CONTENTS 目录

■ 本书为“特色专项”分册 / 数学(文科)

01 考卷 小题 · 标准练

小题 1 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 01
小题 2 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 03
小题 3 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 05
小题 4 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 07
小题 5 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 09
小题 6 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 11
小题 7 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 13
小题 8 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 15
小题 9 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 17
小题 10 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 19
小题 11 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 21
小题 12 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 23
小题 13 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 25
小题 14 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 27
小题 15 “12 选择＋4 填空”80 分练 …… 专 29

02 考卷 解答 · 标准练

解答 1 “17 题～19 题”＋“二选一”46 分练 …… 专 31
解答 2 “17 题～19 题”＋“二选一”46 分练 …… 专 33
解答 3 “17 题～19 题”＋“二选一”46 分练 …… 专 35
解答 4 “17 题～19 题”＋“二选一”46 分练 …… 专 37
解答 5 “17 题～19 题”＋“二选一”46 分练 …… 专 39
解答 6 “17 题～19 题”＋“二选一”46 分练 …… 专 41
解答 7 “17 题～19 题”＋“二选一”46 分练 …… 专 43
解答 8 “17 题～19 题”＋“二选一”46 分练 …… 专 45
解答 9 “20 题、21 题”24 分练 …… 专 47
解答 10 “20 题、21 题”24 分练 …… 专 48
解答 11 “20 题、21 题”24 分练 …… 专 49
解答 12 “20 题、21 题”24 分练 …… 专 50

参考答案 …… 专 51

小题 1 “12 选择+4 填空”80 分练

(时间:45 分钟 分值:80 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把正确选项填在答题卡的相应位置)

1. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{y|y=3x-5,x\in A\}$,则 $A\cap B=$ ( )

A. $\{1,2\}$ B. $\{1,4\}$
C. $\{2,4\}$ D. $\{3,4\}$

2. 已知复数 $z=1+\mathrm{i}$(i 是虚数单位),则$\frac{z^2-1}{z+1}=$ ( )

A. i B. $-\mathrm{i}$
C. $1+\mathrm{i}$ D. $1-\mathrm{i}$

3. 已知 $a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$,$b=\log_2 3$,$c=\log_4 7$,则 a,b,c 的大小关系为 ( )

A. $a<b<c$ B. $b<a<c$
C. $c<a<b$ D. $a<c<b$

4. 某商场一年中各月份的收入、支出情况如图 X1-1 所示,下列说法中正确的是 ( )

A. 支出最高值与支出最低值的比是 8∶1
B. 4 至 6 月份的平均收入为 50 万元
C. 利润最高的月份是 2 月份
D. 2 至 3 月份的收入的变化率与 11 至 12 月份的收入的变化率相同

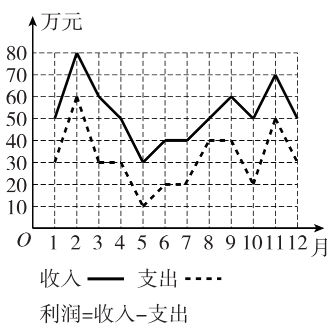


图 X1-1

5. 已知向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=1$,$|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$,则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$ ( )

A. $\sqrt{3}$ B. 3
C. $\sqrt{6}$ D. 6

6. 《算法统宗》是我国古代数学名著之一,由明代数学家程大位编著,它对我国民间普及珠算和数学知识起到了很大的作用.在这部著作中,许多数学问题都是以歌诀形式呈现的,“九儿问甲歌” 就是其中一首:一个公公九个儿,若问生年总不知,自长排来差三岁,共年二百又零七,借问长儿多少岁,各儿岁数要详推.在这个问题中,记这位公公的第 n 个儿子的年龄为 a_n,则 $a_1=$ ( )

A. 23
B. 32
C. 35
D. 38

7. 某几何体的三视图如图 X1-2 所示,三个视图都是半径相等的扇形,若该几何体的表面积为$\frac{5}{2}\pi$,则其体积为 ( )

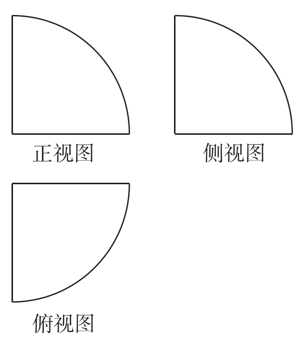


图 X1-2

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$
C. $\frac{10\sqrt{70}}{147}\pi$ D. $\frac{5\sqrt{70}}{147}\pi$

8. 已知函数 $f(x)=xe^{|x|}+ax$ 的图像在 $x=1$ 处的切线斜率为 $3e$，则函数 $f(x)$ 的图像在 $x=-1$ 处的切线方程为 ( )

A. $3ex+y+e=0$　　B. $ex+y+e=0$

C. $3ex-y+e=0$　　D. $2ex-y+e=0$

9. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图像的相邻的两个对称中心的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$，且对任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f\left(\dfrac{\pi}{4}+x\right)=f\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)$，则函数 $f(x)$ 的一个单调递增区间可以为 ( )

A. $\left[-\dfrac{\pi}{2},0\right]$

B. $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$

C. $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right]$

D. $\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right]$

10. 形如 $2^{2^n}+1(n\in\mathbf{N})$ 的数（如：$2^{2^0}+1=3$）为费马数. 在不超过 30 的正偶数中随机选取一个数，则它能表示为两个不同费马数的和的概率是 ( )

A. $\dfrac{2}{15}$　　B. $\dfrac{1}{5}$

C. $\dfrac{4}{15}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

11. 已知直线 $l_1:mx-y+m=0$ 与直线 $l_2:x+my-1=0$ 的交点为 Q，椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，则 $|QF_1|+|QF_2|$ 的取值范围是 ( )

A. $[2,+\infty)$　　B. $[2\sqrt{3},+\infty)$

C. $[2,4]$　　D. $[2\sqrt{3},4]$

12. 已知 $f(x)=\begin{cases}a-x^2-4x(x<0),\\ f(x-2)(x\geqslant 0),\end{cases}$ 且函数 $y=f(x)-2x$ 恰有 3 个不同的零点，则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $[-8,+\infty)$　　B. $[-4,+\infty)$

C. $[-4,0]$　　D. $(0,+\infty)$

题号	13	14	15	16	得分
答案					

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把正确答案填在答题卡的相应位置）

13. 已知 $3\sin 2\alpha=2\cos\alpha$，$\alpha$ 是第二象限角，则 $\tan\alpha=$________.

14. 实数 x,y 满足 $\begin{cases}y\geqslant 0,\\ x+y\geqslant 1,\\ x+3y\leqslant 3,\end{cases}$ 记 $m=3x+y$ 的最大值为 M，$n=3x-y$ 的最小值为 N，则 $M-N=$________.

15. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $2c\cos B=2a+b$，则 $C=$________.

16. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1,F_2，以 F_2 为圆心且和双曲线 C 的渐近线相切的圆与双曲线 C 的一个交点为 M，若 $\triangle F_1MF_2$ 为等腰三角形，则双曲线 C 的离心率是________.

小题 2 “12 选择＋4 填空”80 分练

（时间：45 分钟　分值：80 分）

演算区域

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确选项填在答题卡的相应位置）

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x<0\}$，$B=\{x|-1<x<1\}$，则 $A\cap B=$　（　　）

A. $(-1,1)$　　B. $(-1,2)$

C. $(-1,0)$　　D. $(0,1)$

2. 设 i 是虚数单位，若复数 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}^3}$，则 $\bar{z}=$　（　　）

A. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　B. $1+\frac{1}{2}\mathrm{i}$

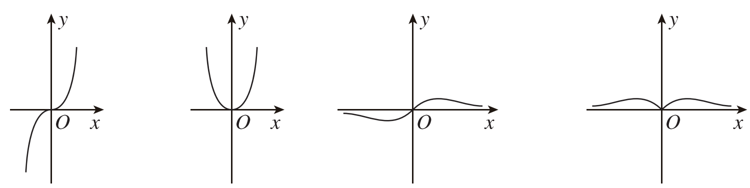
C. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D. $1-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

3. 已知 $P(3,4)$ 是角 α 的终边上的点，则 $\cos(\pi+\alpha)=$　（　　）

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$

C. $-\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{4}{5}$

4. 函数 $f(x)=x^2(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x})$ 的大致图像为　（　　）



A　　B　　C　　D

图 X2-1

5. 随着时代的发展，移动通讯技术的进步，各种智能手机不断更新换代，给人们的生活带来了巨大的便利，但与此同时，长时间低头看手机对人的身体如颈椎、眼睛等会造成一定的损害，“低头族”由此而来. 为了了解某群体中“低头族”的比例，现从该群体包含老、中、青三个年龄段共 1500 人中采用分层抽样的方法抽取 50 人进行调查，已知这 50 人里老、中、青三个年龄段的分配比例如图 X2-2 所示，则这个群体里老年人的人数为　（　　）

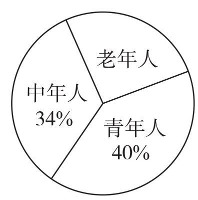


图 X2-2

A. 490　　B. 390

C. 1110　　D. 410

6. 抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上的点 P 到原点的距离为 $2\sqrt{3}$，到焦点的距离为 3，则抛物线的方程为　（　　）

A. $y^2=4x$　　B. $y^2=2\sqrt{3}x$

C. $y^2=3\sqrt{3}x$　　D. $y^2=6x$

7. 某校上午第一节课上课时间为 8：00～8：40，第二节课上课时间为 8：50～9：30. 一学生因故迟到，若该学生在 9：00～10：00 之间到达教室，则他上第二节课的时间不少于 20 分钟的概率为　（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{1}{3}$

8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3+a_5=a_4+7$，$a_{10}=19$，则数列 $\{a_n\cos n\pi\}$ 的前 2020 项和为　（　　）

A. 1009　　B. 1010

C. 2019　　D. 2020

9. 已知函数 $f(x)$ 是奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，$f(-3)=0$，则不等式 $xf(x)<0$ 的解集为　（　　）

A. $(-3,0)\cup(3,+\infty)$　　B. $(-\infty,-3)\cup(0,3)$

C. $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$　　D. $(-3,0)\cup(0,3)$

10. 设$\{x\}$表示不小于实数x的最小整数，执行如图X2-3所示的程序框图，则输出的结果是　（　　）

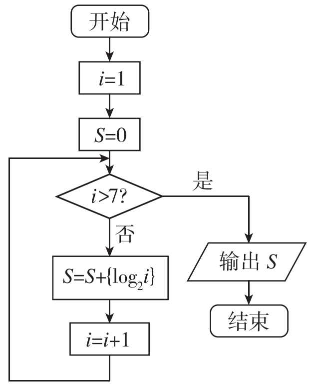


图 X2-3

A. 14　　B. 15

C. 16　　D. 17

11. 已知点F_1，F_2分别为双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的左、右焦点，点$M$在双曲线$C$的左支上，$MF_2$与双曲线$C$的一条渐近线交于点$D$，且$D$为$MF_2$的中点，点$I$为$\triangle OMF_2$的外心（$O$为坐标原点），若$O$，$I$，$D$三点共线，则双曲线$C$的离心率为　（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. 3

C. $\sqrt{5}$　　D. 5

12. 如图X2-4所示，在棱长为1的正方体$ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$中，平面α过点D且平行于平面ACD_1，则该正方体在平面α内的正投影的面积是　（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{2}$　　D. 1

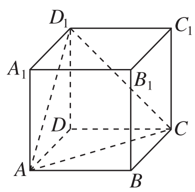


图 X2-4

题号	13	14	15	16	得分
答案					

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分，把正确答案填在答题卡的相应位置）

13. 曲线$y=a\sin x+\cos x$在$x=0$处的切线与x轴、y轴围成的三角形面积为2，则a的值为________.

14. 若函数$f(x)=\begin{cases}2^x+\lg x, x>0,\\ g(x), x<0\end{cases}$是偶函数，则$g(-10)=$________.

15. 我国古代数学著作《九章算术》中有如下问题：“今有人持金出五关，前关二而税一，次关三而税一，次关四而税一，次关五而税一，次关六而税一．并五关所税，适重一斤．问本持金几何？”其意思为“今有人持金出五关，第1关收税金为总量的$\frac{1}{2}$，第2关收税金为剩余量的$\frac{1}{3}$，第3关收税金为剩余量的$\frac{1}{4}$，第4关收税金为剩余量的$\frac{1}{5}$，第5关收税金为剩余量的$\frac{1}{6}$．5关所收税金之和恰好重1斤，问原本持金多少？”假设原本持金x斤，则$x=$________.

16. 等腰直角三角形ABC内（包括边界）有一点P，$AB=AC=2$，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=1$，则$|\overrightarrow{PC}|$的取值范围是________.

小题 3 “12 选择+4 填空”80 分练

（时间:45 分钟　分值:80 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把正确选项填在答题卡的相应位置)

1\. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x-6<0\}$,$B=\{x|x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$,则 $A\cap B=$ (　　)

A. $\{2,3,4\}$　　B. $\{1,2,3\}$

C. $\{2,5\}$　　D. $\{1,4\}$

2\. 设复数 z 满足 $\frac{z-i}{2-i}=i$(i 为虚数单位),则 $|z|=$ (　　)

A. 1　　B. $\sqrt{5}$

C. 3　　D. $\sqrt{10}$

3\. 已知 $x\in(0,1)$,令 $a=\log_3 x$,$b=2^x$,$c=\sin x$,那么 a,b,c 之间的大小关系为 (　　)

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$

C. $b<c<a$　　D. $a<c<b$

4\. 图 X3-1 是我国发行的一枚 2019 猪年生肖邮票——“肥猪旺福”,其规格为 42 mm×46 mm.为估算邮票中肥猪图案的面积,现向邮票中随机投掷了 21 粒芝麻,经统计恰有 12 粒芝麻落在肥猪图案内,则可估计肥猪图案的面积为 (　　)

图 X3-1

A. $1104\ cm^2$　　B. $11.04\ cm^2$

C. $8.28\ cm^2$　　D. $12\ cm^2$

5\. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$,则其渐近线方程为 (　　)

A. $y=\pm\sqrt{2}x$

B. $y=\pm\sqrt{3}x$

C. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

D. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

6\. 设 $m,n\in\mathbf{R}$,则“$m|m|<n|n|$”是“$m<n$”的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7\. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,数列 $\{b_n\}$ 是各项均为正数的等比数列,公比 $q>1$,且 $a_5=b_5$,则 (　　)

A. $a_3+a_7>b_4+b_6$

B. $a_3+a_7\geqslant b_4+b_6$

C. $a_3+a_7<b_4+b_6$

D. $a_3+a_7=b_4+b_6$

8\. 已知正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的三视图如图 X3-2 所示,一只蚂蚁从顶点 A 出发沿该正三棱柱的表面绕行两周到达顶点 A_1,则该蚂蚁走过的距离的最小值为 (　　)

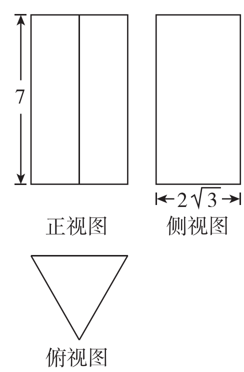


图 X3-2

A. $\sqrt{193}$

B. 25

C. $2\sqrt{193}$

D. 31

演算区域

9. 已知函数 $f(x)=2\sin x\sin(x+3\varphi)$ 是奇函数，其中 $\varphi\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，则函数 $g(x)=\cos(2x-\varphi)$ 的图像　（　　）

A. 关于点 $\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$ 对称

B. 关于直线 $x=-\dfrac{5\pi}{12}$ 对称

C. 可由函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度得到

D. 可由函数 $f(x)$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度得到

10. 过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 作倾斜角为 $\dfrac{\pi}{4}$ 的直线 l，若 l 与抛物线交于 A，B 两点，且 AB 的中点到抛物线准线的距离为 4，则 p 的值为　（　　）

A. $\dfrac{8}{3}$　　B. 1

C. 2　　D. 3

11. 如图 X3-3 所示，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，$BC/\!/AD$，$AD=2BC$，点 E 是棱 PD 的中点，PC 与平面 ABE 交于 F 点，设 $PF=\lambda FC$，则 $\lambda=$　（　　）

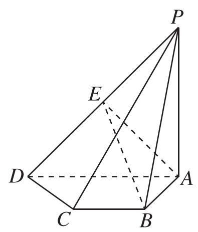


图 X3-3

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

12. 定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)+f'(x)>1$，$f(0)=4$，则不等式 $e^xf(x)>e^x+3$ 的解集为　（　　）

A. $(0,+\infty)$　　B. $(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$

C. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$　　D. $(3,+\infty)$

题 号	13	14	15	16	得 分
答 案					

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把正确答案填在答题卡的相应位置）

13. 已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y-2\leqslant 0,\\ 2x-y\geqslant 0,\\ x-y\leqslant 0,\end{cases}$ 若 $z=x+y$，则 z 的最大值为________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $120°$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=2$，则 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影为________.

15. 某校在科技文化艺术节上举行纸飞机大赛，A，B，C，D，E 五个团队获得了前五名. 发奖前，老师让他们各自选择两个团队，猜一猜其名次.

A 团队说：C 第一，B 第二；

B 团队说：A 第三，D 第四；

C 团队说：E 第四，D 第五；

D 团队说：B 第三，C 第五；

E 团队说：A 第一，E 第四.

如果实际上每个名次都有人猜对，则获得第五名的是________团队.

16. 如图 X3-4 所示，A，B 是半径为 2 的圆周上的定点，P 为圆周上的动点，$\angle APB$ 是锐角，大小为 β，则图中阴影区域的面积的最大值为________.

