



全品学练考

LEARN
PRACTISE
TEST

练 习 册

高中数学
选修2-2 新课标 (RJA)

主编：肖德好



黄河出版传媒集团
阳光出版社

Contents

目录 | 练习册

第一章 导数及其应用

1.1 变化率与导数	练 41
1.1.1 变化率问题	练 41
1.1.2 导数的概念	练 41
1.1.3 导数的几何意义	练 43
1.2 导数的计算	练 45
1.2.1 几个常用函数的导数	练 45
1.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算 法则	练 45
► 滚动习题（一）[范围 1.1~1.2]	练 47
1.3 导数在研究函数中的应用	练 49
1.3.1 函数的单调性与导数	练 49
1.3.2 函数的极值与导数	练 51
1.3.3 函数的最大(小)值与导数	练 53
► 滚动习题（二）[范围 1.3]	练 55
1.4 生活中的优化问题举例	练 57
1.5 定积分的概念	练 59
1.5.1 曲边梯形的面积	练 59
1.5.2 汽车行驶的路程	练 59
1.5.3 定积分的概念	练 59
1.6 微积分基本定理	练 61
1.7 定积分的简单应用	练 63
1.7.1 定积分在几何中的应用	练 63

1.7.2 定积分在物理中的应用	练 63
► 滚动习题（三）[范围 1.4~1.7]	练 65

第二章 推理与证明

2.1 合情推理与演绎推理	练 67
2.1.1 合情推理	练 67
2.1.2 演绎推理	练 69
2.2 直接证明与间接证明	练 71
2.2.1 综合法和分析法	练 71
2.2.2 反证法	练 73
2.3 数学归纳法	练 75
► 滚动习题（四）[范围 2.1~2.3]	练 77

第三章 数系的扩充与复数的引入

3.1 数系的扩充和复数的概念	练 79
3.1.1 数系的扩充和复数的概念	练 79
3.1.2 复数的几何意义	练 81
3.2 复数代数形式的四则运算	练 83
3.2.1 复数代数形式的加、减运算及其几何 意义	练 83
3.2.2 复数代数形式的乘除运算	练 85
► 滚动习题（五）[范围 3.1~3.2]	练 87

参考答案	卷 27
------------	------

1.1 变化率与导数

1.1.1 变化率问题

1.1.2 导数的概念

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答案												

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

- 已知函数 $y=x^2+1$, 则当 $x=2, \Delta x=0.1$ 时, Δy 的值为 ()
 A. 0.40 B. 0.41
 C. 0.43 D. 0.44
- 函数 $y=h(t)=-4.9t^2+6.5t+10$ 从 $t=0$ 到 $t=2$ 的平均变化率为 ()
 A. -2.2 B. -3.3
 C. 2.2 D. 3.2
- 一物体的运动方程是 $s=4t^2+2t-3$ (s 的单位为 m, t 的单位为 s), 且 $s'(5)=42$, 其实际意义是 ()
 A. 物体 5 s 内共走过 42 m
 B. 物体每 5 s 运动 42 m
 C. 物体从开始运动到第 5 s 的平均速度是 42 m/s
 D. 物体以 $t=5$ s 时的瞬时速度运动的话, 每经过 1 s, 物体运动的路程为 42 m
- 函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ 在 $x=1$ 处的导数是 ()
 A. 2 B. $\frac{5}{2}$
 C. 1 D. 0
- 将半径为 R 的球加热, 若球的半径增加 ΔR , 则球的表面积的增加量 ΔS 等于 ()
 A. $8\pi R\Delta R$
 B. $8\pi R\Delta R+4\pi(\Delta R)^2$
 C. $4\pi R\Delta R+4\pi(\Delta R)^2$
 D. $4\pi(\Delta R)^2$
- 设函数 $f(x)=ax+3$, 若 $f'(1)=3$, 则 a 等于 ()
 A. 2 B. -2
 C. 3 D. -3
- 已知函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数为 12, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0-\Delta x)-f(x_0)}{2\Delta x} =$ ()
 A. -6 B. 6
 C. 12 D. -12

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

- 过曲线 $y=x^2+1$ 上两点 $P(1,2)$ 和 $Q(1+\Delta x, 2+\Delta y)$ 作曲线的割线, 当 $\Delta x=0.1$ 时, 割线的斜率 $k=$ _____, 当 $\Delta x=0.001$ 时, 割线的斜率 $k=$ _____.
- 某物体的运动方程是 $s=t^2-4t+5$, 若此物体在 $t=t_0$ 时的瞬时速度为 0, 则 $t_0=$ _____.
- 做直线运动的质点 M 的运动方程为 $s=4t^2+1$ (位移单位: cm, 时间单位: s), 则质点 M 在 $t=2$ s 时的瞬时速度是 _____ cm/s.
- 一个做直线运动的物体, 其位移 s 与时间 t 的关系是 $s=3t-t^2$, 则物体的初速度是 _____.

三、解答题(本大题共 2 小题,共 25 分)

得分	
----	--

- (12 分) 在自行车比赛中, 运动员的位移 s 与比赛时间 t 的函数关系式是 $s(t)=10t+5t^2$ (s 的单位是 m, t 的单位是 s).
 (1) 求当 $t=20$ s, $\Delta t=0.1$ s 时, Δs 与 $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 的值;
 (2) 求 $t=20$ s 时的瞬时速度.

13. (13 分) 利用导数的定义, 求 $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ 在 $x=1$ 处的导数.

难点拓展

得分

14. (5 分) 已知函数 $f(x) = 13 - 8x + \sqrt{2}x^2$, 且 $f'(x_0) = 4$, 则 x_0 的值为_____.
15. (15 分) 分别求函数 $y = x^2$ 在区间 $[-\frac{1}{2}, 0]$, $[0, \frac{1}{2}]$, $[\frac{1}{2}, 1]$ 内的平均变化率, 并说明其图像的变化情况.

错误类型

- A. 审题不清
B. 基础知识理解有误
C. 计算马虎
D. 考虑问题不够全面
E. 方法不当
F. 其他错误

错题: _____

错因: _____

解题体会

?

