac{\pi}{3}(\rho\geqslant 0)$ 表示的曲线是________.

7. 直线 $\theta=-\frac{\pi}{6}(\rho\in\mathbf{R})$ 的倾斜角是________.

8. 直线 l：$\rho(3\cos\theta-\sin\theta)=1$ 的斜率是________.

9. 直线 $\theta=\alpha$ 与 $\rho\cos(\theta-\alpha)=1$ 的位置关系是________.

10. 直线 $2\rho\cos\theta=1$ 与圆 $\rho=2\cos\theta$ 相交的弦长为________.

能力提升

11. 在极坐标系中，求以点 $C(1,1)$ 为圆心，1 为半径的圆的方程.

12. 在极坐标系中，设极点 O 到直线 l 的距离为 3，过点 O 作直线 l 的垂线，垂足为 A，若极轴到 OA 的角为 $\frac{\pi}{3}$，求直线 l 的极坐标方程.

13．过极点 O 作圆 C：$\rho=8\cos\theta$ 的弦 ON，求 ON 的中点 M 的轨迹方程．

14．在直角坐标系 xOy 中，以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=1$，$M$，$N$ 分别为曲线 C 与 x 轴、y 轴的交点．

(1)写出 C 的直角坐标方程，并求点 M，N 的极坐标($\rho\geq 0$，$0\leq\theta<2\pi$)；

(2)设 MN 的中点为 P，求直线 OP 的极坐标方程．

错误类型

A. 审题不清　　B. 基础知识理解有误

C. 计算马虎　　D. 考虑问题不够全面

E. 方法不当　　F. 其他错误

错题：

错因：

解题体会

?

2.4 曲线的极坐标方程与直角坐标方程的互化

基础检验

1. 将 $\rho=4\cos\theta$ 化为直角坐标方程为 ( )

A. $x^2+y^2-4x=0$

B. $x^2+y^2+4x=0$

C. $x^2+y^2-4y=0$

D. $x^2+y^2+4y=0$

2. 极点到直线 $\rho(\cos\theta+\sin\theta)=\sqrt{3}$ 的距离是 ( )

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

B. $\sqrt{6}$

C. $2\sqrt{6}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

3. 将极坐标方程 $\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$ 化为直角坐标方程的结果为 ( )

A. $y=-\sqrt{3}x$

B. $y=\sqrt{3}x$

C. $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

D. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$

4. 极坐标方程 $\rho\cos\theta=2\sin 2\theta$ 表示的曲线为 ( )

A. 一条射线和一个圆

B. 两条直线

C. 一条直线和一个圆

D. 一个圆

5. 极坐标方程 $\rho(\cos\theta-\sin\theta)=1$ 表示的直线的倾斜角是________.

6. 在极坐标系中，A 为曲线 C：$\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$ 上的动点，B 为直线 l：$\rho\cos\theta+\rho\sin\theta-7=0$ 上的动点，则 $|AB|$ 的最小值为________.

7. 极坐标方程 $4\rho\sin^2\frac{\theta}{2}=5$ 表示的曲线是________.

8. 已知直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，点 A 的极坐标为 $\left(2\sqrt{2},\frac{7\pi}{4}\right)$，则点 A 到直线 l 的距离为________.

9. 在极坐标系中，若过点 $(3,0)$ 且与极轴垂直的直线交曲线 $\rho=4\cos\theta$ 于 A，B 两点，则 $|AB|=$________.

能力提升

10. 在极坐标系中，判断直线 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=1$ 与圆 $\rho=\sqrt{2}$ 的公共点的个数.

11. 求曲线 $\rho=\sin\theta-3\cos\theta$ 的直角坐标方程.