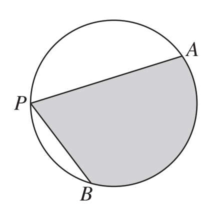


图 X3-4

小题 4 “12 选择＋4 填空”80 分练

（时间：45 分钟 分值：80 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确选项填在答题卡的相应位置）

1. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，$(a-\mathrm{i})\mathrm{i}=b-2\mathrm{i}$（i 为虚数单位），则 $a+b\mathrm{i}$ 的共轭复数为（　　）

A. $-2-\mathrm{i}$　　B. $-2+\mathrm{i}$　　C. $2-\mathrm{i}$　　D. $2+\mathrm{i}$

2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x|-1<x<1\}$，$N=\{x|0<x<2\}$，则图 X4-1 中阴影部分表示的集合是（　　）

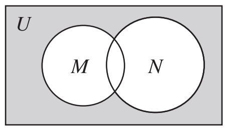


图 X4-1

A. $\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 1\}$　　B. $\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 2\}$

C. $\{x|0<x<1\}$　　D. $\{x|-1<x<2\}$

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$，若点 $(n,a_n)(n\in\mathbf{N}^*)$ 在经过点 $(4,8)$ 的定直线 l 上，则数列 $\{a_n\}$ 的前 7 项和 $S_7=$（　　）

A. 48　　B. 56　　C. 58　　D. 60

4. 暑假期间，甲、乙、丙三位同学准备来一趟历史文化名城游，他们从 A，B，C，D，E5 个城市中选出 2 个参观旅游，则 A，B 中只选 1 个的概率是（　　）

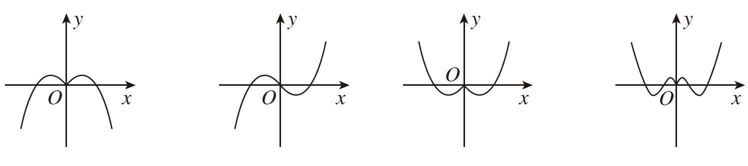
A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

5. 函数 $f(x)=\sin x-\cos x$ 在 $[-\pi,3\pi]$ 上零点的个数是（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

6. 函数 $f(x)=\mathrm{e}^{|x|}-2\sqrt{x^2}-1$ 的大致图像为（　　）



A　　B　　C　　D

图 X4-2

7. 某几何体的三视图如图 X4-3 所示，其中正视图中的曲线为圆的 $\frac{1}{4}$，则该几何体的体积为（　　）

A. $16-\pi$

B. $16-4\pi$

C. $32-2\pi$

D. $64-4\pi$

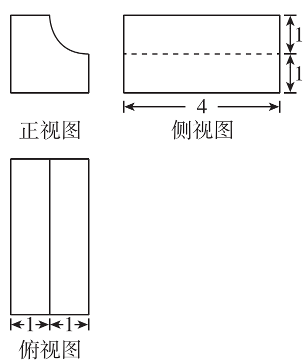


图 X4-3

8. 椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，下顶点为 B，直线 BF_2 与椭圆 C 交于另一点 M，若 $\triangle F_1MF_2$ 与 $\triangle F_1BF_2$ 的面积之比为 $1:2$，则直线 BF_2 的斜率为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{2}$

9．执行如图 X4-4 所示的程序框图，则输出的 $S=$（　　）

A．325

B．285

C．225

D．185

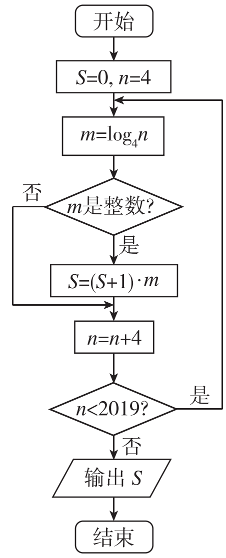


图 X4-4

10．已知$\triangle ABC$外接圆的圆心为O，若$AB=3$，$AC=5$，则$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC}$的值是（　　）

A．2　　B．4

C．8　　D．16

11．将$f(x)=\sqrt{2}\sin 2x-\sqrt{2}\cos 2x+1$的图像向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，再向下平移1个单位长度，得到函数$y=g(x)$的图像，则下列关于函数$y=g(x)$的说法错误的是（　　）

A．函数$y=g(x)$的最小正周期是π

B．函数$y=g(x)$图像的一条对称轴是直线$x=\frac{\pi}{8}$

C．函数$y=g(x)$的一个零点是$\frac{3\pi}{8}$

D．函数$y=g(x)$在区间$\left[\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{8}\right]$上单调递减

12．设函数$f(x)=\frac{e^2x^2+1}{x}$，$g(x)=\frac{e^2x}{e^x}$，对任意$x_1,x_2\in(0,+\infty)$，不等式$\frac{g(x_1)}{k}\leqslant\frac{f(x_2)}{k+1}$恒成立，则正数$k$的取值范围是（　　）

A．$[2,+\infty)$　　B．$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$[1,+\infty)$

题号	13	14	15	16	得分
答案					

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分，把正确答案填在答题卡的相应位置）

13．在无穷数列$\{a_n\}$中，S_n为$\{a_n\}$的前n项和．若对任意$n\in\mathbf{N}^*$，$S_n\in\{2,3\}$，则称这个数列为“有限和数列”，试写出一个“有限和数列”________．（答案不唯一）

14．设实数x,y满足约束条件$\begin{cases}2\leqslant x\leqslant 3,\\1\leqslant y\leqslant 2,\\x+y\leqslant 4,\end{cases}$则$\frac{y}{x-1}$的最大值为________．

15．如图 X4-5 所示，在长方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2BC=2$，直线DC_1与平面$ABCD$所成的角为$45°$，则异面直线AD_1与DC_1所成角的余弦值为________．

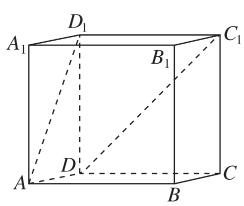


图 X4-5

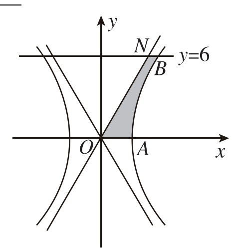


图 X4-6

16．我国南北朝时期的数学家祖暅提出体积的计算原理（祖暅原理）：“幂势既同，则积不容异”．“势”即是高，“幂”即是面积．意思是：如果两个等高的几何体在同高处的截面积相等，那么这两个几何体的体积相等．已知双曲线C的焦点在x轴上，离心率为$\sqrt{5}$，且过点$(2,2\sqrt{3})$．若直线$y=0$与$y=6$在第一象限内与双曲线及其渐近线围成如图 X4-6 阴影部分所示的图形，则该图形绕y轴旋转一周所得几何体的体积为________．

小题 5 “12 选择+4 填空”80 分练

（时间：45 分钟　分值：80 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确选项填在答题卡的相应位置）

1. 已知集合 $A=\{x|\log_2 x<2\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$　　（　　）

A. $\{-1,0,1,2\}$

B. $\{-1,1,2\}$

C. $\{0,1,2\}$

D. $\{1,2\}$

2. 在复平面内对应复数 $\dfrac{\mathrm{i}}{m-\mathrm{i}}$（$m\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位）的点位于第二象限，则实数 m 的取值范围是　　（　　）

A. $(-\infty,-1)$　　B. $(-\infty,0)$

C. $(0,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

3. 某省统计局统计了该省近 10 年（2009 年至 2018 年）的生产总值的增速情况，并绘制了如图 X5-1 所示的折线统计图.

图 X5-1

根据该折线统计图，下面说法错误的是　　（　　）

A. 这 10 年中有 3 年的生产总值的增速在 9.00% 以上

B. 从 2010 年开始生产总值的增速逐年下滑

C. 这 10 年的生产总值均保持 6.5% 以上的中高速增长

D. 2013 年至 2018 年的生产总值的增速相对于 2009 年至 2012 年，波动性较小

4. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线与过其右焦点的直线 $y=2x-2\sqrt{5}$ 平行，则该双曲线的实轴长为　　（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=60^\circ$，$AB=3$，$AC=4$，点 M 满足 $\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MC}$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}=$　　（　　）

A. 7　　B. 8

C. 9　　D. 10

6. 设 $a=2^{\frac{2}{3}}$，$b=\log_3 15$，$c=\log_4 20$，则 a,b,c 的大小关系是　　（　　）

A. $a<b<c$

B. $a<c<b$

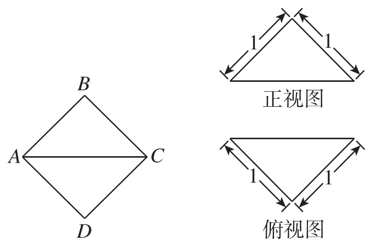
C. $b<c<a$

D. $c<b<a$

7. 如图 X5-2①，将边长为 1 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起，连接顶点 B,D 形成三棱锥 B-ACD，若其正视图和俯视图如图②所示，则其侧视图的面积为　　（　　）

A. 1　　　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{4}$　　　　D. $\frac{1}{8}$



①　　②

图 X5-2

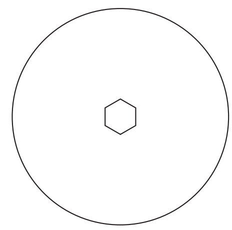


图 X5-3

8. 如图 X5-3 所示，某校一文化墙上的一幅圆形图案的半径为 6，其内有一边长为 1 的正六边形的小孔，现向该圆形图案内随机地投入一飞镖（飞镖的大小忽略不计），则该飞镖落在圆形图案的正六边形小孔内的概率为　　（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{24}$　　　　B. $\frac{\sqrt{3}}{24\pi}$

C. $\frac{1}{6}$　　　　D. $\frac{\sqrt{3}}{6\pi}$

9. 在$\triangle ABC$中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $b=2$，$\frac{\sin 2C}{1-\cos 2C}=1$，$B=\frac{\pi}{6}$，则 a 的值为　　（　　）

A. $\sqrt{3}-1$　　　　B. $2\sqrt{3}+2$

C. $2\sqrt{3}-2$　　　　D. $\sqrt{6}+\sqrt{2}$

10. 已知平面 $\alpha\perp$平面 β，$\alpha\cap\beta=l$，点 $A\in\alpha$，$A\notin l$，直线 $AB\parallel l$，直线 $AC\perp l$，直线 $m\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，则下列四种位置关系中，不一定成立的是　　（　　）

A. $AB\parallel m$　　B. $AC\perp m$　　C. $AB\parallel\beta$　　D. $AC\perp\beta$

11. 设椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个焦点为 $F(1,0)$，点 $A(-1,1)$为椭圆 E 内一点，若椭圆 E 上存在一点 P，使得$|PA|+|PF|=9$，则椭圆 E 的离心率的取值范围是　　（　　）

A. $\left[\frac{1}{2},1\right)$　　　　B. $\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]$

C. $\left[\frac{1}{5},\frac{1}{4}\right]$　　　　D. $\left[\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]$

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x^2-4x+1, x>0,\\ e^x, x\leqslant 0,\end{cases}$则 $y=f(x)(x\in\mathbf{R})$的图像上关于坐标原点 O 对称的点共有　　（　　）

A. 0 对　　　　B. 1 对

C. 2 对　　　　D. 3 对

题　号	13	14	15	16	得　分
答　案					

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把正确答案填在答题卡的相应位置）

13. 已知函数 $f(x)=\ln x+2x^2-4x$，则函数 $f(x)$的图像在 $x=1$ 处的切线方程为________.

14. 已知单位向量$\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，向量$\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{e}_1+(1-\lambda)\boldsymbol{e}_2$，若$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{e}_2$，则实数 $\lambda=$________.

15. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=2$，$na_{n+1}-(n+1)a_n=2n(n+1)$，若 $b_n=2^{\sqrt{2a_n}}$，则数列$\{b_n\}$的前 n 项和 $S_n=$________.

16. 已知 $M(-2,1)$，设 $N(x_0,1)$，若圆 O：$x^2+y^2=1$ 上存在点 P，使得$\angle MNP=60°$，则 x_0 的取值范围是________.

小题 6 “12 选择+4 填空”80 分练

（时间：45 分钟 分值：80 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确选项填在答题卡的相应位置）

1．已知集合 $M=\{x|-2<x<2\}$，$N=\{x|x>1\}$，则 $M\cap N=$ （　　）

A．$(-2,2)$

B．$(1,+\infty)$

C．$(1,2)$

D．$(-2,+\infty)$

2．若复数 $z=\frac{2}{1-\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则下列结论正确的是 （　　）

A．$|z|=2$　　B．z 的虚部为 i

C．$\bar{z}=-1+\mathrm{i}$　　D．$z^2=2\mathrm{i}$

3．某学校从编号依次为 01，02，…，90 的 90 名学生中用系统抽样（等间距抽样）的方法抽取一个样本，已知样本中相邻的两个组的编号分别为 14，23，则该样本中来自第四组的学生的编号为 （　　）

A．32　　B．33

C．41　　D．42

4．我国明代数学家程大位的名著《直指算法统宗》中有如下问题：“今有白米一百八十石，令三人从上及和减率分之，只云甲多丙米三十六石，问：各该若干？”其意思为：“今有白米一百八十石，甲、乙、丙三人来分，他们分得的白米数构成等差数列，只知道甲比丙多分三十六石，那么三人各分得多少白米？”请问：乙应该分得白米 （　　）

A．96 石　　B．78 石

C．60 石　　D．42 石

5．某校开展“我身边的榜样”评选活动，现对 3 名候选人甲、乙、丙进行不记名投票，投票要求详见下表．这 3 名候选人的得票数（不考虑是否有效）分别为总票数的 88%，70%，46%，则本次投票的有效率（有效票数占总票数的百分比）最高为 （　　）

<table>
<tr><th colspan="3">“我身边的榜样”评选选票</th></tr>
<tr><td>候选人</td><td>符号</td><td rowspan="4">注：1. 同意画“○”，不同意画“×”.
2. 每张选票“○”的个数不超过 2 时才为有效票</td></tr>
<tr><td>甲</td><td></td></tr>
<tr><td>乙</td><td></td></tr>
<tr><td>丙</td><td></td></tr>
</table>

A．68%　　B．88%

C．96%　　D．98%

6．若曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 在 $x=0$ 处的切线也是曲线 $y=\ln x+b$ 的切线，则 $b=$ （　　）

A．-1　　B．1

C．2　　D．e

7．给出下列四个说法：

①命题“$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\sin x_0+\cos x_0<1$”的否定是“$\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x+\cos x\geqslant 1$”；

②若 $p\wedge q$ 是真命题，则 $\neg p$ 可能是真命题；

③“$a>5$ 且 $b>-5$”是“$a+b>0$”的充要条件；

④当 $\alpha<0$ 时，幂函数 $y=x^{\alpha}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减．

其中正确的是 （　　）

A．①④　　B．②③

C．①③　　D．②④

演算区域

8. 已知双曲线 C 的中心为坐标原点，其一条渐近线的方程为 $y=\sqrt{2}x$，点 $P(2\sqrt{2},-\sqrt{2})$ 在双曲线 C 上，则双曲线 C 的方程为 （　　）

A. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{14}=1$

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$　　D. $\frac{y^2}{14}-\frac{x^2}{7}=1$

9. 如图 X6-1，三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 的侧棱垂直于底面，$AB\perp BC$，$A_1A=3$，$B_1M=CN=1$，$AB=BC=1$，则点 A 到平面 A_1MN 的距离是 （　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{3}$

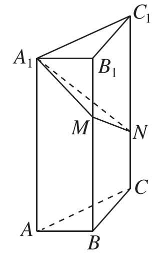


图 X6-1

10. 数列$\{F_n\}$：1，1，2，3，5，8，13，21，34，…，称为斐波那契数列，是由意大利数学家列昂纳多·斐波那契以兔子繁殖为例子而引入，故又称为“兔子数列”. 该数列从第三项开始，每项都等于其前相邻两项之和. 记该数列$\{F_n\}$的前 n 项和为 S_n，则下列结论正确的是 （　　）

A. $S_{2019}=F_{2021}+2$　　B. $S_{2019}=F_{2021}-1$

C. $S_{2019}=F_{2020}+2$　　D. $S_{2019}=F_{2020}-1$

11. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x$，把函数 $f(x)$的图像向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，再把所得图像的横坐标缩小到原来的一半(纵坐标保持不变)，得到函数 $g(x)$的图像，当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，若方程 $g(x)-k=0$ 有两个不同的实根，则实数 k 的取值范围为 （　　）

A. $[1,\sqrt{3}]$　　B. $[\sqrt{3},2)$

C. $[1,2]$　　D. $[1,2)$

12. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $y=f(x+2)$，其图像连续不间断，当 $x>2$ 时，函数 $y=f(x)$是单调函数，则满足 $f(x)=f\left(1-\frac{1}{x+4}\right)$的所有 x 之积为 （　　）

A. 4　　B. -4

C. -39　　D. 39

题号	13	14	15	16	得分
答案					

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把正确答案填在答题卡的相应位置)

13. 若向量 $\boldsymbol{m}=(2,4)$，$\boldsymbol{n}=(-1,x)$，且$(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})\perp\boldsymbol{m}$，则实数 x 的值为________.

14. 已知实数 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x+4y+2\geqslant 0,\\4x+y-7\leqslant 0,\\x-y+2\geqslant 0,\end{cases}$则 $z=-5x+y$ 的最大值为________.

15. 已知 A_1，A_2 分别是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$的左、右顶点，点 P 是椭圆上的点，直线 PA_1 的斜率为 k_1，直线 PA_2 的斜率为 k_2. 若 $k_1k_2=-\frac{1}{4}$，则实数 $a=$________.