1.1.3 导数的几何意义

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答案												

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

- 下列说法正确的是 ()
 - 若 $f'(x_0)$ 不存在,则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处就没有切线
 - 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处有切线,则 $f'(x_0)$ 必存在
 - 若 $f'(x_0)$ 不存在,则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线斜率不存在
 - 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处没有切线,则 $f'(x_0)$ 有可能存在
- 已知曲线 $y=2x^2$ 上一点 $A(2, 8)$,则在点 A 处的切线斜率为 ()
 - 4
 - 16
 - 8
 - 2
- 曲线 $y=x^3-2x+4$ 在点 $(1, 3)$ 处的切线的倾斜角为 ()
 - 30°
 - 45°
 - 60°
 - 120°
- 曲线 $y=x^3$ 在点 P 处的切线斜率为 3,则点 P 的坐标为 ()
 - $(-2, -8)$
 - $(1, 1)$ 或 $(-1, -1)$
 - $(2, 8)$
 - $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{8})$
- 已知直线 $y=kx+1$ 与曲线 $y=x^3+ax+b$ 相切于点 $(1, 3)$,则 b 的值为 ()
 - 3
 - 3
 - 5
 - 5
- 若定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 的图像在 $x=2$ 处的切线方程是 $y=-x+1$,则 $f(2)+f'(2)=$ ()
 - 2
 - 1
 - 0
 - 1
- 如果 $f'(x)$ 是二次函数,且 $f'(x)$ 的图像开口向上,顶点坐标为 $(1, \sqrt{3})$,那么曲线 $y=f(x)$ 上任一点处的切线的倾斜角 α 的取值范围是 ()
 - $(0, \frac{\pi}{3}]$
 - $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$
 - $(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$
 - $[\frac{\pi}{3}, \pi)$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

- 如图 L1-1-1,函数 $f(x)$ 的图像是折线段 ABC ,其中 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 4), (2, 0), (6, 4)$,则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x} =$.
- 设函数 $f(x)$ 为可导函数,且满足条件 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1)-f(1-\Delta x)}{2\Delta x} = -2$,则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率是 .
- 已知曲线 $y=ax^2+b$ 在点 $(1, 3)$ 处的切线的斜率为 2,则 $\frac{b}{a} =$.
- 设 P 为曲线 $C: y=x^2+2x+3$ 上的点,且曲线 C 在点 P 处的切线的倾斜角的范围为 $[0, \frac{\pi}{4}]$,则点 P 横坐标的取值范围为 .

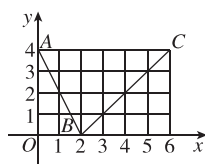


图 L1-1-1

三、解答题(本大题共 2 小题,共 25 分)

- (12 分)在抛物线 $y=x^2$ 上哪一点处的切线平行于直线 $4x-y+1=0$? 哪一点处的切线垂直于这条直线?

13. (13 分) 求曲线 $y = \frac{1}{x} - \sqrt{x}$ 上一点 $P\left(4, -\frac{7}{4}\right)$ 处的切线方程.

难点拓展

得分

14. (5 分) 已知曲线 $y_1 = 2 - \frac{1}{x}$ 与 $y_2 = x^3 - x^2 + 2x$ 在 $x = x_0$ 处的切线的斜率之积为 3, 则 x_0 的值为 ()
- A. -2 B. 2
- C. $\frac{1}{2}$ D. 1
15. (15 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $P(1, 1)$, $Q(2, -1)$, 且在点 Q 处与直线 $y = x - 3$ 相切, 求实数 a, b, c 的值.

错误类型

- A. 审题不清 B. 基础知识理解有误
- C. 计算马虎 D. 考虑问题不够全面
- E. 方法不当 F. 其他错误

错题:

错因:

解题体会

?

.....

.....

.....

.....

1.2 导数的计算

1.2.1 几个常用函数的导数

1.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答案												

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. 下列求导运算正确的是 ()

- A. $(\cos x)' = \sin x$ B. $(\ln 2x)' = \frac{1}{x}$
 C. $(3^x)' = 3^x \log_3 e$ D. $(x^2 e^x)' = 2xe^x$

2. 函数 $f(x) = e^x \cos x$ 的图像在点 $(0, f(0))$ 处的切线的倾斜角为 ()

- A. 0 B. $\frac{\pi}{4}$
 C. 1 D. $\frac{\pi}{2}$

3. 设 $f(x) = x \ln x$, 若 $f'(x_0) = 2$, 则 x_0 等于 ()

- A. e^2 B. e
 C. $\frac{\ln 2}{2}$ D. $\ln 2$

4. 下列函数中,导函数是奇函数的是 ()

- A. $y = \sin x$ B. $y = e^x$
 C. $y = \ln x$ D. $y = \cos x - \frac{1}{2}$

5. 已知函数 $f(x) = \ln(ax-1)$ 的导函数是 $f'(x)$, 且 $f'(2) = 2$, 则实数 a 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{3}{4}$ D. 1

6. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x - 2$ 的图像在点 M 处的切线与 x 轴平行, 则点 M 的坐标是 ()

- A. $(-1, 3)$ B. $(-1, -3)$
 C. $(-2, -3)$ D. $(-2, 3)$

7. 若曲线 $y = x^{-\frac{1}{2}}$ 在点 $(a, a^{-\frac{1}{2}})$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积为 18, 则 a 等于 ()

- A. 64 B. 32
 C. 16 D. 8

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

8. 曲线 $y = x^n$ 在 $x=2$ 处的导数为 12, 则 $n =$ _____.9. 曲线 $y = 3 \ln x + x + 2$ 在点 P_0 处的切线方程为 $4x - y - 1 = 0$, 则点 P_0 的坐标是 _____.10. 已知函数 $f(x) = e^x \cos x - x$, 则 $f'(x) =$ _____.11. 若函数 $f(x) = f'(1)e^{x-1} - f(0)x + x^2$, 则 $f'(1) =$ _____.

三、解答题(本大题共 2 小题,共 25 分)

得分

12. (12 分) 求下列函数的导数:

(1) $f(x) = (1 + \sin x)(1 - 4x)$;

(2) $f(x) = \frac{x}{x+1} - 2^x$.

13. (13 分) 已知函数 $f(x) = \frac{a \ln x}{x+1} + \frac{b}{x}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + 2y - 3 = 0$, 求 a, b 的值.

难点拓展

得分

14. (5 分) 已知 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导, $F(x) = f(x^3 - 1) + f(1 - x^3)$, 则 $F'(1) =$ _____.
15. (15 分) 设函数 $f(x) = ax - \frac{b}{x}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $7x - 4y - 12 = 0$.
- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 证明曲线 $y = f(x)$ 上任一点处的切线与直线 $x = 0$ 和直线 $y = x$ 所围成的三角形的面积为定值, 并求出此定值.

错误类型

- A. 审题不清 B. 基础知识理解有误
C. 计算马虎 D. 考虑问题不够全面
E. 方法不当 F. 其他错误

错题:

错因:

解题体会

?

滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]

[时间:45 分钟 分值:100 分]

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 自变量 x 从 x_0 变到 x_1 时,函数值的增量与相应自变量的增量之比是函数 ()

- A. 从 x_0 到 x_1 的平均变化率
 B. 在 $x=x_1$ 处的变化率
 C. 在 $x=x_1$ 处的变化量
 D. 在区间 $[x_0, x_1]$ 上的导数

2. 已知物体的运动方程为 $s=t^2+\frac{3}{t}$,则物体在 $t=2$ 时的瞬时速度为 ()

- A. $\frac{19}{4}$ B. $\frac{17}{4}$
 C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{13}{4}$

3. 已知 $f(x)=f'(1)+x\ln x$,则 $f(e)=$ ()

- A. $1+e$ B. e
 C. $2+e$ D. 3

4. 设函数 $f(x)=g(x)+x^2$,曲线 $y=g(x)$ 在点 $(1, g(1))$ 处的切线方程为 $y=2x+1$,则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率为 ()

- A. 4 B. $-\frac{1}{4}$
 C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

5. 已知函数 $f(x)=ae^x+x$,若 $1<f'(0)<2$,则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{1}{e})$ B. $(0, 1)$
 C. $(1, 2)$ D. $(2, 3)$

6. 函数 $y=x^2\cos x$ 的导函数为 ()

- A. $y'=2x\cos x-x^2\sin x$
 B. $y'=2x\cos x+x^2\sin x$
 C. $y'=x^2\cos x-2x\sin x$
 D. $y'=x\cos x-x^2\sin x$

7. 已知函数 $f(x)=x^3+3x^2+6x-10$,则曲线 $y=f(x)$ 的切线中斜率最小的切线方程为 ()

- A. $3x+y-11=0$ B. $3x-y+6=0$
 C. $x-3y-11=0$ D. $3x-y-11=0$

8. 已知 $f_1(x)=\sin x+\cos x$,记 $f_2(x)=f_1'(x)$, $f_3(x)=$

$f_2'(x), \dots, f_n(x)=f_{n-1}'(x) (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2)$,则 $f_1(\frac{\pi}{2}) +$

$f_2(\frac{\pi}{2}) + \dots + f_{2019}(\frac{\pi}{2})$ 等于 ()

- A. -1 B. 2
 C. 3 D. -4

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

9. 函数 $y=\sin(\ln x)$ 的导函数 $y' =$ _____.

10. 若函数 $f(x)=x^3+bx(x \in \mathbf{R})$ 的图像在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线与直线 $y=-x+2a$ 平行,则实数 b 的值为 _____.

11. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$,且满足 $f(x)=2xf'(e)+\ln x$,则 $f'(e)=$ _____.

12. 设 $a \in \mathbf{R}$,函数 $f(x)=e^x+a \cdot e^{-x}$ 的导函数 $f'(x)$ 是奇函数,若曲线 $y=f(x)$ 的一条切线的斜率是 $\frac{3}{2}$,则切点的横坐标为 _____.

三、解答题(本大题共 4 小题,共 40 分)

得分	
----	--

13. (8 分)求下列函数的导数.

(1) $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^4+6$;

(2) $f(x)=(5x-4)\cos x$;

(3) $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

14. (8 分) 曲线 $y = e^{2x} \cos 3x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线与直线 l 平行, 且两直线间的距离为 $\sqrt{5}$, 求直线 l 的方程.

16. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 及曲线 $y = f(x)$ 上一点 $P(1, -2)$, 过点 P 作直线 l .

(1) 若直线 l 与曲线 $y = f(x)$ 相切于点 P , 求直线 l 的方程;

(2) 若直线 l 与曲线 $y = f(x)$ 相切, 且切点异于点 P , 求直线 l 的方程.

15. (12 分) 已知曲线 $C_1: y = x^2$ 与曲线 $C_2: y = -(x-2)^2$, 直线 l 与 C_1 和 C_2 都相切, 求直线 l 的方程.

1.3 导数在研究函数中的应用

1.3.1 函数的单调性与导数

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答案												

一、选择题(本大题共7小题,每小题5分,共35分)

1. 已知 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, $f'(x)$ 的图像如图 L1-3-1 所示, 则 $f(x)$ 的图像只可能是 ()

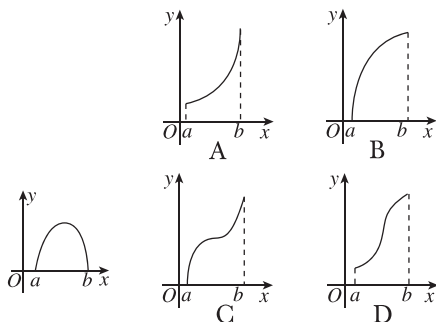


图 L1-3-1

图 L1-3-2

2. 函数 $f(x) = \ln x - 4x + 1$ 的单调递增区间为 ()

- A. $(0, \frac{1}{4})$ B. $(0, 4)$
C. $(-\infty, \frac{1}{4})$ D. $(\frac{1}{4}, +\infty)$

3. 函数 $y = x \cos x - \sin x$ 在下面哪个区间内是增函数 ()

- A. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ B. $(\pi, 2\pi)$
C. $(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2})$ D. $(2\pi, 3\pi)$

4. 下列关于函数 $y = x \ln x, x \in (0, 5)$ 单调性的说法正确的是 ()

- A. 在 $(0, 5)$ 上单调递增
B. 在 $(0, 5)$ 上单调递减
C. 在 $(0, \frac{1}{e})$ 上单调递增, 在 $(\frac{1}{e}, 5)$ 上单调递减
D. 在 $(0, \frac{1}{e})$ 上单调递减, 在 $(\frac{1}{e}, 5)$ 上单调递增

5. 函数 $f(x) = \frac{e^x}{x}$ 的图像可能是 ()

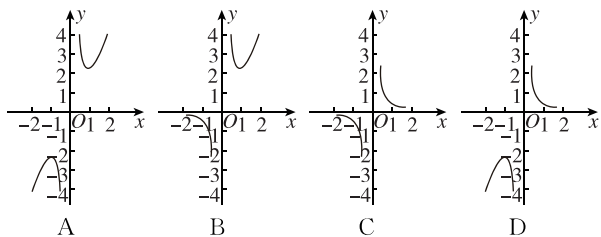


图 L1-3-3

6. 函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的图像如图 L1-3-4, 则函数 $y = ax^2 + \frac{3}{2}bx + \frac{c}{3}$ 的单调递增区间是 ()