12．已知极坐标系中的曲线 $\rho\cos^2\theta=\sin\theta$ 与曲线 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$ 交于 A，B 两点，求线段 AB 的长．

13．在极坐标系中，已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=1$，圆 C 的圆心是 $C\left(1,\frac{\pi}{4}\right)$，半径为 1．

(1)求圆 C 的极坐标方程；

(2)求直线 l 被圆 C 所截得的弦长．

错误类型

A. 审题不清　　B. 基础知识理解有误

C. 计算马虎　　D. 考虑问题不够全面

E. 方法不当　　F. 其他错误

错题：

错因：

解题体会

滚动习题（一） [范围：1.1～2.4]

[时间:45分钟 分值:100分]

一、选择题(本大题共7小题,每小题5分,共35分)

1. 在同一直角坐标系中,经过伸缩变换$\begin{cases}x'=5x,\\y'=3y\end{cases}$后,曲线$C$变为曲线$2x'^2+8y'^2=1$,则曲线$C$的方程为 ( )

A. $50x^2+72y^2=1$

B. $72x^2+50y^2=1$

C. $50y^2-72x^2=1$

D. $5x^2+3y^2=1$

2. 下列极坐标方程表示圆的是 ( )

A. $\rho=1$

B. $\theta=\frac{\pi}{2}(\rho\geqslant 0)$

C. $\rho\sin\theta=1$

D. $\rho(\sin\theta+\cos\theta)=1$

3. 在符合互化条件的直角坐标系和极坐标系中,直线$y+kx+2=0$与曲线$\rho=2\cos\theta$相交,则k的取值范围是 ( )

A. $k<-\frac{3}{4}$

B. $k\geqslant-\frac{3}{4}$

C. $k\in\mathbf{R}$

D. $k\in\mathbf{R}$且$k\neq 0$

4. 在极坐标系中,点$\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$到圆$\rho=2\cos\theta$的圆心的距离为 ( )

A. 2

B. $\sqrt{4+\frac{\pi^2}{9}}$

C. $\sqrt{1+\frac{\pi^2}{9}}$

D. $\sqrt{3}$

5. 曲线$\rho=-2\cos\theta$和$\rho+\frac{4}{\rho}=4\sqrt{2}\sin\theta$的位置关系为 ( )

A. 相离 B. 外切

C. 相交 D. 内切

6. 在极坐标系中,点$A\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$与$B\left(2,-\frac{\pi}{6}\right)$之间的距离为 ( )

A. 1 B. 2

C. 3 D. 4

7. 圆$\rho=4\cos\theta$的圆心到直线$\tan\theta=1$的距离为 ( )

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$

C. 2 D. $2\sqrt{2}$

二、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

8. 在极坐标系中,和极轴垂直且相交的直线l与圆$\rho=4$相交于A,B两点,若$|AB|=4$,则直线l的极坐标方程为__________.

9. 已知曲线$C_1:\rho=2\sqrt{2}$和曲线$C_2:\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$,则$C_1$上到$C_2$的距离等于$\sqrt{2}$的点的个数为________.

10. 在极坐标系中,设P是直线$l:\rho(\cos\theta+\sin\theta)=4$上任意一点,$Q$是圆$C:\rho^2=4\rho\cos\theta-3$上任一点,则$|PQ|$的最小值是________.

三、解答题(本大题共4小题,共50分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

11. (12分)若两条曲线的极坐标方程分别为$\rho=1$与$\rho=2\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$,它们相交于$A,B$两点,求线段$AB$的长.

12. (12分)已知圆C的圆心为$(4,0)$,半径为4.

(1)求圆C的极坐标方程;

(2)从极点O作圆C的弦ON,求ON的中点M的轨迹方程.

13.（13 分）已知$\triangle ABC$的三个顶点的极坐标分别为$A\left(5,\frac{\pi}{6}\right)$，$B\left(5,\frac{\pi}{2}\right)$，$C\left(-4\sqrt{3},\frac{\pi}{3}\right)$，判断$\triangle ABC$的形状，并计算其面积.

14.（13 分）在直角坐标系xOy中，以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，已知某圆的极坐标方程为$\rho^2-4\rho\cos\theta+2=0$.

(1)将极坐标方程化为直角坐标方程；

(2)若点$P(x,y)$在该圆上，求$x+y$的最大值和最小值.