16. 如图 X6-2 所示，方格蜘蛛网是由一族正方形环绕而成的图形. 每个正方形的四个顶点都在其外接正方形的四条边上，且分边长为 3∶4. 现用 13 米长的铁丝材料制作一个方格蜘蛛网，若最外边的正方形边长为 1 米，由外到内顺序制作，则完整的正方形的个数最多为________. $\left(\text{参考数据：}\lg\frac{7}{5}\approx\frac{3}{20}\right)$

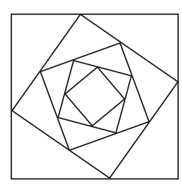


图 X6-2

小题 7 “12 选择+4 填空”80 分练

（时间：45 分钟 分值：80 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确选项填在答题卡的相应位置）

1. 已知 i 为虚数单位，复数 z 满足 $z+\mathrm{i}=2\mathrm{i}(1+\mathrm{i})$，则 $z+2=$ （ ）

A. $2\mathrm{i}$　　B. $-2\mathrm{i}$　　C. i　　D. $-\mathrm{i}$

2. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{1,2,5\}$，$\complement_U B=\{1,3,5\}$，则 $A\cap B=$ （ ）

A. $\{5\}$　　B. $\{2\}$　　C. $\{1,2,4,5\}$　　D. $\{3,4,5\}$

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x, 0<x<1,\\ \dfrac{1}{x^2}, x\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $f[f(2)]=$ （ ）

A. 2　　B. -1　　C. 1　　D. -2

4. 设 $a,b\in\mathbf{R}$，则“$(a-b)a^2<0$”是“$a<b$”的 （ ）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率恰为它一条渐近线斜率的 2 倍，则离心率为 （ ）

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$　　D. $\sqrt{3}$

6. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1=1$，公差 $d\in[1,2]$，且 $a_4+\lambda a_{10}+a_{16}=15$，则实数 λ 的最大值为 （ ）

A. $\dfrac{7}{2}$　　B. $\dfrac{53}{19}$　　C. $-\dfrac{23}{19}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

7. 在平面直角坐标系内，$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是方向相反的单位向量，向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{e}_1)\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{e}_2)=0$，则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的最大值为 （ ）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. 3

8. 执行如图 X7-1 所示的程序框图，若输出的 x 的值为 9，则输入的 x 的值为 （ ）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

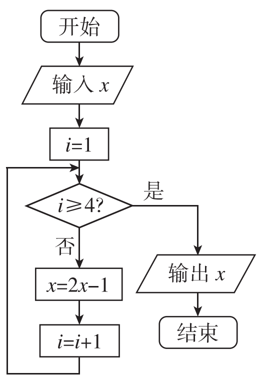


图 X7-1

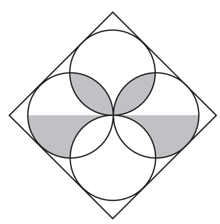


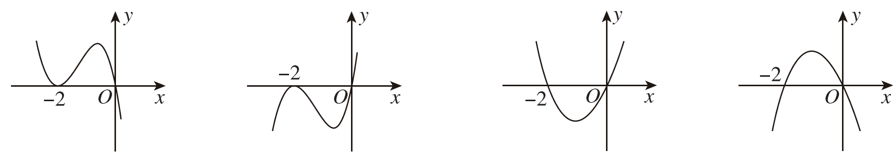
图 X7-2

9. 中国剪纸是一种用剪刀或刻刀在纸上剪刻花纹，用于装点生活或配合其他民俗活动的民间艺术，蕴涵了极致的数学美和丰富的传统文化信息. 现有一幅剪纸的设计图(如图 X7-2 所示)，其中的 4 个小圆均过正方形的中心，且内切于正方形的两邻边. 若在正方形内随机取一点，则该点取自阴影部分的概率为 （ ）

A. $\dfrac{(3-2\sqrt{2})\pi}{2}$　　B. $\dfrac{\pi}{16}$

C. $\dfrac{(3-2\sqrt{2})\pi}{4}$　　D. $\dfrac{\pi}{8}$

10. 设函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上可导，其导函数为 $f'(x)$，且函数 $f(x)$ 仅在 $x=-2$ 处取得极小值，则函数 $y=x\cdot f'(x)$ 的图像可能是 （　　）



A　　B　　C　　D

图 X7-3

11. 如图 X7-4 所示，在棱长为 6 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E,F 分别是棱 C_1D_1，B_1C_1 的中点，过 A,E,F 三点作该正方体的截面，则截面的周长为 （　　）

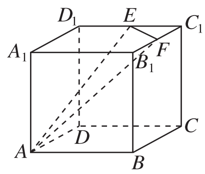


图 X7-4

A. $10+3\sqrt{2}$

B. $6\sqrt{13}+3\sqrt{2}$

C. $6\sqrt{5}+9\sqrt{2}$

D. $10+3\sqrt{2}+4\sqrt{10}$

12. 设 F_1，F_2 分别是椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，过 F_2 的直线交椭圆于 A,B 两点，且 $\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，$\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$，则椭圆 E 的离心率为 （　　）

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $\dfrac{3}{4}$

C. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

题号	13	14	15	16	得分
答案					

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把正确答案填在答题卡的相应位置）

13. 如下表所示，一个频数分布表（样本容量为 50）不小心被损坏了一部分，只记得样本数据在 $[20,60)$ 内的频率为 0.6，则样本数据在 $[40,50)$，$[50,60)$ 内的频数之和是________.

分组	$[10,20)$	$[20,30)$	$[30,40)$
频数	3	4	5

14. 已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geqslant 1,\\ y-x\leqslant 1,\\ x\leqslant 1,\end{cases}$ 则 $(x+1)^2+(y+1)^2$ 的最小值为________.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，若 $\dfrac{\sin B}{\sin C}=\dfrac{1}{2}$，$c^2-b^2=2ab$，则 $\cos A=$________.

16. “横看成岭侧成峰，远近高低各不同.”同一事物从不同角度看，我们会有不同的认识. 请解决以下问题：设函数 $f(x)=ax^2+(2b+1)x-a-2(a,b\in\mathbf{R},a\neq 0)$ 在 $[3,4]$ 上至少有一个零点，则 a^2+b^2 的最小值为________.

小题 8 “12 选择+4 填空”80 分练

（时间：45 分钟　分值：80 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确选项填在答题卡的相应位置）

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+4<0,x\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{m,2\}$，若 $A\subseteq B$，则 $m=$（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 5

2. 若复数 $z=(-1+3i)(a-i)$ 的实部与虚部相等，则实数 a 的值为（　　）

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 5　　D. 2

3. 为了弘扬我国优秀传统文化，某中学广播站从中国 5 个传统节日（春节、元宵节、清明节、端午节、中秋节）中随机选取 3 个节日来讲解其文化内涵，那么春节和中秋节都被选中的概率是（　　）

A. $\frac{3}{10}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{7}{10}$

4. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，若 $a_1=1$，$a_{n+2}+2a_{n+1}=8a_n$，则 $\{a_n\}$ 的前 6 项和为（　　）

A. 1365　　B. 63　　C. $\frac{63}{32}$　　D. $\frac{1365}{1024}$

5. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，且 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，则 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影为（　　）

A. 1　　B. -1　　C. $\sqrt{2}$　　D. $-\sqrt{2}$

6. 若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+x,x\geqslant 0,\\ x^2-ax,x<0\end{cases}(a\in\mathbf{R})$ 为偶函数，则下列结论正确的是（　　）

A. $f(a)>f(2a)>f(0)$　　B. $f(a)>f(0)>f(2a)$

C. $f(2a)>f(a)>f(0)$　　D. $f(2a)>f(0)>f(a)$

7. 运行如图 X8-1 所示程序框图，已知输出的结果为 5050，则判断框内可填（　　）

A. $n<101$?

B. $n<100$?

C. $n>100$?

D. $n>101$?

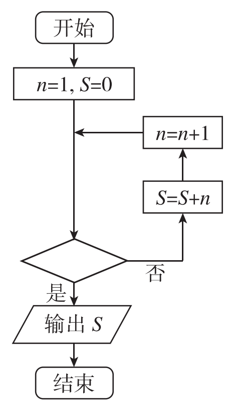


图 X8-1

8. 已知 F_1，F_2 分别是双曲线 C：$y^2-x^2=1$ 的上、下焦点，点 P 是其一条渐近线上一点，且以 F_1F_2 为直径的圆经过点 P，则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 2　　D. 1

9. 一个几何体的三视图如图 X8-2 所示，则该几何体的体积是（　　）

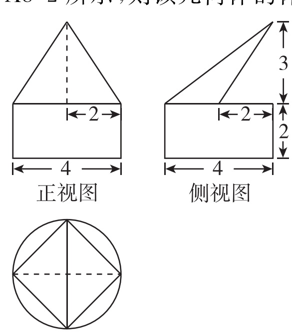


图 X8-2

A. $6\pi+2$　　B. $6\pi+2\sqrt{2}$

C. $8\pi+4$　　D. $8\pi+6$

10. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$的部分图像如图 X8-3 所示，点$\left(0,-\dfrac{3}{2}\right)$，$\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$，$\left(\dfrac{7\pi}{3},0\right)$在图像上，若 $x_1,x_2\in\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{7\pi}{3}\right)$，$x_1\neq x_2$，且 $f(x_1)=f(x_2)$，则 $f(x_1+x_2)=$ （　　）

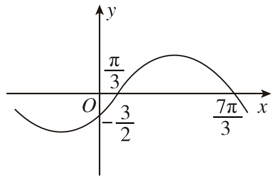


图 X8-3

A. 3　　　　B. $\dfrac{3}{2}$

C. 0　　　　D. $-\dfrac{3}{2}$

11. 设 F_1,F_2 分别为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，点 A,B 分别为椭圆 C 的右顶点和下顶点，且点 F_1 关于直线 AB 的对称点为 M，若 $MF_2\perp F_1F_2$，则椭圆 C 的离心率为 （　　）

A. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{3}$

C. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

12. 已知函数 $f(x)$在$(0,1)$上恒有 $xf'(x)>2f(x)$，其中 $f'(x)$为函数 $f(x)$的导函数，若 α,β 为锐角三角形的两个内角，则 （　　）

A. $\sin^2\beta f(\sin\alpha)>\sin^2\alpha f(\sin\beta)$

B. $\cos^2\beta f(\sin\alpha)>\sin^2\alpha f(\cos\beta)$

C. $\cos^2\beta f(\cos\alpha)>\cos^2\alpha f(\cos\beta)$

D. $\sin^2\beta f(\cos\alpha)>\sin^2\alpha f(\cos\beta)$

题号	13	14	15	16	得分
答案					

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把正确答案填在答题卡的相应位置）

13. 已知 $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{3}$，则 $\tan\alpha=$________.

14. 已知数列$\{a_n\}$满足$\dfrac{a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{a_n}{n}$，且 $a_5=15$，则 $a_8=$________.

15. 如图 X8-4，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AB=AD=1$，$BC=2$，$AD\parallel BC$，$AB\perp AD$，E 为 AD 的中点，沿 BD 将$\triangle ABD$ 折起，使平面 $ABD\perp$平面 BCD，则异面直线 BE 与 CD 所成角的大小为______.

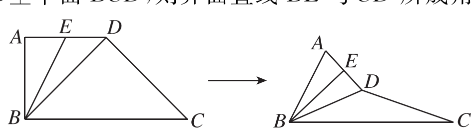


图 X8-4

16. 已知直线 l 与曲线 $y=x^3-x+1$ 有三个不同的交点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，且$|AB|=|AC|$，则 $\sum\limits_{i=1}^{3}(x_i+y_i)=$________.

小题 9 “12 选择+4 填空”80 分练

（时间：45 分钟 分值：80 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确选项填在答题卡的相应位置）

1. 若集合 $A=\{x|-5<x<2\}$，$B=\{x|x^2-9<0\}$，则 $A\cap B=$ （　　）

A. $\{x|-3<x<2\}$

B. $\{x|-5<x<2\}$

C. $\{x|-3<x<3\}$

D. $\{x|-5<x<3\}$

2. 已知复数 z 满足 $z+|z|=3+\mathrm{i}$，则 $z=$ （　　）

A. $1-\mathrm{i}$　　　　B. $1+\mathrm{i}$

C. $\frac{4}{3}-\mathrm{i}$　　　　D. $\frac{4}{3}+\mathrm{i}$

3. 函数 $y=x^2-2^{|x|}(x\in\mathbf{R})$ 的大致图像是 （　　）

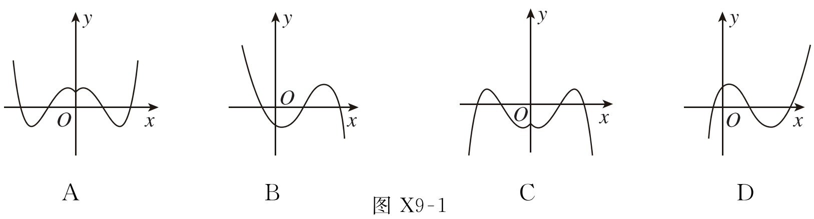


图 X9-1

4. 如图 X9-2 所示是民航部门统计的 2018 年春运期间 12 个城市售出的往返机票的平均价格以及相比去年同期变化幅度的数据统计图表，根据图表，下面叙述不正确的是 （　　）

12个城市春运往返机票的平均价格

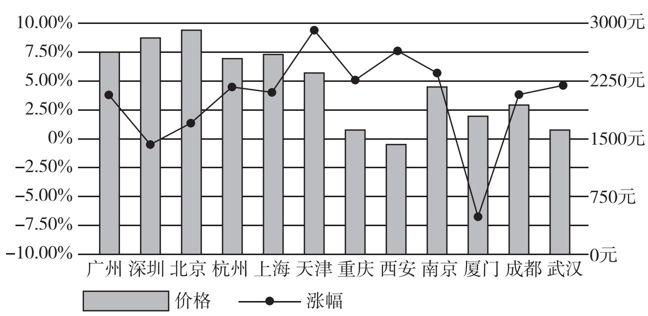


图 X9-2

A. 深圳的变化幅度最小，北京的平均价格最高

B. 深圳和厦门的春运期间往返机票价格同去年相比有所下降

C. 平均价格从高到低居于前三位的城市为北京、深圳、广州

D. 平均价格的涨幅从高到低居于前三位的城市为天津、西安、厦门

5. 某几何体的三视图如图 X9-3 所示，其中俯视图为扇形，则该几何体的体积为 （　　）

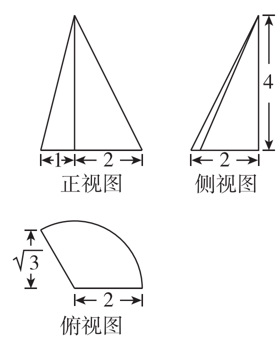


图 X9-3

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{2\pi}{9}$

C. $\frac{16\pi}{9}$

D. $\frac{16\pi}{3}$

6. 吴老师的班上有张明、王亮、李阳、赵旭四名体育健将，他们都特别擅长短跑，在某次运动会上，他们四人要组成一个 4×100 米接力队，吴老师要安排他们四人的出场顺序，以下是他们四人的对话：
张明：我不跑第一棒和第二棒；
王亮：我不跑第一棒和第四棒；
李阳：我也不跑第一棒和第四棒；
赵旭：如果王亮不跑第二棒，我就不跑第一棒.
吴老师听了他们四人的对话，安排了一种合理的出场顺序，满足了他们的所有要求，据此我们可以断定，在吴老师安排的出场顺序中，跑第三棒的人是（　　）
A. 张明　　B. 王亮
C. 李阳　　D. 赵旭

7. 已知 x,y 满足不等式组 $\begin{cases}x-y\leqslant0,\\x+y\geqslant2,\\y\leqslant a,\end{cases}$ 若 $z=2x-y$ 的最大值为 5，则 $a=$（　　）
A. 1　　B. $\frac{5}{3}$
C. $\frac{5}{2}$　　D. 5

8. 已知点 $O(0,0)$，$A(0,2)$，点 M 是圆 $(x-3)^2+(y+1)^2=4$ 上的动点，则 $\triangle OAM$ 面积的最小值为（　　）
A. 1　　B. 2
C. 3　　D. 4

9. 函数 $y=\sin(2x+\varphi)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$ 上的最大值为 1，则 φ 的取值不可能为（　　）
A. 0　　B. $\frac{\pi}{12}$
C. $-\frac{\pi}{3}$　　D. $-\frac{\pi}{2}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 满足 $a_n=3n+2$，$b_n=5n+3$，$n\in\mathbf{N}^*$，则在集合 $M=\{1,2,3,\cdots,2019\}$ 的元素中，属于数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的公共项的个数为（　　）
A. 133　　B. 134
C. 135　　D. 136

11. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$\angle ABC=60^\circ$，$\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D，且 $BD=\sqrt{3}$，则 $a+2c$ 的最小值为（　　）
A. 4　　B. 5
C. $2+2\sqrt{2}$　　D. $3+2\sqrt{2}$

12. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的可导函数，对于任意的实数 x，都有 $\frac{f(-x)}{f(x)}=e^{2x}$，当 $x<0$ 时，$f(x)+f'(x)>0$，若 $e^a f(2a+1)\geqslant f(a+1)$，则实数 a 的取值范围是（　　）
A. $\left[0,\frac{2}{3}\right]$　　B. $\left[-\frac{2}{3},0\right]$
C. $[0,+\infty)$　　D. $(-\infty,0]$

题号	13	14	15	16	得分
答案					

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把正确答案填在答题卡的相应位置）

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,1)$，$\boldsymbol{c}=(1,n)$，若 $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$，则 $n=$________.

14. $\sin(-285^\circ)=$________.

15. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 $P(2,\sqrt{3})$ 在双曲线上，且 $|PF_1|$，$|F_1F_2|$，$|PF_2|$ 成等差数列，则该双曲线的方程为________.

16. 四个同样大小的球 O_1，O_2，O_3，O_4 两两相切，点 M 是球 O_1 上的动点，则直线 O_2M 与直线 O_3O_4 所成角的余弦值的取值范围为________.