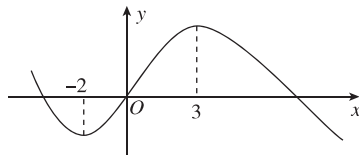


图 L1-3-4

- A. $(-\infty, \frac{9}{8}]$ B. $[\frac{1}{2}, +\infty)$
C. $(-\infty, \frac{1}{2}]$ D. $[\frac{9}{8}, +\infty)$

7. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足: 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+1) = f(1-x)$ 成立, 且当 $x \in (-\infty, 1)$ 时, $(x-1)f'(x) < 0$ (其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数). 设 $a = f(0)$, $b = f(\frac{1}{2})$, $c = f(3)$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$
C. $c < b < a$ D. $b < c < a$

二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

8. 函数 $f(x) = x + 2\cos x, x \in (0, \pi)$ 的单调递减区间是 _____.
9. 若函数 $f(x) = ax^3 + x (a \neq 0)$ 在 \mathbf{R} 上是增函数, 则 a 的取值范围是 _____.
10. 函数 $f(x) = \ln(x^2 - x - 2)$ 的单调递减区间为 _____.
11. 定义在 \mathbf{R} 上的连续函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 2$, 且 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的导函数 $f'(x) < 1$, 则不等式 $f(x) < x + 1$ 的解集为 _____.

三、解答题(本大题共2小题,共25分)

得分

12. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln x - bx + c$, $f(x)$ 的图像在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + y + 4 = 0$.
- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 求 $f(x)$ 的单调区间;

13. (13 分) 已知二次函数 $h(x) = ax^2 + bx + 2$, 其导函数 $y = h'(x)$ 的图像如图 L1-3-5 所示, 设 $f(x) = 6\ln x + h(x)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(1, m + \frac{1}{2})$ 上是单调函数, 求实数 m 的取值范围.

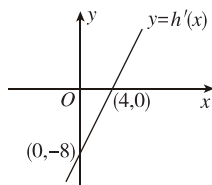


图 L1-3-5

难点拓展

得分

14. (5 分) 下面四个图都是在同一坐标系中某三次函数及其导函数的图像, 其中一定不正确的序号是 ()

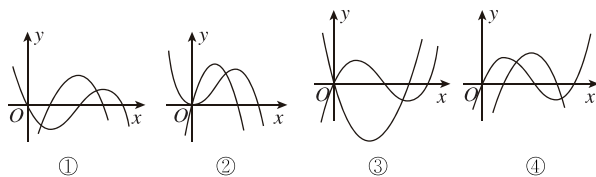


图 L1-3-6

- A. ①② B. ③④
C. ①③ D. ①④

15. (15 分) 已知函数 $f(x) = e^x - ax - 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

(2) 是否存在实数 a , 使 $f(x)$ 在 $(-2, 3)$ 上为减函数? 若存在, 求出 a 的取值范围; 若不存在, 说明理由.

错误类型

- A. 审题不清 B. 基础知识理解有误
C. 计算马虎 D. 考虑问题不够全面
E. 方法不当 F. 其他错误

错题: _____

错因: _____

解题体会

?

1.3.2 函数的极值与导数

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答案												

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. 下列函数中存在极值的是 ()

A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = x - e^x$
 C. $y = 2$ D. $y = x^3$

2. 已知函数
- $f(x)$
- 的导函数
- $f'(x)$
- 的图像如图 L1-3-7 所示,则 ()

- A. $x = -3$ 为 $f(x)$ 的极大值点
 B. $x = 1$ 为 $f(x)$ 的极大值点
 C. $x = -1.5$ 为 $f(x)$ 的极大值点
 D. $x = 2.5$ 为 $f(x)$ 的极小值点

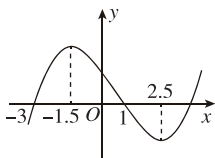


图 L1-3-7

3. 已知函数
- $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + x + 2$
- 有两个极值点,则实数
- m
- 的取值范围是 ()

- A. $(-1, 1)$
 B. $[-1, 1]$
 C. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
 D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

4. 函数
- $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 9$
- 的零点个数为 ()

- A. 0 B. 1
 C. 2 D. 3

5. 设函数
- $f(x)$
- 在
- \mathbf{R}
- 上可导,其导函数为
- $f'(x)$
- ,且函数
- $f(x)$
- 在
- $x = -2$
- 处取得极小值,则函数
- $y = xf'(x)$
- 的图像可能是 ()

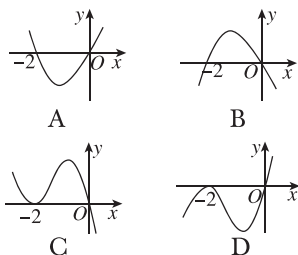


图 L1-3-8

6. 函数
- $y = -x^3 + 2ax + a$
- 在
- $(-1, 0)$
- 内有极小值,则实数
- a
- 的取值范围为 ()

- A. $(0, \frac{3}{2})$ B. $(0, 3)$
 C. $(-\infty, 3)$ D. $(0, +\infty)$

7. 已知
- $f(x)$
- 为三次函数,当
- $x = 1$
- 时,
- $f(x)$
- 有极大值 4,当
- $x = 3$
- 时,
- $f(x)$
- 有极小值 0,且函数
- $f(x)$
- 的图像过原点,则此函数是 ()

- A. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$
 B. $f(x) = x^3 - 6x^2 + x$
 C. $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$
 D. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

8. 已知函数
- $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 27$
- 在
- $x = -1$
- 处有极大值,在
- $x = 3$
- 处有极小值,则
- $a + b =$
- .

9. 函数
- $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3(a+2)x + 3$
- 既有极大值又有极小值,则实数
- a
- 的取值范围是 .

10. 已知函数
- $f(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x$
- 的极小值点是
- $x = -1$
- ,则
- $a =$
- .

11. 已知函数
- $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}ax^2 - (a+1)x + 1$
- 在
- $x = 1$
- 处取得极小值,则实数
- a
- 的取值范围是 .

三、解答题(本大题共 2 小题,共 25 分)

得分

12. (12 分)已知函数
- $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$
- .

(1)求曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程;(2)求函数 $f(x)$ 的极值点.

13. (13 分) 已知 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ 的导数为 $f'(x)$, 函数 $f'(x)$ 的图像关于直线 $x = -\frac{1}{2}$ 对称, 且 $f'(1) = 0$.

