# 目　录 contents

# 课时训练(一)

## 【集　合】

**一、选择题**

1. [2019·杭州八校高一期中] 设集合 $A=\{x|x>3\}$,则 (　　)

A. $\varnothing\in A$　　B. $0\in A$

C. $3\in A$　　D. $\sqrt{10}\in A$

2. [2019·温州十五校高一期中] 已知集合 $P=\{-1,0,1,2\}$,$Q=\{-1,0,1\}$,则 (　　)

A. $P\in Q$　　B. $P\subseteq Q$

C. $Q\subseteq P$　　D. $Q\in P$

3. 设集合 $M=\{-1,0,1\}$,$\mathbf{N}$ 为自然数集,则 $M\cap\mathbf{N}=$ (　　)

A. $\{-1,0\}$　　B. $\{-1\}$

C. $\{0,1\}$　　D. $\{1\}$

4. [2019·金华高一期末] 已知集合 $A=\{0,1,2,3\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}|0\leqslant x\leqslant 2\}$,则 $A\cap B$ 的子集个数为 (　　)

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 8

5. 已知集合 $M=\left\{x\middle|x=\frac{n}{2}+1,n\in\mathbf{Z}\right\}$,$N=\left\{y\middle|y=m+\frac{1}{2},m\in\mathbf{Z}\right\}$,则集合 $M,N$ 的关系为 (　　)

A. $M\cap N=\varnothing$　　B. $M=N$

C. $M\subseteq N$　　D. $N\subseteq M$

6. [2019·杭州六校高一期中] 已知集合 $I=\{x\in\mathbf{Z}|-3<x<3\}$,$A=\{-2,0,1\}$,$B=\{-1,0,1,2\}$,则$(\complement_I A)\cap B=$ (　　)

A. $\{-1\}$　　B. $\{-1,2\}$

C. $\{2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

7. 已知集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$,$B=\left\{(x,y)\middle|x\in A,y\in A,\frac{y}{x}\in A\right\}$,则集合 $B$ 所含元素的个数为 (　　)

A. 3　　B. 6

C. 8　　D. 10

8. 满足 $A\cup\{1,-1\}=\{1,0,-1\}$的集合 $A$ 共有 (　　)

A. 2 个　　B. 4 个

C. 8 个　　D. 16 个

9. 设全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x|(x+1)(x-3)<0\}$,$B=\{x|x-1\geqslant 0\}$,则如图 K1-1 中阴影部分所表示的集合为 (　　)

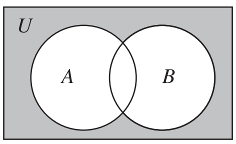


图 K1-1

A. $\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 3\}$

B. $\{x|x<1$ 或 $x\geqslant 3\}$

C. $\{x|x\leqslant 1\}$

D. $\{x|x\leqslant -1\}$

10. 设全集 $U=\{0,1,4,9,16\}$,集合 $A=\{1,4\}$,$B=\{4,9\}$,则$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$ (　　)

A. $\{4\}$

B. $\{0,1,9,16\}$

C. $\{0,9,16\}$

D. $\{1,9,16\}$

11. [2019·学军中学高一期中] 已知集合 $M,N,P$ 为全集 $U$ 的子集,且满足 $M\subseteq P\subseteq N$,则下列结论不正确的是 (　　)

A. $\complement_U N\subseteq\complement_U P$

B. $\complement_N P\subseteq\complement_N M$

C. $(\complement_U P)\cap M=\varnothing$

D. $(\complement_U M)\cap N=\varnothing$

12. 已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$,$B=\{x|-1\leqslant x\leqslant a\}$.若 $A\cap B=A$,则实数 $a$ 的取值范围是 (　　)

A. $a<-1$

B. $a>2$

C. $a\geqslant 2$

D. $-1<a<2$

13. 设集合 $A=\left\{(x,y)\middle|\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1\right\}$,$B=\{(x,y)|y=3^x\}$,则 $A\cap B$ 的子集的个数是 (　　)

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

14. 已知集合 $S=\{x|x$ 是平行四边形或梯形$\}$,$A=\{x|x$ 是平行四边形$\}$,$B=\{x|x$ 是菱形$\}$,$C=\{x|x$ 是矩形$\}$,则下列式子不成立的是 (　　)

A. $B\cap C=\{x|x$ 是正方形$\}$

B. $\complement_A B=\{x|x$ 是邻边不相等的平行四边形$\}$

C. $\complement_S A=\{x|x$ 是梯形$\}$

D. $A=B\cup C$

**二、填空题**

15. [2019·余姚中学高一期中] 设集合 $A=\{-1,0,2\}$,则集合 $A$ 的子集有________个,若集合 $B=\{x|x\in A$,且 $2-x\notin A\}$,则 $B=$________.