小题 10 “12 选择+4 填空”80 分练

（时间:45 分钟 分值:80 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把正确选项填在答题卡的相应位置)

1. 已知复数 $z=\frac{a+i}{2+i}(a\in\mathbf{R})$是纯虚数,则 a 的值为 ( )

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. -2　　D. 2

2. 已知集合 $A=\{(x,y)|x+y\leqslant 2,x,y\in\mathbf{N}\}$,则 A 中元素的个数为 ( )

A. 1　　B. 5　　C. 6　　D. 不能确定

3. 下列命题中为真命题的是 ( )

A. 若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,则$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

B. 命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2\geqslant 0$”的否定是“$\forall x\in\mathbf{R},x^2<0$”

C. “$x>1$”是“$x^2>1$”的充分不必要条件

D. 对任意 $x\in\mathbf{R}$,$\sin x+\frac{1}{\sin x}\geqslant 2$

4. 若 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{2}{3}$,则 $\cos\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)=$ ( )

A. $\frac{7}{9}$　　B. $\frac{1}{9}$

C. $-\frac{1}{9}$　　D. $-\frac{7}{9}$

5. 已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}=2$,$a_2=2$,则 $S_3=$ ( )

A. 8　　B. 7　　C. 6　　D. 4

6. 已知圆 $x^2+y^2=5$ 与抛物线 $y^2=2px(p>0)$交于 A,B 两点,与抛物线的准线交于 C,D 两点,若四边形 $ABCD$ 是矩形,则 p 等于 ( )

A. 1　　B. $\sqrt{5}$

C. 2　　D. 4

7. 执行如图 X10-1 所示的程序框图,若输入 $N=2020$,则输出的结果是 ( )

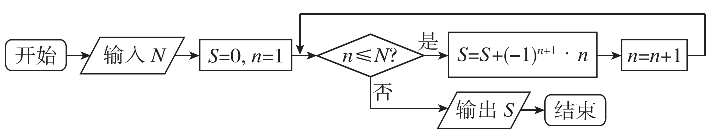


图 X10-1

A. -2020　　B. 2020

C. 1010　　D. -1010

8. 已知 m,n 为两条不重合的直线,α,β 为两个不重合的平面,下列条件中,一定能推出 $\alpha/\!/\beta$ 的是 ( )

A. $m/\!/n,m\subset\alpha,n\subset\beta$　　B. $m/\!/n,m\perp\alpha,n\perp\beta$

C. $m\perp n,m/\!/\alpha,n/\!/\beta$　　D. $m\perp n,m\perp\alpha,n\perp\beta$

9. 某英语初学者在拼写单词“steak”时,对后三个字母的记忆有些模糊,他只记得由“a”“e”“k”三个字母组成,并且字母“k”只可能在最后两个位置中的某一个位置上.如果该同学根据已有信息填入上述三个字母,那么他拼写正确的概率为 ( )

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

10. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$的部分图像如图 X10-2 中实线所示，图中圆 C 与 $f(x)$的图像交于 M,N 两点，且 M 在 y 轴上，则下列说法中正确的是

A. 函数 $f(x)$的最小正周期是 2π

B. 函数 $f(x)$的图像关于点$\left(\frac{4}{3}\pi,0\right)$中心对称

C. 函数 $f(x)$在$\left(-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{6}\right)$上单调递增

D. 将函数 $f(x)$的图像向右平移$\frac{5\pi}{12}$个单位长度后所得图像关于原点中心对称

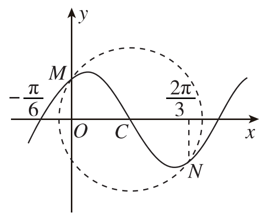


图 X10-2

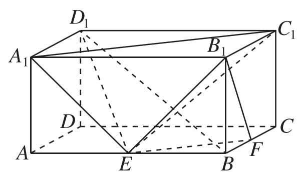


图 X10-3

11. 如图 X10-3 所示，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2AA_1=2$，E,F 分别在 AB,BC 上，则下列说法错误的是 (　　)

A. 直线 AD 与 A_1C_1 所成的角为$\frac{\pi}{4}$

B. 当 E 为 AB 的中点时，平面 $A_1D_1E\perp$平面 B_1C_1E

C. 当 E,F 分别为 AB,BC 的中点时，$EF\perp BD_1$

D. 当 E,F 分别为 AB,BC 的中点时，$BD_1\perp$平面 B_1EF

12. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x},x\leqslant 1,\\ \frac{x}{2},x>1,\end{cases}$ 则满足 $2f[f(a)]=f(a)$的 a 的取值范围是 (　　)

A. $(-\infty,0]$

B. $[0,2]$

C. $[2,+\infty)$

D. $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$

题　号	13	14	15	16	得　分
答　案					

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把正确答案填在答题卡的相应位置)

13. 曲线 $y=x\ln x+2x^3$ 在点 $P(1,2)$处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积是________.

14. 《孙子算经》是我国古代重要的数学著作之一，书中有一道题为：“今有出门望见九堤，堤有九木，木有九枝，枝有九巢，巢有九禽，禽有九雏，雏有九毛，毛有九色，问：各几何?”设该问题中堤与枝的数量分别为 m,t，等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_2=m,S_6=t$，则 $a_5=$________.

15. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$满足 $f(x)+f(-x)=0$，若 $g(x)=f(x)\cos x+1$，且 $g(\ln 2)=-2$，则 $g\left(\ln\frac{1}{2}\right)=$________.

16. 在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=90°$，$AB=2$，$AD=1$，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{4}{3}\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$，则 $CB+\frac{1}{2}CD$ 的最小值为________.

考卷Ⅰ　小题·标准练

小题1　“12选择+4填空”80分练

1. B ［解析］因为 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{y|y=3x-5,x\in A\}=\{-2,1,4,7\}$，所以 $A\cap B=\{1,4\}$. 故选B.

2. A ［解析］$\frac{z^2-1}{z+1}=\frac{(1+i)^2-1}{1+i+1}=\frac{2i-1}{2+i}=\frac{(2i-1)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{5i}{5}=i$. 故选A.

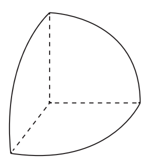
3. D ［解析］$\because a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$，$b=\log_2 3$，$c=\log_4 7$，$\therefore 0<a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$，$b=\log_2 3=\log_4 9>c=\log_4 7>\log_4 4=1$，$\therefore a<c<b$. 故选D.

4. D ［解析］由图可知，支出最高值为60万元，支出最低值为10万元，其比是6∶1，故A中说法错误；由图可知，4至6月份的平均收入为 $\frac{1}{3}\times(50+30+40)=40$（万元），故B中说法错误；由图可知，利润最高的月份为3月份和10月份，故C中说法错误；由图可知，2至3月份的收入的变化率与11至12月份的收入的变化率相同，故D中说法正确. 故选D.

5. C ［解析］由 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$，得 $|\boldsymbol{a}|^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=4$，因为 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，所以 $1^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+2^2=4$，即 $2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，所以 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}=\sqrt{1^2+2^2+1}=\sqrt{6}$. 故选C.

6. C ［解析］由题意可得，9个儿子的年龄由大到小成等差数列，设公差为 d，前 $n(n\leqslant 9)$ 项和为 S_n，易知公差 $d=-3$，$S_9=207$，则 $S_9=9a_1+\frac{9\times 8}{2}\times(-3)=207$，解得 $a_1=35$. 故选C.

7. A ［解析］将三视图还原成直观图如图所示，可知该几何体为球的 $\frac{1}{8}$. 设该球的半径为 r，则该几何体的表面积 $S=3\times\frac{1}{4}\pi r^2+\frac{1}{8}\times 4\pi r^2=\frac{5}{2}\pi$，解得 $r=\sqrt{2}$，则该几何体的体积为 $\frac{1}{8}\times\frac{4}{3}\pi\times(\sqrt{2})^3=\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$. 故选A.



8. C ［解析］显然 $f(x)$ 为奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=xe^x+ax$，则 $f'(x)=(1+x)e^x+a$，所以 $f'(1)=2e+a=3e$，解得 $a=e$，因为 $f(x)$ 为奇函数，所以 $f'(-1)=f'(1)=3e$，易得切点坐标为 $(-1,-2e)$，所以 $f(x)$ 的图像在 $x=-1$ 处的切线方程为 $y+2e=3e(x+1)$，即 $3ex-y+e=0$.

9. D ［解析］因为函数 $f(x)$ 的图像的相邻的两个对称中心的距离为 $\frac{\pi}{2}$，所以 $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}$，即 $T=\pi$，因为 $\frac{2\pi}{\omega}=T$，所以 $\omega=2$. 因为对任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$，所以函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，得 $2\times\frac{\pi}{4}+\varphi=n\pi+\frac{\pi}{2}$，$n\in\mathbf{Z}$，即 $\varphi=n\pi$，$n\in\mathbf{Z}$，因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=0$，即 $f(x)=\sin 2x$. 由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，得 $k\pi-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$，即函数的单调递增区间为 $\left[k\pi-\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{4}\right]$，$k\in\mathbf{Z}$，当 $k=0$ 时，单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$. 故选D.

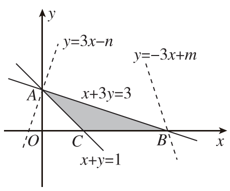
10. B ［解析］30以内的费马数有 $2^{2^0}+1=3$，$2^{2^1}+1=5$，$2^{2^2}+1=17$. 不超过30的正偶数共15个，其中符合题意的正偶数有8，20，22，共3个，所以所求概率 $P=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$. 故选B.

11. D ［解析］由题知 $F_1(-\sqrt{3},0)$，$F_2(\sqrt{3},0)$，直线 $l_1:mx-y+m=0$ 与 $l_2:x+my-1=0$ 分别过定点 $(-1,0)$，$(1,0)$，易知直线 l_1 与 l_2 垂直，并且它们的交点 $Q(x,y)$ 满足 $x^2+y^2=1$，该圆在椭圆内部，与椭圆的短轴端点相交，所以 $|QF_1|+|QF_2|$ 的取值范围是 $[2\sqrt{3},4]$. 故选D.

12. B ［解析］当 $x\in[0,2)$ 时，$x-2\in[-2,0)$，此时 $f(x)=f(x-2)=a-(x-2)^2-4(x-2)$；
当 $x\in[2,4)$ 时，$x-4\in[-2,0)$，此时 $f(x)=f(x-2)=f(x-4)=a-(x-4)^2-4(x-4)$.
依此类推，可知 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是周期为2的周期函数. 当 $x<0$ 时，$f(x)=a-x^2-4x=-(x+2)^2+a+4$，
当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)$ 是周期为2的周期函数，图像“重复”的部分为 $y=a-x^2-4x=-(x+2)^2+a+4$ 的图像在区间 $[-2,0)$ 上的部分.
二次函数 $y=a-x^2-4x=-(x+2)^2+a+4$ 的图像的顶点为 $(-2,a+4)$.
$y=f(x)-2x$ 恰有3个不同的零点，即 $f(x)$ 与 $y=2x$ 的图像恰有3个不同的交点，
需满足 $f(x)$ 与 $y=2x$ 的图像在 $x<0$ 时有2个交点，在 $x\geqslant 0$ 时有1个交点，或 $f(x)$ 与 $y=2x$ 的图像在 $x<0$ 时有1个交点，在 $x\geqslant 0$ 时有2个交点，可得 $0\leqslant a+4<4$ 或 $a+4\geqslant 4$，所以 $-4\leqslant a<0$ 或 $a\geqslant 0$.
综上可得 $a\geqslant -4$.

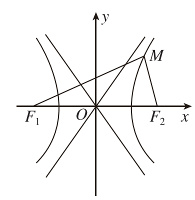
13. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ［解析］由 $3\sin 2\alpha=2\cos\alpha$ 得 $3\times 2\sin\alpha\cos\alpha=2\cos\alpha$，因为 $\cos\alpha\neq 0$，所以 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$，又因为 α 是第二象限角，所以 $\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$，则 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{\sqrt{2}}{4}$.

14. 10 ［解析］不等式组所表示的平面区域如图中阴影部分所示. 由图可知，当直线 $y=-3x+m$ 经过点 $B(3,0)$ 时，m 取得最大值，则 $M=3\times 3+0=9$；当直线 $y=3x-n$ 经过点 $A(0,1)$ 时，n 取得最小值，则 $N=3\times 0-1=-1$. 所以 $M-N=9-(-1)=10$.



15. $\frac{2}{3}\pi$ ［解析］由余弦定理，得 $2c\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=2a+b$，即 $a^2+c^2-b^2=2a^2+ab$，即 $a^2+b^2-c^2=-ab$，所以 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{1}{2}$，因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $C=\frac{2}{3}\pi$.

16. $\frac{5}{3}$ ［解析］如图，双曲线的右焦点 $F_2(c,0)$ 到渐近线 $bx-ay=0$ 的距离 $d=\frac{bc}{\sqrt{b^2+a^2}}=b$，$|F_1M|=|F_1F_2|=2c$，$|F_2M|=b$，$2a=|F_1M|-|F_2M|$，则 $2a+b=2c$，即 $b=2c-2a$，可得 $b^2=(2c-2a)^2=c^2-a^2$，即 $3c^2-8ac+5a^2=0$，由 $e=\frac{c}{a}$，得 $3e^2-8e+5=0$，又 $e>1$，可得 $e=\frac{5}{3}$.



小题2　“12选择+4填空”80分练

1. D ［解析］解不等式 $x^2-2x<0$，得 $0<x<2$，所以集合 $A=(0,2)$，又 $B=(-1,1)$，所以 $A\cap B=(0,1)$.

2. C ［解析］$z=\frac{i}{1-i^3}=\frac{i}{1+i}=\frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{1+i}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$.

3. C ［解析］因为 $\cos\alpha=\frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{3}{5}$，所以 $\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha=-\frac{3}{5}$.

4. A ［解析］$\because f(x)=x^2(e^x-e^{-x})$，$\therefore f(-x)=(-x)^2(e^{-x}-e^x)=-x^2(e^x-e^{-x})=-f(x)$，$\therefore f(x)$ 为奇函数，其图像关于原点对称，故排除B，D. $\because y_1=x^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，$y_2=e^x-e^{-x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，$\therefore f(x)=x^2(e^x-e^{-x})$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，排除C. 故选A.

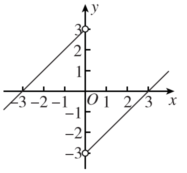
5. B ［解析］由题图可知，这50人里老年人所占比例为 $1-34\%-40\%=26\%$，则这个群体里老年人的人数为 $26\%\times 1500=390$. 故选B.

6. A ［解析］设 $P(x_0,y_0)$，由抛物线定义知点 P 到准线的距离为3，则点 P 的横坐标为 $3-\frac{p}{2}$，即 $x_0=3-\frac{p}{2}$，则 $y_0^2=2px_0=2p\left(3-\frac{p}{2}\right)=6p-p^2$，由 $x_0^2+y_0^2=(2\sqrt{3})^2$，得 $\left(3-\frac{p}{2}\right)^2+6p-p^2=12$，解得 $p=2$，所以抛物线的方程为 $y^2=4x$.

7. A ［解析］学生到达教室的时间总长度为 60 分钟，其中在 9:00～9:10 进入教室时，上第二节课的时间不少于 20 分钟，其时间长度为 10 分钟，故所求概率 $P=\frac{10}{60}=\frac{1}{6}$.

8. D ［解析］由 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_3+a_5=a_4+7$，$a_{10}=19$，得 $a_4=7$，公差 $d=\frac{a_{10}-a_4}{10-4}=2$. 设数列 $\{a_n\cos n\pi\}$ 的前 2020 项的和为 T_{2020}，则 $T_{2020}=-a_1+a_2-a_3+a_4-\cdots-a_{2019}+a_{2020}=1010\times d=2020$.

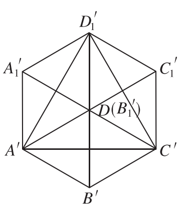
9. D ［解析］∵ $f(x)$ 是奇函数，且 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，∴ $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上也是增函数，由 $f(-3)=0$，得 $f(-3)=-f(3)=0$，即 $f(3)=0$. 作出 $f(x)$ 的草图，如图所示，由图得 $xf(x)<0\Leftrightarrow\begin{cases}x>0,\\f(x)<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<0,\\f(x)>0,\end{cases}$ 解得 $0<x<3$ 或 $-3<x<0$，∴ $xf(x)<0$ 的解集为 $(-3,0)\cup(0,3)$. 故选 D.



10. A ［解析］模拟程序框图的运行过程，如下：
$i=1,S=0;S=0+\{\log_2 1\}=0,i=2$;
$S=0+\{\log_2 2\}=1,i=3$;
$S=1+\{\log_2 3\}=3,i=4$;
$S=3+\{\log_2 4\}=5,i=5$;
$S=5+\{\log_2 5\}=8,i=6$;
$S=8+\{\log_2 6\}=11,i=7$;
$S=11+\{\log_2 7\}=14,i=8$.
终止循环，输出 $S=14$. 故选 A.

11. C ［解析］不妨设点 M 在第二象限，并设 $M(m,n)$，$F_2(c,0)$. 由 D 为 MF_2 的中点，O,I,D 三点共线知，直线 OD 垂直平分线段 MF_2，又直线 OD：$y=\frac{1}{a}x$，所以 $\frac{n}{m-c}=-a$，
$\frac{1}{2}\cdot n=\frac{1}{a}\cdot\frac{m+c}{2}$，又 $a^2+1=c^2$，所以 $m=\frac{a^2-1}{c}$，$n=\frac{2a}{c}$，可得 $M\left(\frac{a^2-1}{c},\frac{2a}{c}\right)$，即 $M\left(\frac{2a^2-c^2}{c},\frac{2a}{c}\right)$，代入双曲线的方程可得 $\frac{(2a^2-c^2)^2}{a^2c^2}-\frac{4a^2}{c^2}=1$，化简得 $c^2=5a^2$，则 $e=\sqrt{5}$.
故选 C.

12. A ［解析］棱长为 1 的正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 在平面 α 内的正投影是三个全等的菱形(如图)，连接 $A'D_1'$，$A'C'$，$D_1'C'$，则 $A'D_1'=A'C'=D_1'C'=\sqrt{2}$，该图形的面积可以看成两个边长为 $\sqrt{2}$ 的等边三角形的面积之和，所以该正方体在平面 α 内的正投影的面积是 $2\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

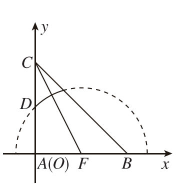


13. $\pm\frac{1}{4}$ ［解析］$y'=a\cos x-\sin x$，则切线斜率 $k=y'|_{x=0}=a$，又切点坐标为 $(0,1)$，所以切线方程为 $y-1=ax$，则切线在 x 轴、y 轴上的截距分别为 $-\frac{1}{a}$，1，所以 $\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{|a|}=2$，解得 $a=\pm\frac{1}{4}$.

14. 1025 ［解析］当 $x>0$ 时，$f(x)=2^x+\lg x$，且 $f(x)$ 为偶函数，∴ $g(-10)=f(-10)=f(10)=2^{10}+\lg 10=1025$.