- (1) 求实数 a, b 的值;
(2) 求函数 $f(x)$ 的极值.

难点拓展

得分

14. (5 分) 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + ax - b^2 - 7b$ 在 $x = 1$ 处取得极大值 10, 则 $\frac{b}{a}$ 的值为 ()

- A. -2 B. $-\frac{2}{3}$
C. -2 或 $-\frac{2}{3}$ D. 不存在

15. (15 分) 已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 + bx (x > 0, a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R})$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x - 2y - 2 = 0$, 求 $f(x)$ 的极值.

(2) 若 $b = 1$, 是否存在 $a \in \mathbf{R}$, 使 $f(x)$ 的极值大于零? 若存在, 求出 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

错误类型

- A. 审题不清 B. 基础知识理解有误
C. 计算马虎 D. 考虑问题不够全面
E. 方法不当 F. 其他错误

错题: _____

错因: _____

解题体会

?

13. (13分) 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 5}{e^x}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的极大值;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上的最小值;

(3) 若 $x^2 + 5x + 5 - ae^x \geq 0$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

难点拓展

得分

14. (5分) 已知函数 $f(x) = m \ln x + 8x - x^2$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减, 则实数 m 的取值范围为 ()

A. $(-\infty, -8]$ B. $(-\infty, -8)$ C. $(-\infty, -6]$ D. $(-\infty, -6)$

15. (15分) 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b$, $g(x) = e^x(cx + d)$, 若曲线 $y = f(x)$ 和曲线 $y = g(x)$ 都过点 $P(0, 2)$, 且在点 P 处有相同的切线 $y = 4x + 2$.

(1) 求 a, b, c, d 的值;

(2) 若当 $x \geq -2$ 时, $f(x) \leq kg(x)$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

错误类型

A. 审题不清

B. 基础知识理解有误

C. 计算马虎

D. 考虑问题不够全面

E. 方法不当

F. 其他错误

错题:

错因:

解题体会

?

.....

.....

.....

.....

三、解答题(本大题共 4 小题,共 40 分)

得分

13. (8 分) 设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 的导函数 $f'(x)$ 满足 $f'(1) = 2a, f'(2) = -b$, 其中常数 $a, b \in \mathbf{R}$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 设 $g(x) = \frac{1}{e^x} f'(x)$, 求函数 $g(x)$ 的极值.

14. (8 分) 已知函数 $f(x) = \left(a - \frac{1}{2}\right)x^2 + \ln x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最大值和最小值;

(2) 求 $f(x)$ 的极值.

15. (12 分) 已知函数 $g(x) = \frac{x}{\ln x}, f(x) = g(x) - ax$.

(1) 求函数 $g(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是减函数, 求实数 a 的最小值.

16. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2a \ln x + (a-2)x$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值和最大值.

(2) 当 $a < 0$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(3) 是否存在实数 a , 对任意的 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > a$ 恒成立? 若存在, 求出 a 的取值范围; 若不存在, 说明理由.



1.4 生活中的优化问题举例

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答案												

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. 若商品的年利润 y (万元)与年产量 x (百万件)的函数关系式为 $y = -x^3 + 27x + 123 (x > 0)$, 则获得最大年利润时的年产量为 ()

A. 1 百万件 B. 2 百万件
C. 3 百万件 D. 4 百万件

2. 设底面为等边三角形的直三棱柱的体积为 V , 那么其表面积最小时底面边长为 ()

A. $\sqrt[3]{V}$ B. $\sqrt[3]{2V}$
C. $\sqrt[3]{4V}$ D. $2\sqrt[3]{V}$

3. 如果圆柱轴截面的周长 l 为定值, 则其体积的最大值为 ()

A. $\left(\frac{l}{6}\right)^3 \pi$ B. $\left(\frac{l}{3}\right)^3 \pi$
C. $\left(\frac{l}{4}\right)^3 \pi$ D. $\frac{1}{4}\left(\frac{l}{4}\right)^3 \pi$

4. 某炼油厂将原油精炼为汽油, 需对原油进行冷却和加热处理, 如果第 $x (0 \leq x \leq 5)$ 小时, 原油温度(单位: $^{\circ}\text{C}$) 为 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 8$, 那么原油温度的瞬时变化率的最小值是 ()

A. 8 B. $\frac{20}{3}$ C. -1 D. -8

5. 某公司生产一种产品, 固定成本为 20 000 元, 每生产 1 件产品成本增加 100 元, 若总收入 $R(x)$ (单位: 元)与年产量 x (单位: 件)的关系式是 $R(x) = \begin{cases} -\frac{x^3}{900} + 400x, & 0 \leq x \leq 390, \\ 90\,090, & x > 390, \end{cases}$ 则当总利

润最大时, 每年生产产品的件数是 ()

A. 150 B. 200
C. 250 D. 300

6. 已知横梁的强度和它的矩形横断面的长的平方与宽的乘积成正比, 要将直径为 d 的圆木锯成强度最大的横梁, 则横断面的长和宽分别为 ()

A. $\sqrt{3}d, \frac{\sqrt{3}}{3}d$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}d, \frac{\sqrt{6}}{3}d$
C. $\frac{\sqrt{6}}{3}d, \frac{\sqrt{3}}{3}d$ D. $\sqrt{3}d, \frac{\sqrt{6}}{3}d$

7. 一个内接于半径为 R 的半圆的矩形, 当其周长最大时, 矩形的两边长分别为 ()

A. $\frac{R}{2}$ 和 $\frac{3}{2}R$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}R$ 和 $\frac{4\sqrt{5}}{5}R$
C. $\frac{4}{5}R$ 和 $\frac{7}{5}R$ D. 以上都不对

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

8. 要制作一个圆锥形的漏斗, 其母线长为 20 cm, 要使其体积最大, 则高为 _____ cm.

9. 已知圆柱的表面积为定值 S , 当圆柱的体积 V 最大时, 圆柱的高 h 的值为 _____.

10. 如图 L1-4-1 所示, 将边长为 1 的正六边形铁皮的六个角各切去一个全等的四边形, 再沿虚线折起, 做成一个无盖的正六棱柱容器, 当这个正六棱柱容器的底面边长为 _____ 时, 其容积最大.

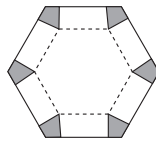


图 L1-4-1

11. 某商场从生产厂家以每件 20 元购进一批商品, 若该商品零售价定为 x 元, 则销售量 Q (单位: 件)与零售价 x (单位: 元)有如下关系式: $Q = 8300 - 170x - x^2$. 问该商品零售价定为 _____ 元时毛利润最大(毛利润 = 销售收入 - 进货支出).