2.5 圆锥曲线统一的极坐标方程

基础检验

1. 方程 $\rho=\dfrac{8}{4-3\cos\theta}$ 表示的曲线的离心率为 ( )

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{4}$

C. $\dfrac{4}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

2. 极坐标方程 $\rho\cos^2\dfrac{\theta}{2}=1$ 表示的曲线是 ( )

A. 圆

B. 椭圆

C. 抛物线

D. 双曲线

3. 极坐标方程 $\rho=\dfrac{4}{5-3\cos\theta}$ 表示的曲线的焦距为 ( )

A. $\dfrac{1}{2}$

B. $\dfrac{3}{2}$

C. 1

D. 3

4. 将 $\rho^2\cos 2\theta=4$ 化为直角坐标方程是 ( )

A. $x^2-y^2=4$

B. $y^2-x^2=4$

C. $x^2-y^2=1$

D. $x^2-y^2=2$

5. 极坐标方程 $\rho=\dfrac{3}{3-2\cos\theta}$ 表示的曲线是 ( )

A. 焦点到对应准线距离为 1 的椭圆

B. 焦点到对应准线距离为 $\dfrac{3}{2}$ 的椭圆

C. 焦点到对应准线距离为 1 的双曲线

D. 焦点到对应准线距离为 $\dfrac{3}{2}$ 的双曲线

6. 极坐标方程 $\rho=\dfrac{4}{3-a\cos\theta}$ 表示的曲线是椭圆，则实数 a 的取值范围是____________.

7. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 F 的直线 l 与抛物线相交于 A,B 两点，若 $|AB|=16$，则直线 l 的倾斜角等于________.

8. 已知双曲线右支的极坐标方程为 $\rho=\dfrac{3}{1-2\cos\theta}(\rho>0)$，过极点作直线与它交于 A,B 两点，且 $|AB|=6$，则直线 AB 的极坐标方程为______________.

9. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左焦点为 F，过点 F 作直线 l 交双曲线的左支于 P,Q 两点，若 $S_{\triangle OFQ}=2S_{\triangle OFP}$（$O$ 是直角坐标系中的坐标原点），则 $|PF|+|FQ|=$________.

能力提升

10. 已知点 P 在曲线 $(x-1)^2+y^2=1(y\geqslant 0)$ 上运动，点 Q 在曲线 C：$\rho=\dfrac{9}{\sqrt{2}\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)}$ 上.

(1)求曲线 C 的直角坐标方程；

(2)求点 P 与点 Q 之间距离的最小值.

11. 已知极坐标系的极点与直角坐标系的原点重合，极轴与 x 轴的正半轴重合，直线的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=3\sqrt{2}$.

(1)把直线的极坐标方程化为直角坐标方程；

(2)已知 P 为椭圆 C：$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 上一点，求 P 到直线的距离的最大值.

12. 在直角坐标系 xOy 中，以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系. 已知曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{2}{1+\sin^2\theta}$，直线 l 的极坐标方程为 $\rho=\frac{4}{\sqrt{2}\sin\theta+\cos\theta}$.

(1)分别写出曲线 C_1 与直线 l 的直角坐标方程；

(2)设 Q 为曲线 C_1 上一动点，求点 Q 到直线 l 的距离的最小值.

13. 已知椭圆 $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{16}=1$，直线 l：$\frac{x}{12}+\frac{y}{8}=1$，$P$ 是 l 上一点，射线 OP 交椭圆于点 R，又点 Q 在 OP 上且满足 $|OQ|\cdot|OP|=|OR|^2$，当点 P 在 l 上移动时，求点 Q 的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线.