15. 1.2 ［解析］由题意可知，过第 1 关后剩余 $\frac{x}{2}$ 斤，过第 2 关后剩余 $\frac{x}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{x}{3}$(斤)，过第 3 关后剩余 $\frac{x}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{x}{4}$(斤)，过第 4 关后剩余 $\frac{x}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{x}{5}$(斤)，过第 5 关后剩余 $\frac{x}{5}\times\frac{5}{6}=\frac{x}{6}$(斤)，所以 $x-\frac{x}{6}=1$，解得 $x=1.2$.

16. $[\sqrt{5}-\sqrt{2},1]$ ［解析］以 A 为原点，AB，AC 所在直线分别为 x 轴、y 轴建立平面直角坐标系，如图，则 $A(0,0)$，$B(2,0)$，$C(0,2)$，设 $P(x,y)$，则 $\overrightarrow{PA}=(-x,-y)$，$\overrightarrow{PB}=(2-x,-y)$，由 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=1$，得 $(x-1)^2+y^2=2$，其表示以 $F(1,0)$ 为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆，则动点 P 的轨迹是该圆在 $\triangle ABC$ 内的一段圆弧，连接 CF. 由圆的知识可知 $|\overrightarrow{PC}|$ 取最小值时，$|\overrightarrow{PC}|=|CF|-\sqrt{2}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$，由图可知 $D(0,1)$，$|\overrightarrow{PC}|$ 取最大值时，$|\overrightarrow{PC}|=|CD|=1$，故 $|\overrightarrow{PC}|$ 的取值范围是 $[\sqrt{5}-\sqrt{2},1]$.



小题 3 "12 选择＋4 填空"80 分练

1. D ［解析］因为集合 $A=\{x|x^2-5x-6<0\}=\{x|-1<x<6\}$，$B=\{x|x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，所以 $A\cap B=\{1,4\}$.

2. D ［解析］因为复数 z 满足 $\frac{z-\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=\mathrm{i}$，所以 $z-\mathrm{i}=2\mathrm{i}+1$，即 $z=3\mathrm{i}+1$，则 $|z|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

3. D ［解析］∵ $x\in(0,1)$，∴ $\log_3 x<\log_3 1=0$，$2^x>2^0=1$，$0<\sin x<1$，∴ $a<c<b$. 故选 D.

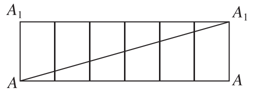
4. B ［解析］由题意，可估计肥猪图案的面积 $S=\frac{12}{21}\times42\times46=1104(\mathrm{mm}^2)=11.04(\mathrm{cm}^2)$. 故选 B.

5. A ［解析］双曲线的离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{3}$，则 $\frac{b}{a}=\sqrt{\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{c^2-a^2}{a^2}}=\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2-1}=\sqrt{3-1}=\sqrt{2}$，即双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\sqrt{2}x$. 故选 A.

6. C ［解析］设函数 $f(x)=x|x|=\begin{cases}x^2,x\geqslant0,\\-x^2,x<0,\end{cases}$
此函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，
故 $f(m)<f(n)\Leftrightarrow m<n$，
则"$m|m|<n|n|$"是"$m<n$"的充要条件. 故选 C.

7. C ［解析］$a_3+a_7=2a_5=2b_5$，因为公比 $q>1$，所以 $b_4\neq b_6$，$b_4+b_6>2\sqrt{b_4\cdot b_6}=2b_5$，所以 $a_3+a_7<b_4+b_6$.

8. B ［解析］将正三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 沿侧棱展开，再拼接一次，如图所示.

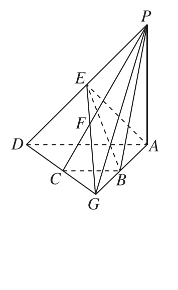


在展开图中，由 6 个矩形组成的大矩形对角线的长度，即为三棱柱的侧面上所求距离的最小值. 由已知求得正三棱柱底面三角形的边长为 $\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$，则所求距离 $d=\sqrt{(4\times6)^2+7^2}=25$.

9. B ［解析］∵函数 $f(x)=2\sin x\sin(x+3\varphi)$ 是奇函数，其中 $\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，∴ $3\varphi=\frac{\pi}{2}$，$\varphi=\frac{\pi}{6}$，则函数 $g(x)=\cos(2x-\varphi)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$. 令 $2x-\frac{\pi}{6}=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，可得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$，$k\in\mathbf{Z}$，可得函数 $g(x)$ 的图像的对称轴为 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$，$k\in\mathbf{Z}$，令 $k=-1$，得 $x=-\frac{5}{12}\pi$，故 B 正确；令 $2x-\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，可得 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，则函数 $g(x)$ 的图像的对称中心为 $\left(\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},0\right)$，$k\in\mathbf{Z}$，故 A 不正确. 由于函数 $f(x)=2\sin x\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=2\sin x\cos x=\sin 2x$，故把函数 $f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，可得 $g(x)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像，故 C，D 均不正确. 故选 B.

10. C ［解析］设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $\begin{cases}y_1^2=2px_1①,\\y_2^2=2px_2②,\end{cases}$ ①－②得 $(y_1-y_2)(y_1+y_2)=2p(x_1-x_2)$，∴ $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot(y_1+y_2)=2p$. ∵过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 且斜率为 1 的直线 l 与抛物线相交于 A，B 两点，∴ $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=1$，直线 AB 的方程为 $y=x-\frac{p}{2}$，∴ $y_1+y_2=2p$. ∵ AB 的中点到抛物线准线的距离为 4，∴ AB 中点的坐标为 $\left(4-\frac{p}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$，∴ $y_1+y_2=8-2p=2p$，解得 $p=2$.

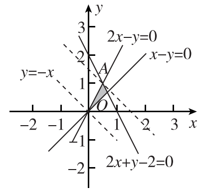
11. C ［解析］如图所示，延长 DC，与 AB 的延长线交于点 G，连接 EG，交 PC 于点 F，则平面 ABE 即为平面 AEG.
连接 PG，因为 $AD=2BC$，且 $AD\parallel BC$，所以 C，B 分别是 DG 和 AG 的中点，又点 E 是 PD 的中点，所以 GE 和 PC 均为 $\triangle PDG$ 的中线，所以点 F 为 $\triangle PDG$ 的重心，所以 $PF=2FC$，所以 $\lambda=2$. 故选 C.



12. A ［解析］令 $g(x)=\mathrm{e}^xf(x)-\mathrm{e}^x$，∴ $g'(x)=$

$e^xf(x)+e^xf'(x)-e^x>0$，∴$g(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增，又$g(0)=f(0)-1=3$，∴$e^xf(x)>e^x+3$等价于$g(x)>g(0)$，∴$x>0$. 故选 A.

13. $\frac{3}{2}$ 【解析】作出不等式组表示的平面区域，如图中阴影部分所示. 由$z=x+y$得$y=-x+z$，平移直线$y=-x+z$，由图可知当直线$y=-x+z$经过点A时，直线$y=-x+z$在y轴上的截距最大，此时z最大. 由$\begin{cases}2x+y-2=0,\\2x-y=0\end{cases}$得$A\left(\frac{1}{2},1\right)$，代入目标函数$z=x+y$得$z=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$，即目标函数$z=x+y$的最大值为$\frac{3}{2}$.



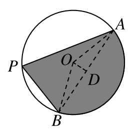
14. -4 【解析】∵向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$的夹角为$120°$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=2$，∴$2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{b}$方向上的投影为$\frac{(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}^2}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{-4-4}{2}=-4$.

15. D 【解析】将五个团队的猜测整理如下：

名次	第一名	第二名	第三名	第四名	第五名
猜测	C,A	B	A,B	D,E	C,D

因为每个名次都有人猜对，所以 B 是第二名；
因为 B 不是第三名，所以 A 是第三名；
因为 A 不是第一名，所以 C 是第一名；
因为 C 不是第五名，所以 D 是第五名；
因为 D 不是第四名，所以 E 是第四名.
所以获得第五名的是 D 团队.

16. $4\beta+4\sin\beta$ 【解析】设圆的圆心为O，连接OA,OB,AB，设弦AB的中点为D，连接OD(如图所示). 依题意得，圆O的半径$R=2$，由正弦定理知$\frac{AB}{\sin\beta}=2R$，所以$AB=4\sin\beta$. 因为$\angle AOB=2\beta$，所以图中劣弧AB所对的弓形面积$S_{弓形}=S_{扇形AOB}-S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times2\beta\times2^2-\frac{1}{2}\times2^2\sin2\beta=4\beta-2\sin2\beta$. 欲求阴影区域面积的最大值，只需求点$P$到弦$AB$的距离$d$的最大值. 因为$OD=\sqrt{R^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{2^2-\left(\frac{4\sin\beta}{2}\right)^2}=2\cos\beta$，$d\leqslant R+OD$，所以阴影区域面积的最大值为$S_{弓形}+\frac{1}{2}AB\cdot(R+OD)=4\beta-2\sin2\beta+\frac{1}{2}\times4\sin\beta\cdot(2+2\cos\beta)=4\sin\beta+4\beta$.



小题 4 “12 选择＋4 填空”80 分练

1. A 【解析】由$(a-i)i=1+ai=b-2i$，得$a=-2$，$b=1$，所以$a+bi=-2+i$，其共轭复数为$-2-i$.

2. B 【解析】∵全集$U=\mathbf{R}$，集合$M=\{x|-1<x<1\}$，$N=\{x|0<x<2\}$，∴$M\cup N=\{x|-1<x<2\}$，
∴图中阴影部分表示的集合是$\complement_U(M\cup N)=\{x|x\leqslant-1$或$x\geqslant2\}$. 故选 B.

3. B 【解析】若点$(n,a_n)(n\in\mathbf{N}^*)$在经过点$(4,8)$的定直线$l$上，则$a_4=8$，所以数列$\{a_n\}$的前 7 项和$S_7=\frac{7}{2}(a_1+a_7)=7a_4=56$.

4. D 【解析】从 A,B,C,D,E5 个城市中选出 2 个，共有 10 种不同结果：AB,AC,AD,AE,BC,BD,BE,CD,CE,DE. 其中 A,B 中只选 1 个的结果有 6 种：AC,AD,AE,BC,BD,BE. 所以所求概率$P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

5. C 【解析】由$f(x)=\sin x-\cos x=0$得$\sin x=\cos x$，
即$\tan x=1$，解得$x=k\pi+\frac{\pi}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$，∵$x\in[-\pi,3\pi]$，
∴当$k=-1$时，$x=-\frac{3\pi}{4}$，当$k=0$时，$x=\frac{\pi}{4}$，
当$k=1$时，$x=\frac{5\pi}{4}$，当$k=2$时，$x=\frac{9\pi}{4}$，
即零点的个数为 4. 故选 C.

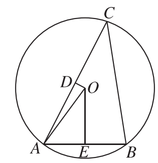
6. C 【解析】$f(x)=e^{|x|}-2\sqrt{x^2}-1=e^{|x|}-2|x|-1(x\in\mathbf{R})$是偶函数，当$x\geqslant0$时，$f(x)=e^x-2x-1$，$f'(x)=e^x-2$，令$f'(x)<0$，得$0\leqslant x<\ln2$，令$f'(x)>0$，得$x>\ln2$，所以$f(x)$在$[0,\ln2)$上单调递减，在$(\ln2,+\infty)$上单调递增，又$f(0)=0$，所以选项 C 符合题意.

7. A 【解析】根据几何体的三视图可知，该几何体是由一个长为 2、宽为 2、高为 4 的长方体，挖去一个半径为 1，高为 4 的四分之一圆柱构成的，
故所求体积$V=2\times2\times4-\frac{1}{4}\times\pi\times1^2\times4=16-\pi$.

8. B 【解析】由$\triangle F_1MF_2$与$\triangle F_1BF_2$的面积之比为$1:2$，知点M的纵坐标为$\frac{b}{2}$，代入椭圆方程可得点M的横坐标为$\frac{\sqrt{3}a}{2}$. 因为M,F_2,B三点共线，所以$k_{MF_2}=k_{F_2B}$，即$\frac{\frac{b}{2}}{\frac{\sqrt{3}a}{2}-c}=\frac{0-(-b)}{c-0}$，化简得$a=\sqrt{3}c$，又因为$b^2=a^2-c^2$，所以$b=\sqrt{3c^2-c^2}=\sqrt{2}c$，则直线$BF_2$的斜率为$\frac{b}{c}=\sqrt{2}$. 故选 B.

9. A 【解析】因为m是正整数，所以$n=4^m(m\in\mathbf{N}^*)$，由$n<2019$，得$m=1,2,3,4,5$，所以S的值依次为$S_1=(0+1)\times1=1$，$S_2=(1+1)\times2=4$，$S_3=(4+1)\times3=15$，$S_4=(15+1)\times4=64$，$S_5=(64+1)\times5=325$. 故选 A.

10. C 【解析】如图，取AC的中点D，AB的中点E，连接OD,OE，则$OD\perp AC$，$OE\perp AB$，∴$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DO})\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DO}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}^2=\frac{25}{2}$，同理$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2=\frac{9}{2}$，
∴$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AO}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{25}{2}-\frac{9}{2}=8$.

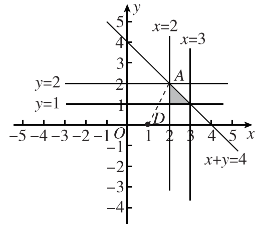


11. D 【解析】由题意可知$f(x)=\sqrt{2}\sin2x-\sqrt{2}\cos2x+1=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+1$，其图像向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，再向下平移 1 个单位长度得到的图像对应的函数为$g(x)=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\pi}{4}\right]+1-1=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$. 则函数$g(x)$的最小正周期$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，A 中说法正确；当$x=\frac{\pi}{8}$时，$2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，此时函数取得最大值，故函数$y=g(x)$图像的一条对称轴是直线$x=\frac{\pi}{8}$，B 中说法正确；当$x=\frac{3\pi}{8}$时，$2x+\frac{\pi}{4}=\pi$，则$g\left(\frac{3}{8}\pi\right)=0$，故函数$y=g(x)$的一个零点是$\frac{3\pi}{8}$，C 中说法正确；若$x\in\left[\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{8}\right]$，则$2x+\frac{\pi}{4}\in\left[\frac{5\pi}{12},\frac{3\pi}{2}\right]$，故函数$y=g(x)$在区间$\left[\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{8}\right]$上不单调，D 中说法错误. 故选 D.

12. D 【解析】因为当$x>0$时，$f(x)=\frac{e^2x^2+1}{x}=e^2x+\frac{1}{x}\geqslant2\sqrt{e^2x\cdot\frac{1}{x}}=2e$，当且仅当$e^2x=\frac{1}{x}$，即$x=\frac{1}{e}$时等号成立，所以当$x\in(0,+\infty)$时，函数$f(x)$的最小值为$2e$.
因为$g(x)=\frac{e^2x}{e^x}$，所以$g'(x)=\frac{e^2(e^x-xe^x)}{e^{2x}}=\frac{e^2(1-x)}{e^x}$，当$0<x<1$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，当$x>1$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减，所以当$x=1$时，$g(x)$有最大值，且最大值为$g(1)=e$. 因为对任意$x_1,x_2\in(0,+\infty)$，不等式$\frac{g(x_1)}{k}\leqslant\frac{f(x_2)}{k+1}$恒成立，所以$\frac{e}{k}\leqslant\frac{2e}{k+1}$，又$k>0$，所以$k\geqslant1$.

13. 2,1,0,0,… 【解析】依题意，因为$S_n\in\{2,3\}$，所以无穷数列$\{a_n\}$中有两项为 1,2，其他项为 0 即可，如 2,1,0,0,….

14. 2 【解析】在平面直角坐标系中作出可行域，如图中阴影部分所示，由$\begin{cases}x=2,\\x+y=4,\end{cases}$得$A(2,2)$，$\frac{y}{x-1}$的几何意义为可行域内的点$(x,y)$与点$D(1,0)$连线的斜率，则其最大值为$k_{AD}=\frac{2}{2-1}=2$.



15. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ 【解析】连接BC_1（图略），则$BC_1\parallel AD_1$，则$\angle BC_1D$为异面直线AD_1与DC_1所成的角. 依题意$\angle CDC_1=45°$，所以$CC_1=CD=AB=2$，$DC_1=2\sqrt{2}$，又$BC=1$，所以$BC_1=\sqrt{5}$，连接BD，$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{5}$，在$\triangle BC_1D$中，由余弦定理得$\cos\angle BC_1D=\frac{BC_1^2+DC_1^2-BD^2}{2BC_1\cdot DC_1}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

16. 6π 【解析】∵双曲线C的离心率$e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$，∴$c=\sqrt{5}a$，∴$c^2=$

$a^2+b^2=5a^2$，$\therefore b^2=4a^2$，

$\therefore$ 双曲线的方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4a^2}=1$，将 $(2,2\sqrt{3})$ 代入，

得 $\frac{4}{a^2}-\frac{12}{4a^2}=1$，解得 $a^2=1$，则 $b^2=4$，

$\therefore$ 双曲线的方程为 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$.

设直线 $y=t(0<t\leqslant 6)$ 在第一象限内与渐近线 $y=2x$ 的交点 N' 的坐标为 $\left(\frac{t}{2},t\right)$，

直线 $y=t(0<t\leqslant 6)$ 在第一象限内与双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 的交点 B' 的坐标为 $\left(\sqrt{1+\frac{t^2}{4}},t\right)$，

记直线 $y=t(0<t\leqslant 6)$ 与 y 轴交于点 $M(0,t)$，且 $A(1,0)$，

则 $\pi|MB'|^2-\pi|MN'|^2=\left(1+\frac{t^2}{4}\right)\pi-\frac{t^2}{4}\pi=\pi=\pi|OA|^2$，

根据祖暅原理，该图形绕 y 轴旋转一周所得几何体的体积 $V=\pi\times 6=6\pi$.