三、解答题(本大题共 2 小题,共 25 分)

得分

12. (12 分) 某制瓶厂要制造一批轴截面如图 L1-4-2 所示的瓶子, 瓶子是按照统一规格设计的, 瓶体上部为半球体, 下部为圆柱体, 并保持圆柱体的容积为 3π . 设圆柱体的底面半径为 x , 圆柱体的高为 h , 瓶体的表面积为 S .

(1) 写出 S 关于 x 的函数关系式;

(2) 如何设计瓶子的尺寸(不考虑瓶壁的厚度), 可以使表面积 S 最小, 并求出最小值.

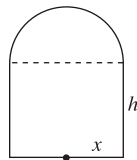


图 L1-4-2

13. (13 分) 已知某公司生产一种品牌服装的年固定成本为 10 万元, 且每生产 1 万件, 需要另投入 1.9 万元. 设 $R(x)$ (单位: 万元) 为销售收入, 根据市场调查知 $R(x) =$

$$\begin{cases} 10x - \frac{1}{30}x^3 & (0 \leq x \leq 10), \\ \frac{200}{3} & (x > 10), \end{cases} \quad \text{其中 } x \text{ (单位: 万件) 是年产量.}$$

(1) 写出年利润 W (单位: 万元) 关于年产量 x 的函数解析式.

(2) 当年产量为多少时, 该公司在这一品牌服装的生产中所获年利润最大?

难点拓展

得分

14. (5 分) 要设计一个容积为 V 的有盖圆柱形容器, 已知侧面的单位面积造价是底面单位面积造价的一半, 盖的单位面积造价是侧面单位面积造价的一半, 当容器的底面半径 r 与高 h 之比为_____时, 总造价最低.
15. (15 分) 某市在创建全国旅游城市的活动中, 对一块以 O 为圆心, R (R 为常数, 单位: 米) 为半径的半圆形荒地进行治理改造, 其中弓形 BCD 区域 (阴影部分) 种植草坪, $\triangle OBD$ 区域用于儿童乐园出租, 其余区域用于种植观赏植物. 已知种植草坪和观赏植物的成本分别是每平方米 5 元和 55 元, 出租儿童乐园的利润是每平方米 95 元.
- (1) 设 $\angle BOD = \theta$ (单位: 弧度), 用 θ 表示弓形 BCD 的面积 $S_{\text{弓}} = f(\theta)$.
- (2) 如果该市规划办邀请你规划这块土地, 如何设计 $\angle BOD$ 的大小才能使总利润最大? 并求出最大值.

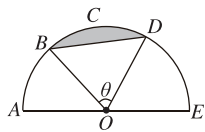


图 L1-4-3

错误类型

- | | |
|---------|-------------|
| A. 审题不清 | B. 基础知识理解有误 |
| C. 计算马虎 | D. 考虑问题不够全面 |
| E. 方法不当 | F. 其他错误 |

错题: _____

错因: _____

解题体会

?

1.5 定积分的概念

1.5.1 曲边梯形的面积

1.5.2 汽车行驶的路程

1.5.3 定积分的概念

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答案												

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

- 把区间 $[a, b]$ ($a < b$) n 等分之后,第 i 个小区间是 ()
 - $\left[\frac{i-1}{n}, \frac{i}{n}\right]$
 - $\left[\frac{i-1}{n}(b-a), \frac{i}{n}(b-a)\right]$
 - $\left[a + \frac{i-1}{n}, a + \frac{i}{n}\right]$
 - $\left[a + \frac{i-1}{n}(b-a), a + \frac{i}{n}(b-a)\right]$
- 定积分 $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$ 表示 ()
 - 半径为 4 的圆的面积
 - 半径为 4 的半圆的面积
 - 半径为 4 的圆面积的 $\frac{1}{4}$
 - 半径为 16 的圆面积的 $\frac{1}{4}$
- 由直线 $x=1, y=0, x=0$ 和曲线 $y=x^3$ 围成一个曲边梯形,将区间四等分,则曲边梯形面积的近似值(取每个区间的右端点)是 ()
 - $\frac{1}{19}$
 - $\frac{111}{256}$
 - $\frac{11}{27}$
 - $\frac{25}{64}$
- 下列说法不正确的是 ()
 - 若 $f(x)$ 是连续的奇函数,则 $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$
 - 若 $f(x)$ 是连续的偶函数,则 $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$
 - 若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且恒正,则 $\int_a^b f(x) dx > 0$
 - 若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且 $\int_a^b f(x) dx > 0$,则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上恒正
- 若 $\int_a^b f(x) dx = 1, \int_a^b g(x) dx = -3$, 则 $\int_a^b [2f(x) + g(x)] dx =$ ()
 - 2
 - 3
 - 1
 - 4
- 汽车以 10 m/s 的速度行驶,在某处需要减速停车,设汽车以加速度 -2 m/s^2 刹车,若把刹车时间 5 等分,则从开始刹车到停车,汽车刹车距离的过剩估计值(取每个小区间的左端点)为 ()
 - 80 m
 - 60 m
 - 40 m
 - 30 m
- 若定积分 $\int_{-2}^m \sqrt{-x^2 - 2x} dx = \frac{\pi}{2}$, 则 m 等于 ()
 - 1
 - 0
 - 1
 - 2

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

- 已知某物体运动的速度 $v=t, t \in [0, 10]$, 若把区间 $[0, 10]$ 10 等分,取每个小区间右端点处的函数值为近似小矩形的高,则物体运动路程的近似值为_____.

- 设 $f(x)$ 是连续函数,若 $\int_0^1 f(x) dx = 1, \int_0^2 f(x) dx = -1$, 则 $\int_1^2 f(x) dx =$ _____.

- 定积分 $\int_0^1 (x - \sqrt{1-x^2}) dx$ 的值为_____.

- 比较大小: $\int_{-2}^0 e^x dx$ _____ $\int_{-2}^0 x dx$.

三、解答题(本大题共 2 小题,共 25 分)

得分

- (12 分)利用定积分的定义计算 $\int_1^2 (-x^2 + 2x) dx$ 的值,并从几何意义上解释这个值表示什么.

13. (13 分) 已知 $\int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}$, $\int_1^2 x^3 dx = \frac{15}{4}$, $\int_1^2 x^2 dx = \frac{7}{3}$,

$\int_2^4 x^2 dx = \frac{56}{3}$. 求:

(1) $\int_0^2 3x^3 dx$;

(2) $\int_1^4 6x^2 dx$;

(3) $\int_1^2 (3x^2 - 2x^3) dx$.