错误类型

A. 审题不清　B. 基础知识理解有误

C. 计算马虎　D. 考虑问题不够全面

E. 方法不当　F. 其他错误

错题：

错因：

解题体会

§3 柱坐标系和球坐标系

基础检验

1. 设点 P 的柱坐标是 $\left(2,\frac{11\pi}{6},1\right)$，则它的直角坐标是（　　）

A. $(\sqrt{3},-1,1)$　　B. $(-\sqrt{3},1,1)$

C. $(-\sqrt{3},1,-1)$　　D. $(\sqrt{3},1,1)$

2. 设点 R 的直角坐标是 $(-1,\sqrt{3},4)$，则它的柱坐标是（　　）

A. $\left(2,\frac{4\pi}{3},4\right)$　　B. $\left(2,\frac{\pi}{3},-4\right)$

C. $\left(2,\frac{2\pi}{3},4\right)$　　D. $\left(2,\frac{5\pi}{3},-4\right)$

3. 在柱坐标系中，点 P 的柱坐标为 $\left(2,\frac{\pi}{4},3\right)$，$P$ 在 xOy 平面上的射影为 Q，则 Q 点的柱坐标为（　　）

A. $(2,0,3)$　　B. $\left(2,\frac{\pi}{4},0\right)$

C. $\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4},3\right)$　　D. $\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4},0\right)$

4. 若点 M 的直角坐标是 $(1,-1,\sqrt{6})$，则它的球坐标是（　　）

A. $\left(2\sqrt{2},\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{4}\right)$

B. $\left(-2\sqrt{2},\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{4}\right)$

C. $\left(2\sqrt{2},\frac{7\pi}{6},\frac{3\pi}{4}\right)$

D. $\left(-2\sqrt{2},\frac{\pi}{6},\frac{3\pi}{4}\right)$

5. 已知点 M 的球坐标为 $\left(4,\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$，则它的直角坐标是________，它的柱坐标是________.

6. 已知点 M 的球坐标为 $\left(4,\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$，则点 M 到 Oz 轴的距离为________.

7. 在柱坐标系中，方程 $\theta=\frac{\pi}{6}$ 表示的曲面是________.

8. 在球坐标系中，方程 $r=2$ 表示的曲面是________.

9. 在柱坐标系中，点 $M\left(2\sqrt{3},\frac{\pi}{6},2\right)$ 与点 $N\left(4,\frac{2\pi}{3},-3\right)$ 的距离是________.

10. 在地图上，北京的经纬度是北纬 40°，东经 116°，设地球的半径为 R，建立如图 L1-3-1 所示的球坐标系，则北京的球坐标是__________.

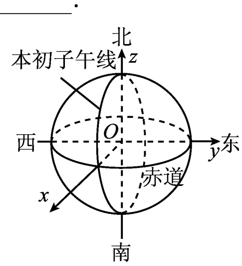

图 L1-3-1

能力提升

11. 一个圆形体育馆，自正东方向起，按逆时针方向等分为十六个扇形区域，顺次记为一区，二区，…，十六区，我们设圆形体育场第一排与体育馆中心的距离为 200 m，每相邻两排的间距为 1 m，每层看台的高度为 0.7 m，现在需要确定第九区第四排正中间的位置 A，请建立适当的坐标系，把点 A 的坐标求出来.

12. 在柱坐标系中，求满足 $\begin{cases}r=1,\\0\leqslant\theta<2\pi,\\0\leqslant z\leqslant 2\end{cases}$ 的动点 $M(r,\theta,z)$ 围成的几何体的体积.

13\. 已知长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，底面正方形 $ABCD$ 的边长为 1，棱 AA_1 的长为$\sqrt{2}$，如图 L1-3-2 所示，建立空间直角坐标系 $Axyz$，以 Ax 为极轴，求点 C_1 的直角坐标和球坐标.

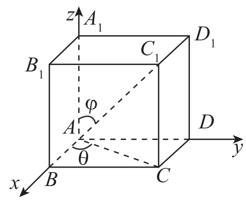

图 L1-3-2

14\. 经过若干个固定和流动的地面遥感观测站监测，并通过数据汇总，计算出一个航天器在某一时刻离地面 2384 千米，地球半径为 6371 千米，并且位于东经 80°，北纬 45°的位置. 试建立适当的坐标系，确定出此时航天器所在位置 P 的坐标.

错误类型

A. 审题不清　　B. 基础知识理解有误

C. 计算马虎　　D. 考虑问题不够全面

E. 方法不当　　F. 其他错误

错题：

错因：

解题体会