小题 5 "12 选择＋4 填空"80 分练

1. D ［解析］集合 $A=\{x|\log_2 x<2\}=\{x|0<x<4\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，所以 $A\cap B=\{1,2\}$.

2. C ［解析］因为在复平面内对应复数 $\frac{\mathrm{i}}{m-\mathrm{i}}=\frac{\mathrm{i}(m+\mathrm{i})}{(m-\mathrm{i})(m+\mathrm{i})}=-\frac{1}{m^2+1}+\frac{m}{m^2+1}\mathrm{i}$ 的点位于第二象限，所以 $-\frac{1}{m^2+1}<0$ 且 $\frac{m}{m^2+1}>0$，解得 $m>0$. 故选 C.

3. B ［解析］由图可知，这 10 年中有 3 年的生产总值的增速在 9.00% 以上，故 A 中说法正确；由图可知，2017 年的生产总值的增速较上一年有所上升，故 B 中说法错误；由图可知，这 10 年的生产总值均保持 6.5% 以上的中高速增长，故 C 中说法正确；由题图可知 2013 年至 2018 年的生产总值的增速相对于 2009 年至 2012 年，波动性较小，故 D 中说法正确. 故选 B.

4. B ［解析］由直线 $y=2x-2\sqrt{5}$ 经过双曲线的右焦点，可得 $c=\sqrt{5}$，由双曲线的一条渐近线与直线 $y=2x-2\sqrt{5}$ 平行，可得 $\frac{b}{a}=2$，又 $a^2+b^2=5$，解得 $a=1$，所以双曲线的实轴长为 2.

5. A ［解析］依题意 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}\cdot\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}^2+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3+\frac{2}{3}\times 3\times 4\times\frac{1}{2}=7$.

6. B ［解析］$a=2^{\frac{2}{3}}<2^1=2$，$b=\log_3 15>\log_3 9=2$，$c=\log_4 20>\log_4 16=2$，$\therefore a$ 最小，$\because b=1+\log_3 5$，$c=1+\log_4 5$，$\therefore$ 只需比较 $\log_3 5$ 与 $\log_4 5$ 的大小.
$\because 0<\lg 3<\lg 4$，$\therefore \frac{1}{\lg 3}>\frac{1}{\lg 4}$，$\therefore \frac{\lg 5}{\lg 3}>\frac{\lg 5}{\lg 4}$，即 $\log_3 5>\log_4 5$，$\therefore b>c$. 故选 B.

7. C ［解析］由题可知正视图和俯视图是全等的等腰直角三角形，所以沿对角线 AC 折起，得到的三棱锥 B-ACD 中，有平面 $BAC\perp$ 平面 ACD，则其侧视图是等腰直角三角形，直角边长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以侧视图的面积为 $\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$.

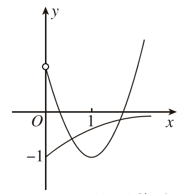
8. B ［解析］半径为 6 的圆形图案的面积为 36π，正六边形小孔的面积为 $6\times\frac{1}{2}\times 1\times 1\times\sin 60°=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，故所求的概率 $P=\frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{36\pi}=\frac{\sqrt{3}}{24\pi}$. 故选 B.

9. D ［解析］由 $\frac{\sin 2C}{1-\cos 2C}=1$，可得 $\sin 2C+\cos 2C=1$，两边平方可得 $\sin 2C\cos 2C=0$，$\because \sin 2C\neq 0$，$\therefore \cos 2C=0$，$\therefore 2C=\frac{\pi}{2}$，$C=\frac{\pi}{4}$. $\because B=\frac{\pi}{6}$，$\therefore A=\pi-B-C=\frac{7\pi}{12}$，$\therefore \sin A=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$. 再由正弦定理可得 $\frac{a}{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}=\frac{2}{\sin\frac{\pi}{6}}$，得 $a=\sqrt{2}+\sqrt{6}$.

10. D ［解析］因为 $\alpha\cap\beta=l$，$m/\!/\alpha$，$m/\!/\beta$，由线面平行的性质定理知 $m/\!/l$，又因为 $AB/\!/l$，所以 $AB/\!/m$，由线面平行的判定定理知 $AB/\!/\beta$. 因为 $m/\!/l$，$AC\perp l$，所以 $AC\perp m$，所以选项 A，B，C 一定成立，而选项 D 不一定成立. 故选 D.

11. C ［解析］设椭圆 E 的左焦点为 F'，易知 $F'(-1,0)$，则 $|PF'|+|PF|=2a$，即 $|PF|=2a-|PF'|$，又 $|PA|+|PF|=9$，$\therefore |PA|+|PF|=|PA|+2a-|PF'|=9$，即 $|PA|-|PF'|=9-2a$. $\because -|AF'|\leqslant|PA|-|PF'|\leqslant|AF'|$，
$\therefore -1\leqslant|PA|-|PF'|\leqslant 1$，即 $-1\leqslant 9-2a\leqslant 1$，解得 $4\leqslant a\leqslant 5$，又 $c=1$，$\therefore \frac{1}{5}\leqslant e\leqslant\frac{1}{4}$. 故选 C.

12. C ［解析］函数 $g(x)=\mathrm{e}^x(x\leqslant 0)$ 的图像关于原点 O 对称的图像所对应的函数为 $h(x)=-\mathrm{e}^{-x}(x\geqslant 0)$，所以题中问题转化为当 $x>0$ 时，函数 $f(x)$ 的图像与函数 $h(x)=-\mathrm{e}^{-x}(x\geqslant 0)$ 的图像的交点的个数问题. 因为 $f(1)=-1$，$h(1)=-\frac{1}{\mathrm{e}}$，所以 $f(1)<h(1)$，如图所示，所以当 $x>0$ 时，函数 $f(x)$ 的图像与函数 $h(x)=-\mathrm{e}^{-x}(x\geqslant 0)$ 的图像有两个交点. 故选 C.

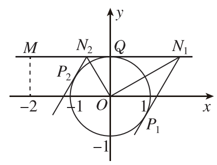


13. $x-y-3=0$ ［解析］由 $f(x)=\ln x+2x^2-4x$，得 $f'(x)=\frac{1}{x}+4x-4$，所以 $f'(1)=1$，又 $f(1)=-2$，所以所求切线方程为 $y-(-2)=x-1$，即 $x-y-3=0$.

14. 2 ［解析］由 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{e}_2$，得 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}_2=0$，所以 $[2\boldsymbol{e}_1+(1-\lambda)\boldsymbol{e}_2]\cdot\boldsymbol{e}_2=0$，即 $2\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2+(1-\lambda)\boldsymbol{e}_2^2=0$，即 $2\times 1\times 1\times\frac{1}{2}+1-\lambda=0$，解得 $\lambda=2$.

15. $\frac{4(4^n-1)}{3}$ ［解析］由已知得，$\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=2$，则数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是以 $\frac{a_1}{1}=2$ 为首项，2 为公差的等差数列. 故 $\frac{a_n}{n}=2+2(n-1)=2n$，所以 $a_n=2n^2$，所以 $b_n=2^{\sqrt{2a_n}}=2^{2n}=4^n$，所以 $S_n=\frac{4(4^n-1)}{4-1}=\frac{4(4^n-1)}{3}$.

16. $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},\sqrt{3}\right]$ ［解析］如图所示，分别过直线 $y=1$ 上的点 N_1，N_2 作单位圆的切线，切点分别为 P_1，P_2，使 $\angle MN_1P_1=\angle MN_2P_2=60°$，则当点 N 在线段 N_1N_2 上运动时，都存在点 P 使得 $\angle MNP=60°$. 连接 ON_1，可得 $|N_1Q|=\sqrt{3}$，所以 N_1 的横坐标为 $\sqrt{3}$，连接 ON_2，可得 $|N_2Q|=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 N_2 的横坐标为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $x_0\in\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},\sqrt{3}\right]$.



小题 6 "12 选择＋4 填空"80 分练

1. C ［解析］因为 $M=\{x|-2<x<2\}$，$N=\{x|x>1\}$，所以 $M\cap N=\{x|1<x<2\}=(1,2)$.

2. D ［解析］因为 $z=\frac{2}{1-\mathrm{i}}=\frac{2(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=1+\mathrm{i}$，所以 $|z|=\sqrt{2}$，z 的虚部为 1，$\bar{z}=1-\mathrm{i}$，$z^2=(1+\mathrm{i})^2=2\mathrm{i}$. 故选 D.

3. A ［解析］因为样本中相邻的两个组的编号分别为 14，23，所以样本间隔为 $23-14=9$，则该样本中来自第四组的学生的编号为 $14+9\times 2=32$.

4. C ［解析］设甲、乙、丙分别分得白米 a_1 石、a_2 石、a_3 石，由题知 a_1，a_2，a_3 构成等差数列，设其公差为 d，则 $d=\frac{a_3-a_1}{3-1}=-18$，所以 $3a_1+3\times(-18)=180$，解得 $a_1=78$，所以乙应该分得白米 $78-18=60$（石）. 故选 C.

5. C ［解析］不妨设共有选票 100 张，有效票 x 张，则无效票有 $(100-x)$ 张，由题意可知同时同意甲、乙、丙三人的选票为无效票，要使本次投票的有效率最高，则每张有效票的同意人数均为最大值 2，$\therefore 2x+3(100-x)=(0.88+0.7+0.46)\times 100$，解得 $x=96$.
故本次投票的有效率最高为 96%.

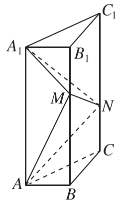
6. C ［解析］由 $y=\mathrm{e}^x$ 得 $y'=\mathrm{e}^x$，所以曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 在 $x=0$ 处的切线斜率为 1，则曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $y-1=x$. 由 $y=\ln x+b$ 得 $y'=\frac{1}{x}$，设切点坐标为 (m,n)，则 $\frac{1}{m}=1$，解得 $m=1$，又 $n-1=m$，所以 $n=2$，由 $2=\ln 1+b$，解得 $b=2$.

7. A ［解析］特称命题的否定是全称命题，故①中说法正确；
若 $p\wedge q$ 是真命题，则 p 和 q 均为真命题，则 $\neg p$ 一定是假命题，故②中说法不正确；
若 $a>5$ 且 $b>-5$，则一定有 $a+b>0$，反之，若 $a+b>0$，则 a，b 的取

值范围不确定，所以“$a>5$ 且 $b>-5$”是“$a+b>0$”的充分不必要条件，故③中说法不正确；
当 $\alpha<0$ 时，幂函数 $y=x^{\alpha}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减，④中说法正确. 故选 A.

8. B ［解析］因为直线 $y=\sqrt{2}x$ 是双曲线 C 的一条渐近线，所以可设双曲线 C 的方程为 $(y+\sqrt{2}x)(y-\sqrt{2}x)=\lambda$，即 $y^2-2x^2=\lambda$，把点 P 的坐标 $(2\sqrt{2},-\sqrt{2})$ 代入，得 $(-\sqrt{2})^2-2\times(2\sqrt{2})^2=\lambda$，解得 $\lambda=-14$. 所以双曲线 C 的方程为 $y^2-2x^2=-14$，即 $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{14}=1$.

9. D ［解析］如图，连接 AM，AN，依题意知 $A_1M=MN=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$A_1N=\sqrt{(\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{6}$，则 $\triangle A_1MN$ 的面积 $S_1=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{(\sqrt{2})^2-\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\triangle A_1MA$ 的面积 $S_2=\frac{1}{2}\times3\times1=\frac{3}{2}$. 设点 A 到平面 A_1MN 的距离为 h，则 $V_{三棱锥A\text{-}A_1MN}=V_{三棱锥N\text{-}A_1MA}$，即 $\frac{1}{3}S_1h=\frac{1}{3}S_2\cdot BC$，所以 $\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}h=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\times1$，解得 $h=\sqrt{3}$.



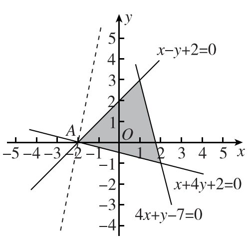
10. B ［解析］由题可知，$F_{n+2}=F_n+F_{n+1}=F_n+F_{n-1}+F_n=F_n+F_{n-1}+F_{n-2}+F_{n-1}=F_n+F_{n-1}+F_{n-2}+F_{n-3}+F_{n-2}=\cdots=F_n+F_{n-1}+F_{n-2}+F_{n-3}+\cdots+F_2+F_1+1$，∴$S_{2019}=F_{2021}-1$，故选 B.

11. D ［解析］把函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到 $y=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像，再把所得图像的横坐标缩小到原来的一半(纵坐标保持不变)，得到函数 $g(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像. 当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$2x-\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$，$\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\in\left[-\frac{1}{2},1\right]$，∴ $2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\in[-1,2]$，方程 $g(x)-k=0$ 有两个不同的实根，即 $y=g(x)$ 的图像和直线 $y=k$ 有两个不同的交点. 由 $g(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增，在 $\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减，$g\left(\frac{\pi}{2}\right)=g\left(\frac{\pi}{6}\right)=1$，$g(x)$ 的最大值为 $g\left(\frac{\pi}{3}\right)=2$，最小值为 $g(0)=-1$，可得 $1\leqslant k<2$.

12. D ［解析］根据题意，函数 $y=f(x+2)$ 为偶函数，则函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=2$ 对称，又当 $x>2$ 时，函数 $y=f(x)$ 是单调函数，所以 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,2)$ 上也是单调函数. 若 $f(x)=f\left(1-\frac{1}{x+4}\right)$，则 $x=1-\frac{1}{x+4}$ 或 $4-x=1-\frac{1}{x+4}$. 当 $x=1-\frac{1}{x+4}$ 时，变形可得 $x^2+3x-3=0$，该方程有两个根，且两根之积为 -3；当 $4-x=1-\frac{1}{x+4}$ 时，变形可得 $x^2+x-13=0$，该方程有两个根，且两根之积为 -13. 故满足 $f(x)=f\left(1-\frac{1}{x+4}\right)$ 的所有 x 之积为 $(-3)\times(-13)=39$.

13. $-\frac{9}{2}$ ［解析］依题意，$\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}=(1,4+x)$，因为 $(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})\cdot\boldsymbol{m}=0$，所以 $2+16+4x=0$，解得 $x=-\frac{9}{2}$.

14. 10 ［解析］作出可行域如图中阴影部分所示，易知当直线 $-5x+y=z$ 经过点 A 时，z 取得最大值，由 $\begin{cases}x+4y+2=0,\\x-y+2=0,\end{cases}$ 得点 A 的坐标为 $(-2,0)$，所以 $z_{\max}=-5\times(-2)+0=10$.



15. 2 ［解析］因为 A_1，A_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的左、右顶点，所以 $A_1(-a,0)$，$A_2(a,0)$，设 $P(x,y)$，因为直线 PA_1 的斜率为 k_1，直线 PA_2 的斜率为 k_2，$k_1k_2=-\frac{1}{4}$，所以 $\frac{y-0}{x+a}\cdot\frac{y-0}{x-a}=-\frac{1}{4}$，化简得 $x^2+4y^2-a^2=0$，即 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{\frac{a^2}{4}}=1$，所以 $a^2=4$，所以 $a=2$.

16. 7 ［解析］依题意，设最外边正方形的边长为 a 米，其内接小正方形的边长为 b 米，则 $b=\sqrt{\left(\frac{3}{7}a\right)^2+\left(\frac{4}{7}a\right)^2}=\frac{5}{7}a$，

故每个小正方形的周长为其外接正方形周长的 $\frac{5}{7}$，所以当最外边正方形的边长为 1 米时，正方形的周长从外到内构成以 4 为首项，以 $\frac{5}{7}$ 为公比的等比数列，设为数列 $\{a_n\}$，其前 n 项和为 S_n.

由题意可知 $S_n=\frac{4\left[1-\left(\frac{5}{7}\right)^n\right]}{1-\frac{5}{7}}\leqslant13$，

所以 $\frac{1}{14}\leqslant\left(\frac{5}{7}\right)^n$，得 $n\leqslant\frac{\lg\frac{1}{14}}{\lg\frac{5}{7}}$，即 $n\leqslant\frac{\lg14}{\lg\frac{7}{5}}$，即 $n\leqslant\frac{\lg2+\lg7}{\lg\frac{7}{5}}$，即 $n\leqslant\frac{1-\lg5+\lg7}{\lg\frac{7}{5}}$，即 $n\leqslant\frac{1+\lg\frac{7}{5}}{\lg\frac{7}{5}}$，将 $\lg\frac{7}{5}\approx\frac{3}{20}$ 代入，得 $n\leqslant\frac{23}{3}$，

所以完整的正方形的个数最多为 7.

小题 7 “12 选择＋4 填空”80 分练

1. C ［解析］由 $z+i=2i(1+i)$，得 $z=2i(1+i)-i=2i-2-i=-2+i$，所以 $z+2=i$.

2. B ［解析］依题意，$A=\{1,2,5\}$，$B=\{2,4\}$，所以 $A\cap B=\{2\}$.

3. D ［解析］依题意，$f(2)=\frac{1}{2^2}$，$f[f(2)]=f\left(\frac{1}{2^2}\right)=\log_2\frac{1}{2^2}=\log_2 2^{-2}=-2$.

4. A ［解析］因为 $a^2\geqslant0$，所以若 $(a-b)a^2<0$，则有 $a-b<0$ 且 $a^2\neq0$，即 $a<b$ 且 $a\neq0$，所以是充分不必要条件，故选 A.

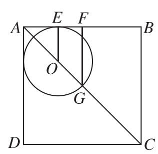
5. A ［解析］由题意可知 $e=2\times\frac{b}{a}$，即 $\frac{c}{a}=2\times\frac{b}{a}$，得 $c=2b$，即 $c^2=4b^2$，而 $b^2=c^2-a^2$，因此 $4a^2=3c^2$，得 $e=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

6. D ［解析］由 $a_4+\lambda a_{10}+a_{16}=15$，$a_4+a_{16}=2a_{10}$，得 $(2+\lambda)a_{10}=15$，即 $(2+\lambda)(1+9d)=15$，所以 $\lambda=\frac{15}{1+9d}-2$，因为 λ 随着 d 的增大而减小，所以当 $d=1$ 时，λ 取得最大值，最大值为 $-\frac{1}{2}$.