难点拓展

得分

14. (10 分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \in [-2, 2), \\ 2x, & x \in [2, \pi), \\ \cos x, & x \in [\pi, 2\pi], \end{cases}$ 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2\pi]$ 上的积分.

15. (10 分) 求由曲线 $y = x^3$ 与直线 $x = 0, y = \pm 8$ 围成的图形的面积.

错误类型

A. 审题不清

C. 计算马虎

E. 方法不当

B. 基础知识理解有误

D. 考虑问题不够全面

F. 其他错误

错题:

错因:

解题体会

?

.....

.....

.....

.....

1.6 微积分基本定理

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答案												

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. 计算 $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ 的值是 ()

- A. 0 B. -1
C. 2 D. 1

2. 计算定积分 $\int_1^e \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx =$ ()

- A. $e-1$ B. e
C. $e+1$ D. $1+\frac{1}{e}$

3. $m = \int_0^1 e^x dx$ 与 $n = \int_1^e \frac{1}{x} dx$ 的大小关系是 ()

- A. $m > n$ B. $m < n$
C. $m = n$ D. 无法确定

4. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2, & -1 \leq x \leq 0, \\ 1, & 0 < x \leq 1, \end{cases}$ 则 $\int_{-1}^1 f(x) dx$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

5. 计算 $\int_0^3 |x^2 - 4| dx$ 等于 ()

- A. 7 B. $\frac{22}{3}$
C. $\frac{23}{3}$ D. $\frac{25}{3}$

6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \frac{x}{2} dx$ 等于 ()

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2} - 1$
C. 2 D. $\frac{\pi-2}{4}$

7. 若 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx = \int_1^a \frac{1}{x} dx (a > 1)$, 则 a 的值为 ()

- A. \sqrt{e} B. 2
C. e D. 3

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

8. 已知 $2 < \int_2^3 (k+2) dx < 4$, 则实数 k 的取值范围为 _____.9. 已知函数 $f(a) = \int_0^a \sin x dx$, 则 $f\left[f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] =$ _____.10. 设 $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x > 0, \\ x + \int_0^a 3t^2 dt, & x \leq 0, \end{cases}$ 若 $f[f(1)] = 1$, 则 $a =$ _____.11. 设 $f(x)$ 是一次函数, 且 $\int_0^1 f(x) dx = 5$, $\int_0^1 xf(x) dx = \frac{17}{6}$, 则 $f(x)$ 的解析式为 _____.三、解答题(本大题共 2 小题,共 25 分) 得分

--

12. (12 分) 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \in [0, 1], \\ \sqrt{x}, & x \in (1, 2], \\ 2^x, & x \in (2, 3], \end{cases}$ 求 $\int_0^3 f(x) dx$ 的值.

13. (13 分) 已知 $a \in \mathbf{R}$, $f(a) = \int_0^1 (2ax^2 - a^2x) dx$, 求 $f(a)$ 的最大值.

难点拓展

得分

14. (5 分) 由曲线 $y = \sin x$ 与直线 $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{5\pi}{4}$, $y = 0$ 所围成的图形的面积为_____.
15. (15 分) 求由抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 及其在点 $A(0, -3)$ 和点 $B(3, 0)$ 处的切线所围成的图形的面积.

错误类型

- A. 审题不清
B. 基础知识理解有误
C. 计算马虎
D. 考虑问题不够全面
E. 方法不当
F. 其他错误

错题: _____

错因: _____

解题体会

?

1.7 定积分的简单应用

1.7.1 定积分在几何中的应用

1.7.2 定积分在物理中的应用

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答案												

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. 用
- S
- 表示图 L1-7-1 中阴影部分的面积,则
- S
- 的值是 ()

- A. $\int_a^c f(x) dx$
 B. $\left| \int_a^c f(x) dx \right|$
 C. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$
 D. $\int_b^c f(x) dx - \int_a^b f(x) dx$

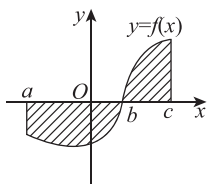


图 L1-7-1

2. 一物体以速度
- $v=3t^2+2t$
- (
- v
- 的单位: m/s) 做直线运动, 则它在
- $t=0$
- s 到
- $t=3$
- s 时间段内的位移是 ()

- A. 31 m B. 36 m C. 38 m D. 40 m

3. 以初速度
- $v_0=40$
- 竖直向上抛一物体,
- t
- 时刻的速度
- $v=40-10t^2$
- , 则此物体达到最高点时的高度为 ()

- A.
- $\frac{160}{3}$
- B.
- $\frac{80}{3}$
- C.
- $\frac{40}{3}$
- D.
- $\frac{20}{3}$

4. 由直线
- $x=0, x=\frac{5\pi}{6}, y=0$
- 与曲线
- $y=\sin x$
- 所围成的图形的面积等于 ()

- A. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$
 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 做直线运动的质点在任意位置
- x
- 处, 所受的力
- $F(x)=1+e^x$
- , 则质点沿着与
- $F(x)$
- 相同的方向从点
- $x_1=0$
- 处运动到点
- $x_2=1$
- 处, 力
- $F(x)$
- 所做的功
- W
- 为 ()

- A.
- $1+e$
- B.
- e
- C.
- $\frac{1}{e}$
- D.
- $e-1$

6. 由曲线
- $y=\frac{2}{x}$
- 与直线
- $x=1, x=2, y=2$
- 所围成的封闭图形的面积为 ()

- A.
- $3-2\ln 2$
- B.
- $2-2\ln 2$
-
- C.
- $1+2\ln 2$
- D.
- $1+\ln 2$

7. 一辆汽车的速度
- v
- (m/s) 与时间
- t
- (s) 的关系如图 L1-7-2 所示, 则汽车在 1 min 内行驶的路程为 ()

- A. 780 m
-
- B. 800 m
-
- C. 850 m
-
- D. 900 m

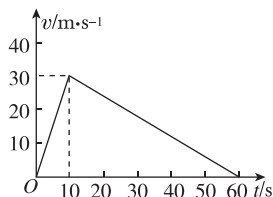


图 L1-7-2

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

8. 如图 L1-7-3 所示,
- $f(x)=1+\sin x$
- , 则阴影部分的面积是 _____.

9. 汽车以每小时 32 km 的速度行驶, 到某处需要减速停车, 设汽车以加速度
- $a=-1.8 \text{ m/s}^2$
- 刹车, 则从开始刹车到停车, 汽车所走的路程约为 _____ (保留至小数点后两位).

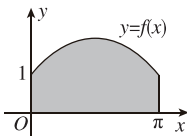


图 L1-7-3

10. 设
- $a>1$
- , 若曲线
- $y=\frac{1}{x}$
- 与直线
- $y=0, x=1, x=a$
- 所围成的封闭图形的面积为 2, 则
- $a=$
- _____.

11. 如图 L1-7-4 所示, 阴影部分的面积是 _____.

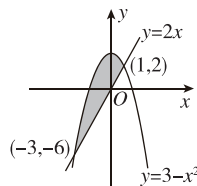


图 L1-7-4

三、解答题(本大题共 2 小题,共 25 分)

得分

12. (12 分) 求由曲线
- $y=\sqrt{x}$
- 与直线
- $y=2-x, y=-\frac{1}{3}x$
- 所围成的图形的面积.

13. (13 分) 有一动点 P 沿 x 轴运动, 在时刻 t 的速度 $v(t) = 8t - 2t^2$ (速度的正方向与 x 轴正方向一致).
- (1) P 从原点出发, 当 $t = 6$ 时, 求点 P 运动的路程;
- (2) P 从原点出发, 经过时间 t 后又返回原点, 求 t 的值.

难点拓展

得分

14. (5 分) 一列车沿直线轨道前进, 刹车后列车速度 $v(t) = 27 - 0.9t$, 则列车从刹车到停车走过的路程为 ()
- A. 405 B. 540
- C. 810 D. 945
15. (15 分) 已知抛物线 $y = x^2 - 2x$ 及直线 $x = 0, x = a, y = 0$ 围成的平面图形的面积为 $\frac{4}{3}$, 求 a 的值.

错误类型

- A. 审题不清 B. 基础知识理解有误
- C. 计算马虎 D. 考虑问题不够全面
- E. 方法不当 F. 其他错误

错题: _____

错因: _____

解题体会

?



滚动习题(三)[范围 1.4~1.7]

[时间:45 分钟 分值:100 分]

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 计算 $\int_1^e \left(x - \frac{1}{x}\right) dx =$ ()

- A. $\frac{1}{2}e^2$ B. $\frac{e^2+1}{2}$
C. $\frac{e^2-1}{2}$ D. $\frac{e^2-3}{2}$

2. $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx =$ ()

- A. 0 B. 2
C. 4 D. 8

3. 曲线 $y=x^2-1$ 与 x 轴所围成图形的面积等于 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$

4. 将 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + 3^p + \cdots + n^p}{n^{p+1}}$ ($p > 0$) 表示成定积分为 ()

- A. $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$ B. $\int_0^1 x^p dx$
C. $\int_0^1 \left(\frac{1}{x}\right)^p dx$ D. $\int_0^1 \left(\frac{x}{n}\right)^p dx$

5. 一物体在力 $F(x) = \begin{cases} 10(0 \leq x \leq 2), \\ 3x+4(x > 2) \end{cases}$ 的作用下沿与 $F(x)$ 相同的方向,从 $x=0$ 处运动到 $x=4$ 处,则力 $F(x)$ 做的功 W 为 ()

- A. 44 J B. 46 J C. 48 J D. 50 J

6. $\int_2^4 \frac{x^3 - 3x^2 + 5}{x^2} dx$ 的值为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{5}{4}$ D. 2

7. 质点做直线运动,其速度 $v(t) = t^2 - 2t + 1$ (v 的单位: m/s),则该质点在第 2 s 内所走的路程为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ m B. $\frac{1}{3}$ m
C. $\frac{1}{4}$ m D. $\frac{1}{2}$ m

8. 若两曲线 $y=x^2$ 与 $y=cx^3$ ($c > 0$) 围成图形的面积是 $\frac{2}{3}$,则 c 等于 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{2}{3}$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

9. 一辆汽车在笔直的公路上向前变速行驶,设汽车在时刻 t 的速度为 $v(t) = -t^2 + 4$ (t 的单位: h, v 的单位: km/h),则这辆车行驶的路程是 _____ km.

10. 已知函数 $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$,若 $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2f(a)$,则 $a =$ _____.

11. 由直线 $x = -2, x = 2, y = 0$ 及曲线 $y = x^2 - x$ 所围成的平面图形的面积为 _____.

12. 已知函数 $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 的图像如图 G3-1 所示,它与 x 轴在原点处相切,且 x 轴与函数图像所围成的区域(如图中阴影部分所示)的面积为 $\frac{1}{12}$,则 a 的值为 _____.

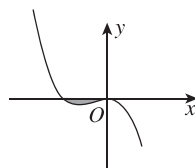


图 G3-1

三、解答题(本大题共 3 小题,共 40 分)

得分

13. (12 分)一物体做变速直线运动,其速度 v (m/s) 与时间 t (s) 的关系如图 G3-2 所示,求该物体在 $t = \frac{1}{2}$ s 到 $t = 6$ s 之间的运动路程.

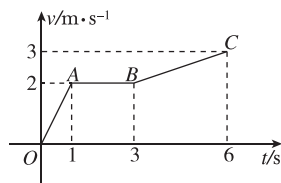


图 G3-2

14. (14 分) 如图 G3-3, 设 $A(2, 4)$ 是抛物线 $C: y = x^2$ 上的一点.

(1) 求该抛物线在点 A 处的切线 l 的方程;

(2) 求曲线 C 、直线 l 和 x 轴所围成的图形的面积.

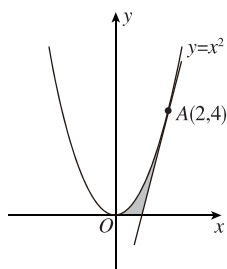


图 G3-3

15. (14 分) 设点 P 在曲线 $y = x^2$ 上从原点向 $A(2, 4)$ 移动 (点 P 异于原点 O 和点 A), 如果直线 OP 、曲线 $y = x^2$ 及直线 $x = 2$ 所围成的左、右两部分面积分别记为 S_1, S_2 .

(1) 当 $S_1 = S_2$ 时, 求点 P 的坐标;

(2) 当 $S_1 + S_2$ 取最小值时, 求点 P 的坐标和最小值.

错误类型

A. 审题不清

B. 基础知识理解有误

C. 计算马虎

D. 考虑问题不够全面

E. 方法不当

F. 其他错误

错题:

错因:

解题体会

?