7. D ［解析］由 $(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{e}_1)\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{e}_2)=0$ 得 $\boldsymbol{b}^2-\boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)+\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2=0$，因为 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$ 是方向相反的单位向量，所以 $\boldsymbol{b}^2=1$，所以 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}=\sqrt{5-2\times2\times1\times\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle}\leqslant\sqrt{9}=3$.

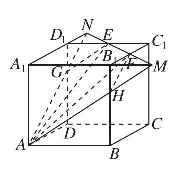
8. B ［解析］执行程序框图，输入 x，
当 $i=1$ 时，得到 $2x-1$，
当 $i=2$ 时，得到 $2(2x-1)-1=4x-3$，
当 $i=3$ 时，得到 $2(4x-3)-1=8x-7$，
当 $i=4$ 时，退出循环，所以 $8x-7=9$，解得 $x=2$.
故选 B.

9. A ［解析］如图所示，设正方形 $ABCD$ 的边长为 2，连接 AC，正方形的中心为 G，一个圆的圆心为 O，作 $OE\perp AB$，$GF\perp AB$，垂足分别为 E，F. 设圆 O 的半径为 r，由相似三角形知识可得 $\frac{r}{1}=\frac{\sqrt{2}-r}{\sqrt{2}}$，得 $r=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=2-\sqrt{2}$. 由图分析知，阴影部分合并在一起正好是一个半径为 r 的圆，所以所求的概率 $P=\frac{\pi r^2}{2^2}=\frac{\pi(2-\sqrt{2})^2}{4}=\frac{(3-2\sqrt{2})\pi}{2}$.



10. C ［解析］因为函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上可导，其导函数为 $f'(x)$，且函数 $f(x)$ 仅在 $x=-2$ 处取得极小值，所以当 $x>-2$ 时，$f'(x)>0$，当 $x=-2$ 时，$f'(x)=0$，当 $x<-2$ 时，$f'(x)<0$.
所以当 $-2<x<0$ 时，$x\cdot f'(x)<0$；当 $x=-2$ 或 $x=0$ 时，$x\cdot f'(x)=0$；当 $x<-2$ 或 $x>0$ 时，$x\cdot f'(x)>0$. 结合选项可知，选项 C 正确.

11. B ［解析］如图，延长 EF，A_1B_1，设交点为 M，连接 AM 交 BB_1 于 H，延长 FE，A_1D_1，设交点为 N，连接 AN 交 DD_1 于 G，连接 FH，EG，可得截面为五边形 $AHFEG$. ∵ $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 6 的正方体，且 E，F 分别是棱 C_1D_1，B_1C_1 的中点，∴ $EF=3\sqrt{2}$，$AG=AH=\sqrt{6^2+4^2}=$

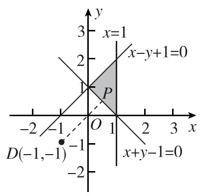


$2\sqrt{13}$，$EG=FH=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，∴截面的周长为 $6\sqrt{13}+3\sqrt{2}$．故选 B．

12．C ［解析］设$|BF_2|=x$，∵$\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$，∴$|AF_2|=2x$，由椭圆的定义可得$|AF_1|=2a-2x$，$|BF_1|=2a-x$，∵$\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，∴$AF_1\perp AF_2$．在 Rt△$AF_1B$ 中，有$(2a-2x)^2+(3x)^2=(2a-x)^2$，得 $x=\dfrac{a}{3}$，∴$|AF_2|=\dfrac{2a}{3}$，$|AF_1|=\dfrac{4a}{3}$．在 Rt△AF_1F_2 中，有$\left(\dfrac{4a}{3}\right)^2+\left(\dfrac{2a}{3}\right)^2=(2c)^2$，整理得$\dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{5}{9}$，∴$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$．故选 C．

13．21 ［解析］根据题意，设样本数据在$[40,50)$，$[50,60)$内的频数分别为 x，y，因为样本数据在$[20,60)$内的频率为 0.6，样本容量为 50，所以$\dfrac{4+5+x+y}{50}=0.6$，解得 $x+y=21$，故样本数据在$[40,50)$，$[50,60)$内的频数之和为 21．

14．$\dfrac{9}{2}$ ［解析］作出 x，y 满足的约束条件$\begin{cases}x+y\geqslant 1,\\ y-x\leqslant 1,\\ x\leqslant 1\end{cases}$对应的平面区域如图中阴影部分所示．设 $z=(x+1)^2+(y+1)^2$，则 z 的几何意义为平面区域内的点到定点 $D(-1,-1)$的距离的平方，由图可知，过点 D 作直线 $x+y-1=0$ 的垂线，垂足为 P，则 $z_{\min}=|DP|^2$，此时$|DP|=\dfrac{|-1-1-1|}{\sqrt{2}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$，所以 $z_{\min}=\dfrac{9}{2}$．



15．$\dfrac{11}{16}$ ［解析］由$\dfrac{\sin B}{\sin C}=\dfrac{1}{2}$及正弦定理，得$\dfrac{b}{c}=\dfrac{1}{2}$，所以 $c=2b$，代入 $c^2-b^2=2ab$，得$(2b)^2-b^2=2ab$，所以 $a=\dfrac{3}{2}b$，由余弦定理，得 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{11}{16}$．

16．$\dfrac{1}{100}$ ［解析］把 $f(x)=0$ 看成关于 a，b 的直线方程$(x^2-1)a+2xb+x-2=0$，

由于直线上一点(a,b)到原点的距离大于或等于原点到直线的距离，

所以 $\sqrt{a^2+b^2}\geqslant\dfrac{|x-2|}{\sqrt{(x^2-1)^2+(2x)^2}}$，

所以 $a^2+b^2\geqslant\left(\dfrac{x-2}{1+x^2}\right)^2=\dfrac{1}{\left(x-2+\dfrac{5}{x-2}+4\right)^2}$．

因为 $y=x-2+\dfrac{5}{x-2}$在$[3,4]$上是减函数，

所以 $2+\dfrac{5}{2}\leqslant x-2+\dfrac{5}{x-2}\leqslant 1+5$，

即$\dfrac{9}{2}\leqslant x-2+\dfrac{5}{x-2}\leqslant 6$，故$\dfrac{1}{\left(x-2+\dfrac{5}{x-2}+4\right)^2}\geqslant\dfrac{1}{100}$，

当且仅当 $x=3$，$a=-\dfrac{2}{25}$，$b=-\dfrac{3}{50}$时取等号，

故 a^2+b^2的最小值为$\dfrac{1}{100}$．

小题 8 “12 选择＋4 填空”80 分练

1．C ［解析］由 $x^2-5x+4<0$ 得 $1<x<4$，因为 $x\in\mathbf{Z}$，所以 $x=2,3$，因此集合 $A=\{2,3\}$，因为 $A\subseteq B$，所以 $m=3$．

2．B ［解析］$z=(-1+3i)(a-i)=-a+3+(3a+1)i$，因为 z 的实部与虚部相等，所以$-a+3=3a+1$，得 $a=\dfrac{1}{2}$．

3．A ［解析］5 个传统节日中随机选取 3 个节日共有 10 种结果，春节和中秋节都被选中的结果有 3 种，故所求概率为$\dfrac{3}{10}$．

4．B ［解析］设数列$\{a_n\}$的公比为 q，$q>0$，因为 $a_{n+2}+2a_{n+1}=8a_n$，所以 $a_nq^2+2a_nq=8a_n$，所以 $q^2+2q=8$，得 $q=2$，所以$\{a_n\}$的前 6 项和为$\dfrac{1\times(1-2^6)}{1-2}=63$．

5．B ［解析］因为 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})=0$，得$\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\dfrac{1}{2}\boldsymbol{a}^2=-2$，则 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影为$\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|}=\dfrac{-2}{2}=-1$．

6．C ［解析］因为 $f(x)$是偶函数，所以 $f(-1)=f(1)$，即 $1+a=2$，所以 $a=1$，易知当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)$是增函数，又 $2a>a>0$，所以 $f(2a)>f(a)>f(0)$．

7．C ［解析］根据程序框图可知，该程序框图的功能是求自然数列的前 n 项和，所以 $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}=5050$，即 $n^2+n-10\,100=0$，解得 $n=100$（舍去 $n=-101$），所以判断框内可填“$n>100$?”．

8．A ［解析］∵F_1，F_2 分别是双曲线 C：$y^2-x^2=1$ 的上、下焦点，∴$F_1(0,\sqrt{2})$，$F_2(0,-\sqrt{2})$，其一条渐近线的方程为 $y=x$，设点 $P(m,m)$，则$\overrightarrow{PF_1}=(-m,\sqrt{2}-m)$，$\overrightarrow{PF_2}=(-m,-\sqrt{2}-m)$，∵以 F_1F_2 为直径的圆经过点 P，∴$\overrightarrow{PF_1}\perp\overrightarrow{PF_2}$，∴$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=m^2+m^2-2=2m^2-2=0$，解得 $m=\pm1$，即点 P 到 y 轴的距离为 1，∴△PF_1F_2 的面积$S=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times1=\sqrt{2}$．

9．C ［解析］由图可知，该几何体的下半部分是圆柱，上半部分是三棱锥．圆柱的底面半径为 2，高为 2，所以圆柱的体积 $V_1=\pi\times2^2\times2=8\pi$；三棱锥的底面是直角边长为 $2\sqrt{2}$的等腰直角三角形，高是 3，所以三棱锥的体积 $V_2=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times3=4$．所以该几何体的体积 $V=V_1+V_2=8\pi+4$．故选 C．

10．D ［解析］∵函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$的图像与 x 轴相邻的两个交点的坐标为$\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$，$\left(\dfrac{7\pi}{3},0\right)$，∴可得 $f(x)$图像的一条对称轴为直线 $x=\dfrac{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{7\pi}{3}}{2}=\dfrac{4\pi}{3}$，$f(x)$的最小正周期 $T=2\times\left(\dfrac{7\pi}{3}-\dfrac{\pi}{3}\right)=4\pi$，即 $\omega=\dfrac{1}{2}$．将$\left(\dfrac{4\pi}{3},A\right)$代入 $f(x)=A\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\varphi\right)$，得 $A=A\sin\left(\dfrac{2}{3}\pi+\varphi\right)$，即 $\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}+\varphi\right)=1$，∵$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$，∴$\varphi=-\dfrac{\pi}{6}$，即 $f(x)=A\sin\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，将$\left(0,-\dfrac{3}{2}\right)$代入，得$-\dfrac{3}{2}=A\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$，∴$A=3$，∴$f(x)=3\sin\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{6}\right)$．∵$f(x_1)=f(x_2)$，且 $x_1,x_2\in\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{7\pi}{3}\right)$，$x_1\neq x_2$，∴$x_1+x_2=\dfrac{8\pi}{3}$，则 $f(x_1+x_2)=3\sin\left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{8\pi}{3}-\dfrac{\pi}{6}\right)=3\sin\dfrac{7\pi}{6}=-\dfrac{3}{2}$．

11．C ［解析］直线 AB 的方程为$bx-ay=ab$，由点 F_1 关于直线 AB 的对称点为 M，且 $MF_2\perp F_1F_2$，可得 MF_2 的方程为 $x=c$，MF_1 的方程为 $y=-\dfrac{a}{b}(x+c)$，所以 $M\left(c,-\dfrac{2ac}{b}\right)$，线段 MF_1 的中点坐标为$\left(0,-\dfrac{ac}{b}\right)$，代入 $bx-ay=ab$，可得 $ac=b^2=a^2-c^2$，可得 $e^2+e-1=0$，所以 $e=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$．

12．B ［解析］令 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$，则 $g'(x)=\dfrac{x^2f'(x)-2xf(x)}{x^4}=\dfrac{xf'(x)-2f(x)}{x^3}$，由于当 $x\in(0,1)$时恒有 $xf'(x)>2f(x)$，所以 $g'(x)>0$，故函数 $g(x)$在$(0,1)$上单调递增．又 α，β 为锐角三角形的两个内角，所以$\dfrac{\pi}{2}>\alpha>\dfrac{\pi}{2}-\beta>0$，所以 $1>\sin\alpha>\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\beta\right)>0$，即 $1>\sin\alpha>\cos\beta>0$，所以 $g(\sin\alpha)>g(\cos\beta)$，即$\dfrac{f(\sin\alpha)}{\sin^2\alpha}>\dfrac{f(\cos\beta)}{\cos^2\beta}$，所以$\cos^2\beta f(\sin\alpha)>\sin^2\alpha f(\cos\beta)$．

13．$\dfrac{\sqrt{3}}{7}$ ［解析］由 $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=2\sqrt{3}$，得 $\tan\alpha=\tan\left[\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)-\dfrac{\pi}{3}\right]=\dfrac{\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)-\tan\dfrac{\pi}{3}}{1+\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)\tan\dfrac{\pi}{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{7}$．

14．24 ［解析］由数列$\{a_n\}$满足$\dfrac{a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{a_n}{n}$，可得$\dfrac{a_8}{a_7}\cdot\dfrac{a_7}{a_6}\cdot\dfrac{a_6}{a_5}=\dfrac{8}{7}\times\dfrac{7}{6}\times\dfrac{6}{5}$，可得 $a_8=a_5\times\dfrac{8}{5}=24$．

15．90° ［解析］依题意，在直角梯形 $ABCD$ 中，有 $BD\perp CD$，折起后，在平面 ABD 内作 $AF\perp BD$，垂足为 F（图略），因为平面 $ABD\perp$平面 BCD，所以 $AF\perp$平面 BCD，所以 $AF\perp CD$，因为 AF 与 BD 交于点 F，且 AF 与 BD 都在平面 ABD 内，所以 $CD\perp$平面 ABD．因为 $BE\subset$平面 ABD，所以 $CD\perp BE$，所以异面直线 BE 与 CD 所成角的大小为 90°．

16．3 ［解析］令 $f(x)=x^3-x+1$，∵$f(-x)+f(x)=2$，∴曲线 $y=f(x)$关于点$(0,1)$中心对称．

∵直线 l 与曲线 $y=f(x)$ 有三个不同的交点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，且 $|AB|=|AC|$，

∴可得 $A(0,1)$，且 $B(x_2,y_2)$ 与 $C(x_3,y_3)$ 关于点 $(0,1)$ 对称，

∴$\sum\limits_{i=1}^{3}(x_i+y_i)=x_1+x_2+x_3+y_1+y_2+y_3=3$.

小题 9 “12 选择+4 填空”80 分练

1. A ［解析］集合 $A=\{x|-5<x<2\}$，$B=\{x|x^2-9<0\}=\{x|-3<x<3\}$，所以 $A\cap B=\{x|-3<x<2\}$.

2. D ［解析］设 $z=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$，
由 $z+|z|=3+i$，得 $\sqrt{a^2+b^2}+a+bi=3+i$，
∴$\begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}+a=3,\\ b=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=\dfrac{4}{3},\\ b=1,\end{cases}$ ∴$z=\dfrac{4}{3}+i$. 故选 D.

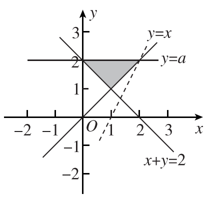
3. C ［解析］显然函数是偶函数，所以排除 B，D. 取 $x=0$，则 $y=-1$，排除 A. 故选 C.

4. D ［解析］由图可知平均价格的涨幅从高到低居于前三位的城市为天津、西安、南京，所以 D 中叙述不正确. 故选 D.

5. C ［解析］由三视图可知，该几何体是圆锥的一部分，其底面扇形的圆心角为 $\dfrac{2}{3}\pi$，半径为 2，该几何体的高为 4. 所以该几何体的体积 $V=\dfrac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{16\pi}{9}$.

6. C ［解析］由题意得赵旭跑第一棒，王亮跑第二棒，李阳跑第三棒，张明跑第四棒，故选 C.

7. D ［解析］当 $a<1$ 时，$\begin{cases}x-y\leqslant0,\\ x+y\geqslant2,\\ y\leqslant a\end{cases}$ 表示的区域不存在. 当 $a=1$ 时，$\begin{cases}x-y\leqslant0,\\ x+y\geqslant2,\\ y\leqslant a\end{cases}$ 表示点 $(1,1)$，不符合题意. 当 $a>1$ 时，$\begin{cases}x-y\leqslant0,\\ x+y\geqslant2,\\ y\leqslant a\end{cases}$ 表示的区域如图中阴影部分所示，目标函数 $z=2x-y$ 可化为 $y=2x-z$，由图可知，当直线 $y=2x-z$ 过点 (a,a) 时，z 取得最大值，则 $2a-a=5$，所以 $a=5$.



8. A ［解析］根据题意，圆 $(x-3)^2+(y+1)^2=4$ 的圆心坐标为 $(3,-1)$，半径 $r=2$.
由 $O(0,0)$，$A(0,2)$，知线段 OA 所在的直线是 y 轴，
所以当 M 到直线 AB 的距离最小时，$\triangle OAM$ 的面积最小. 易知点 M 到直线 AB 的距离的最小值为 $3-2=1$，
故 $\triangle OAM$ 面积的最小值为 $\dfrac{1}{2}\times|OA|\times1=1$，
故选 A.

9. D ［解析］将选项一一代入检验可知，若 $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$，则 $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\cos 2x$ 在区间 $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上不能取得最大值 1. 故选 D.

10. C ［解析］设数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的公共项组成数列 $\{c_n\}$，则 $\{c_n\}$ 是以 8 为首项，以 15 为公差的等差数列，
所以 $c_n=8+(n-1)\times15=15n-7$，令 $15n-7\leqslant2019$，得 $n\leqslant\dfrac{2026}{15}$，又 $n\in\mathbf{N}^*$，所以 $n\leqslant135$，所以数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的公共项有 135 项. 故选 C.

11. D ［解析］根据题意，$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{4}ac$，
因为 $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D，且 $BD=\sqrt{3}$，
所以 $S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}\times BD\times c\times\sin\angle ABD=\dfrac{\sqrt{3}}{4}c$，
$S_{\triangle CBD}=\dfrac{1}{2}\times BD\times a\times\sin\angle CBD=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a$，
而 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle CBD}$，
所以 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}ac=\dfrac{\sqrt{3}}{4}c+\dfrac{\sqrt{3}}{4}a$，化简得 $ac=c+a$，即 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}=1$，
则 $a+2c=(a+2c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}\right)=3+\dfrac{a}{c}+\dfrac{2c}{a}\geqslant3+2\sqrt{\dfrac{a}{c}\cdot\dfrac{2c}{a}}=3+2\sqrt{2}$，
当且仅当 $a=\sqrt{2}c$ 时取等号，所以 $a+2c$ 的最小值为 $3+2\sqrt{2}$. 故选 D.

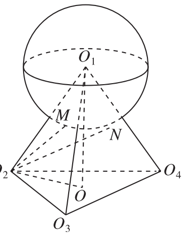
12. B ［解析］因为 $\dfrac{f(-x)}{f(x)}=e^{2x}$，所以 $\dfrac{f(-x)}{e^x}=e^xf(x)=e^{-x}f(-x)$，令 $g(x)=e^xf(x)$，则 $g(-x)=g(x)$，所以 $g(x)$ 为偶函数. 因为当 $x<0$ 时，$f(x)+f'(x)>0$，所以 $g'(x)=e^x[f(x)+f'(x)]>0$，即函数 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减. 因为 $e^af(2a+1)\geqslant f(a+1)$，所以 $e^{2a+1}f(2a+1)\geqslant e^{a+1}f(a+1)$，所以 $g(2a+1)\geqslant g(a+1)$，所以 $|2a+1|\leqslant|a+1|$，解得 $-\dfrac{2}{3}\leqslant a\leqslant0$.

13. 4 ［解析］由题知 $2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}=(-4,1)$，∵$(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$，∴$(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=-4+n=0$，∴$n=4$.

14. $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ［解析］$\sin(-285°)=-\sin(360°-75°)=\sin75°=\sin(45°+30°)=\sin45°\cos30°+\cos45°\sin30°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

15. $x^2-y^2=1$ ［解析］易知 $|F_1F_2|=2c$，设 $|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，则 $m-n=2a$. ∵$|PF_1|$，$|F_1F_2|$，$|PF_2|$ 成等差数列，∴$4c=m+n$，∴$m=a+2c=\sqrt{(2+c)^2+3}$，$n=2c-a=\sqrt{(2-c)^2+3}$，联立解得 $a=1$，$c=\sqrt{2}$，∴$b^2=c^2-a^2=1$. 故双曲线的标准方程为 $x^2-y^2=1$.

16. $\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$ ［解析］如图，由题意知四面体 $O_1O_2O_3O_4$ 是正四面体，过 O_1 作 $O_1O\perp$ 底面 $O_2O_3O_4$，可得 O 为底面的中心，连接 O_2O，由 $O_2O\perp O_3O_4$，可得 $O_2O_1\perp O_3O_4$，则当 M 在直线 O_1O_2 上时，直线 O_2M 与直线 O_3O_4 垂直，故直线 O_2M 与直线 O_3O_4 所成角的余弦值为 0. 作 $O_2N\parallel O_3O_4$，则 $\angle O_1O_2N=90°$，在平面 O_1O_2N 内，过 O_2 作球 O_1 的切线，设切点为 M，此时 O_2M 与 O_1O_2 成 30°的角，由 $O_2N\parallel O_3O_4$，可得 O_3O_4 与 O_2M 成 60°的角，所以 O_3O_4 与 O_2M 所成角的最小值为 60°，故所成角的余弦值的最大值为 $\dfrac{1}{2}$. 所以直线 O_2M 与直线 O_3O_4 所成角的余弦值的取值范围为 $\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$.



小题 10 “12 选择+4 填空”80 分练

1. A ［解析］因为 $z=\dfrac{a+i}{2+i}=\dfrac{(a+i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\dfrac{2a+1}{5}+\dfrac{2-a}{5}i$，且 z 是纯虚数，所以 $\dfrac{2a+1}{5}=0$，且 $\dfrac{2-a}{5}\neq0$，解得 $a=-\dfrac{1}{2}$.

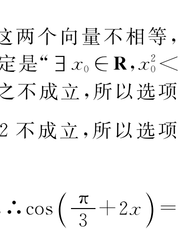
2. C ［解析］因为集合 $A=\{(x,y)|x+y\leqslant2,x,y\in\mathbf{N}\}$，
所以当 $x=0$ 时，$y=0$，$y=1$ 或 $y=2$，此时集合 A 中有 3 个元素，分别为 $(0,0)$，$(0,1)$，$(0,2)$；
当 $x=1$ 时，$y=0$ 或 $y=1$，此时集合 A 中有 2 个元素，分别为 $(1,0)$，$(1,1)$；
当 $x=2$ 时，$y=0$，此时集合 A 中只有 1 个元素，为 $(2,1)$.
综上，集合 A 中共有 6 个元素，故选 C.

3. C ［解析］若两个向量的模相等但方向不同，则这两个向量不相等，所以选项 A 为假命题；命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2\geqslant0$”的否定是“$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2<0$”，所以选项 B 为假命题；由 $x>1$ 可得 $x^2>1$，反之不成立，所以选项 C 为真命题；当 $x\in\left(-\dfrac{\pi}{2},0\right)$ 时，$\sin x+\dfrac{1}{\sin x}\geqslant2$ 不成立，所以选项 D 为假命题.

4. C ［解析］∵$\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)=\dfrac{2}{3}=\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+x\right)$，∴$\cos\left(\dfrac{\pi}{3}+2x\right)=2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{6}+x\right)-1=2\times\dfrac{4}{9}-1=-\dfrac{1}{9}$，故选 C.

5. A ［解析］∵$\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}=\dfrac{a_1+a_3}{a_1a_3}+\dfrac{1}{a_2}=\dfrac{a_1+a_2+a_3}{a_2^2}=\dfrac{S_3}{4}=2$，
∴$S_3=8$.

6. C ［解析］如图所示，由四边形 $ABCD$ 是矩形可得点 A，D 的纵坐标相等，又 A，D 两点到圆心的距离相等，所以 A，D 两点的横坐标互为相反数，所以 $|AD|=p$，则点 $A\left(\dfrac{p}{2},p\right)$，则 $p^2+\left(\dfrac{p}{2}\right)^2=5$，解得 $p=2$.



7. D ［解析］该程序框图的功能是计算并输出 $1-2+3-4+\cdots+2019-2020$ 的值，可得输出的 $S=(1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots+(2019-2020)=-1010$.

8. B ［解析］对于选项 A，也可能推出 α 与 β 相交，故选项 A 错误；对于

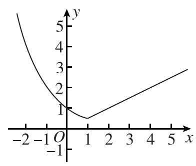
选项 B，由 $m\parallel n, m\perp\alpha$，可得 $n\perp\alpha$，又 $n\perp\beta$，所以 $\alpha\parallel\beta$，故选项 B 正确；对于选项 C，若 $m\perp n, m\parallel\alpha, n\parallel\beta$，则 α,β 可能平行，也可能相交，故选项 C 错误；对于选项 D，由 $m\perp n, m\perp\alpha, n\perp\beta$，可得 $\alpha\perp\beta$，故选项 D 错误.

9. B ［解析］由题意知，该同学可能填入的结果有四种，分别为 eka，ake，eak，aek，
拼写正确的结果只有一种，为 eak，
所以他拼写正确的概率为 $\frac{1}{4}$. 故选 B.

10. B ［解析］由图易得点 C 的横坐标为 $\frac{\pi}{3}$，所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\pi$，所以 $\omega=2$，又 $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=0$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，所以 $f(x)=A\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$. 可得函数 $f(x)$ 的图像关于点 $\left(\frac{4}{3}\pi,0\right)$ 中心对称. 故选 B.

11. D ［解析］连接 AC, BD, A_1B，则 $A_1C_1\parallel AC$，所以直线 AD 与 A_1C_1 所成的角为 $\angle DAC$，因为底面 $ABCD$ 为正方形，所以 $\angle DAC=\frac{\pi}{4}$，故选项 A 中说法正确；当 E 为 AB 的中点时，$A_1E=B_1E=\sqrt{2}$，因为 $A_1B_1=2$，所以 $A_1E^2+B_1E^2=A_1B_1^2$，所以 $A_1E\perp B_1E$，又 $A_1D_1\perp$ 平面 A_1ABB_1，$B_1E\subset$ 平面 A_1ABB_1，所以 $A_1D_1\perp B_1E$，因为 $A_1E\cap A_1D_1=A_1$，所以 $B_1E\perp$ 平面 A_1D_1E，又 $B_1E\subset$ 平面 B_1C_1E，所以平面 $A_1D_1E\perp$ 平面 B_1C_1E，故选项 B 中说法正确；当 E,F 分别为 AB, BC 的中点时，$EF\parallel AC$，因为 $DD_1\perp$ 底面 $ABCD$，所以 $DD_1\perp AC$，由底面 $ABCD$ 为正方形，可得 $AC\perp BD$，又 $BD\cap DD_1=D$，所以 $AC\perp$ 平面 BDD_1，所以 $AC\perp BD_1$，所以 $EF\perp BD_1$，故选项 C 中说法正确；假设 $BD_1\perp$ 平面 B_1EF，则 $BD_1\perp B_1E$，又 $B_1E\perp A_1D_1$，$BD_1\cap A_1D_1=D_1$，所以 $B_1E\perp$ 平面 A_1BD_1，所以 $A_1B\perp B_1E$，显然不符合题意，故假设错误，故选项 D 中说法错误.

12. D ［解析］作出 $y=f(x)$ 的图像，如图所示，



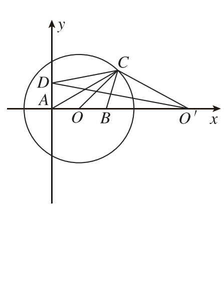
可得 $f(x)$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$.
设 $t=f(a)$，则 $t\geqslant\frac{1}{2}$，又因为 $2f[f(a)]=f(a)$，所以 $2f(t)=t$.
当 $t>1$ 时，可得 $2\cdot\frac{t}{2}=t$，该式恒成立，则由 $f(a)>1$，可得 $a>2$ 或 $a<0$；
当 $\frac{1}{2}\leqslant t\leqslant 1$ 时，可得 $2^{1-t}=t$，易得 $t=1$，则由 $f(a)=1$，可得 $a=0$ 或 $a=2$.
综上可得 a 的取值范围是 $a\geqslant 2$ 或 $a\leqslant 0$. 故选 D.

13. $\frac{25}{14}$ ［解析］由 $y=x\ln x+2x^3$，得 $y'=\ln x+1+6x^2$，所以曲线在点 $P(1,2)$ 处的切线的斜率 $k=7$，所以切线方程为 $y-2=7(x-1)$，即 $y=7x-5$. 易得切线在两坐标轴上的截距分别为 $\frac{5}{7}$ 和 -5，所以所求面积为 $\frac{1}{2}\times\frac{5}{7}\times 5=\frac{25}{14}$.

14. 234 ［解析］由题意得 $a_2=9$，$S_6=9^3=729$，
所以 $729=\frac{6(a_2+a_5)}{2}=3(a_5+9)$，解得 $a_5=234$.

15. 4 ［解析］由 $g(\ln 2)=f(\ln 2)\cos(\ln 2)+1=-2$，可得 $f(\ln 2)\cos(\ln 2)=-3$. 又 $\ln\frac{1}{2}=-\ln 2$，且 $f(x)+f(-x)=0$，所以 $f(\ln 2)=-f\left(\ln\frac{1}{2}\right)$，则 $g\left(\ln\frac{1}{2}\right)=f\left(\ln\frac{1}{2}\right)\cos\left(\ln\frac{1}{2}\right)+1=-f(\ln 2)\cos(\ln 2)+1=4$.

16. $\frac{\sqrt{26}}{2}$ ［解析］以 A 为坐标原点，AB 为 x 轴，AD 为 y 轴建立平面直角坐标系，如图所示，设 $C(x,y)$.



因为 $A(0,0), B(2,0), D(0,1)$，所以 $\overrightarrow{AB}=(2,0)$，$\overrightarrow{AC}=(x,y)$，$\overrightarrow{BA}=(-2,0)$，$\overrightarrow{BC}=(x-2,y)$，
$\overrightarrow{CA}=(-x,-y)$，$\overrightarrow{CB}=(2-x,-y)$.
因为 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{4}{3}\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$，
所以 $2x-2x+4=\frac{4}{3}(x^2-2x+y^2)$，
即 $(x-1)^2+y^2=4$，所以点 C 在以 $O(1,0)$ 为圆心，2 为半径的圆上.
取 $O'(5,0)$，连接 $OC, O'C, O'D$，则 $\frac{|OB|}{|OC|}=\frac{1}{2}=\frac{|OC|}{|OO'|}$，
所以 $\triangle OBC\backsim\triangle OCO'$，
所以 $\frac{|BC|}{|O'C|}=\frac{|OB|}{|OC|}=\frac{1}{2}$，即 $|BC|=\frac{1}{2}|O'C|$，
所以 $|CB|+\frac{1}{2}|CD|=\frac{1}{2}(|O'C|+|CD|)$.
由图可知 $\frac{1}{2}(|O'C|+|CD|)\geqslant\frac{1}{2}|O'D|=\frac{\sqrt{5^2+1^2}}{2}=\frac{\sqrt{26}}{2}$.

小题 11 “12 选择＋4 填空”80 分练

1. A ［解析］$A=\{x\mid y=2^x\}=\mathbf{R}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\frac{x}{3-x}\geqslant 0\right\}=\{x\mid 0\leqslant x<3\}$，则 $\complement_A B=\{x\mid x\geqslant 3$ 或 $x<0\}$.

2. D ［解析］由 $z=\frac{2}{1+\mathrm{i}}=\frac{2(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=\frac{2(1-\mathrm{i})}{2}=1-\mathrm{i}$，得复数 $z=\frac{2}{1+\mathrm{i}}$ 在复平面内对应的点的坐标为 $(1,-1)$，该点位于第四象限.

3. B ［解析］在统计学中，用方差或标准差来评估一组数据的稳定程度，故选 B.

4. C ［解析］$\because a_2, a_3, a_6$ 成等比数列，
$\therefore a_3^2=a_2\cdot a_6$，$\therefore(a_2+4)^2=a_2\cdot(a_2+4\times 4)$，解得 $a_2=2$.
则 $a_{10}=2+8\times 4=34$. 故选 C.

5. C ［解析］选项 A，B，D 中的图形分别作为俯视图时，都能得到对应锥体的直观图，选项 C 中的图形不满足三视图中“宽相等”的作图规则，故不可能是该锥体的俯视图.

6. D ［解析］因为 $\sin 40^\circ<1<\log_3 4$，$\ln 0.4<0<\tan 226^\circ$，$\cos(-20^\circ)=\cos 20^\circ=\sin 70^\circ>\sin 65^\circ$，所以排除选项 A，B，C. 又 $\tan 410^\circ=\tan 50^\circ>1>\sin 80^\circ>\frac{1}{2}>\log_5 2$，所以选项 D 正确.

7. B ［解析］由 $f(x)=x\ln(ax)+1$，可得 $f'(x)=\ln(ax)+1$. 由 $x=\frac{1}{\mathrm{e}}$ 是函数 $f(x)=x\ln(ax)+1$ 的极值点，可得 $\ln\left(a\cdot\frac{1}{\mathrm{e}}\right)+1=0$，解得 $a=1$. 经验证，当 $a=1$ 时，$x=\frac{1}{\mathrm{e}}$ 是函数 $f(x)=x\ln(ax)+1$ 的极值点，故选 B.

8. D ［解析］由题意知最少需要 9 次调整，相应的可行方案有 2 种.
方案一：A 调整 5 辆给 D，B 调整 3 辆给 C，然后 D 再调整 1 辆给 C；
方案二：A 调整 4 辆给 D，调整 1 辆给 B，然后 B 调整 4 辆给 C.
故选 D.

9. C ［解析］圆 $(x-1)^2+y^2=2$ 的圆心坐标为 $(1,0)$，
则以点 $(3,-4)$，$(1,0)$ 为直径两端点的圆的方程为 $(x-2)^2+(y+2)^2=5$.
由 $\begin{cases}(x-1)^2+y^2=2,\\(x-2)^2+(y+2)^2=5,\end{cases}$ 可得直线 AB 的方程为 $x-2y-2=0$. 故选 C.

10. D ［解析］在 $\triangle ABC$ 中，由 $AC=1$，$AB=2$，且 $\angle BAC=60^\circ$，可得 $BC=\sqrt{1^2+2^2-2\times 1\times 2\times\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$，所以 $AC^2+BC^2=AB^2$，即 $AC\perp BC$，又 $PC\perp$ 平面 ABC，所以 PC, AC, BC 两两相互垂直. 设该球的半径为 R，则易知 $(2R)^2=1^2+1^2+(\sqrt{3})^2=5$，所以该球的表面积为 $4\pi\times R^2=5\pi$.

11. D ［解析］因为函数 $f(x)$ 的最大值为 2，最小值为 -2，所以由①知 $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}$（$T$ 为最小正周期），所以 $T=\pi$，$\omega=2$. 又因为 $y=f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\varphi\right]=2\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)$ 为偶函数，所以 $\frac{2\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi$，即 $\varphi=-\frac{\pi}{6}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$. 又因为 $f(0)=2\sin\varphi$，$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$，$f(0)>f\left(\frac{\pi}{6}\right)$，所以 $\varphi=\frac{5\pi}{6}+2n\pi$，$n\in\mathbf{Z}$，所以 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{5\pi}{6}\right)$. 当 $x\in[0,t)$ 时，$2x+\frac{5\pi}{6}\in\left[\frac{5\pi}{6},2t+\frac{5\pi}{6}\right)$，因为 $f(x)$ 在 $[0,t)$ 上有最小值，所以 $2t+\frac{5\pi}{6}>\frac{3\pi}{2}$，即 $t>\frac{\pi}{3}$，只有选项 D 是其取值范围的一个子集，故选 D.

12. C ［解析］当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)$ 单调递减，且 $f(x)\in(0,+\infty)$；当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)$ 单调递增，且 $f(x)\in[1,+\infty)$. 可设 $f(x_1)=f(x_2)=t^2(x_1<0<x_2)$，其中 $t\geqslant 1$，则 $x_1=-\frac{\sqrt{2}}{2}t$，$x_2=2\ln t$，