16. 已知集合 $A=\left\{x,\frac{y}{x},1\right\}$,$B=\{x^2,x+y,0\}$,若 $A=B$,则 $x^{2017}+y^{2018}=$________.

17. [2019·诸暨中学高一期中] 集合 $B=\{x|x^2-4x-5<0\}$,集合 $C=\{x|m+1<x<2m-1\}$,若 $B\cap C=C$,则实数 $m$ 的取值范围是________.

# 课时训练（二）

## 【函数及其基本性质】

**一、选择题**

1. 已知函数 $f(x-3)=2x^2-3x+1$，则 $f(1)=$ （　　）

A. 15　　B. 21　　C. 3　　D. 0

2. [2019·温州十校高一期末] 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2}$，则 $f(x)$的值域是 （　　）

A. $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$　　B. $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

C. $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$　　D. $(0,+\infty)$

3. [2019·温州十五校高一期中] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2,x\leqslant 0,\\-x+2,x>0,\end{cases}$ 则 $f[f(-1)]=$ （　　）

A. 1　　B. 2　　C. $-1$　　D. $-2$

4. [2019·慈溪六校高一期中] 下列各组函数 $f(x)$与 $g(x)$是相同函数的是 （　　）

A. $f(x)=x$ 与 $g(x)=(\sqrt{x})^2$

B. $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$与 $g(x)=x+2$

C. $f(x)=1$ 与 $g(x)=x^0$

D. $f(x)=|x|$与 $g(x)=\begin{cases}x(x\geqslant 0),\\-x(x<0)\end{cases}$

5. 函数 $y=\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x}$的定义域为 （　　）

A. $\{x|x\geqslant 0\}$　　B. $\{x|x\geqslant 1\}$

C. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　　D. $\{x|x\geqslant 1\}\cup\{0\}$

6. [2019·温州十五校高一期中] 已知函数 $f(x)=3^x-\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$，则 $f(x)$ （　　）

A. 是奇函数，且在 **R** 上是增函数

B. 是偶函数，且在 **R** 上是增函数

C. 是奇函数，且在 **R** 上是减函数

D. 是偶函数，且在 **R** 上是减函数

7. 对于任意实数 $a,b$，定义：$F(a,b)=\begin{cases}a,a\geqslant b,\\b,a<b.\end{cases}$ 若函数 $f(x)=x^2$，$g(x)=x+2$，则函数 $G(x)=F(f(x),g(x))$的最小值为 （　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

8. 下列函数中，其图像可能为图 K2-1 的是 （　　）

A. $f(x)=\dfrac{1}{||x|-1|}$

B. $f(x)=\dfrac{1}{|x-1|}$

C. $f(x)=\dfrac{1}{|x+1|}$

D. $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$

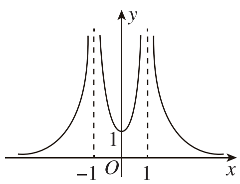



图 K2-1

9. 已知函数 $y=f(x)$，$x\in\mathbf{R}$ 为奇函数，且当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=x^2-2x$，则当 $x<0$ 时，$f(x)$的解析式是 （　　）

A. $f(x)=-x(x+2)$　　B. $f(x)=x(x-2)$

C. $f(x)=-x(x-2)$　　D. $f(x)=x(x+2)$

10. 已知函数 $f(x)$是定义在$\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$上的单调函数，且 $f(x)f\left[f(x)+\dfrac{1}{x}\right]=\dfrac{1}{2}$，则 $f(1)$的值为 （　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

**二、填空题**

11. [2019·台州高一期末] 已知函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{5-x}}{x}$，则 $f(1)=$________，函数 $f(x)$的定义域为____________.

12. 设 $f(x)=ax^2+bx+2$ 是定义在$[1+a,1]$上的偶函数，则 $f(x)>0$ 的解集为________.

13. 已知函数 $f(x)$是定义在 **R** 上的奇函数. 当 $x>0$ 时，$f(x)=\log_2 x$，则 $f(-4)+f(0)=$________；若 $f(a)>f(-a)$，则实数 $a$ 的取值范围是________________.

**三、解答题**

14. [2019·台州五校高一期中] 已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 满足条件 $f(0)=0$ 和 $f(x+2)-f(x)=4x$.

(1)求函数 $f(x)$的解析式；

(2)若函数 $g(x)=f(x)-2mx+2$，当 $x\in[1,+\infty)$时，求函数 $g(x)$的最小值.

15. [2019・湖州高一期中] 已知函数 $f(x)=\dfrac{2ax^2+1}{x}(a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $f(1)=2$,求函数 $y=f(x)-2x$ 在 $\left[\dfrac{1}{2},2\right]$ 上的取值范围;

(2)当 $a\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 时,试判断 $f(x)$ 在 $(0,1]$ 上的单调性,并用定义证明你的结论.

16. [2019・衢州四校高一期中] 函数 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,当 $x\in(-\infty,0]$ 时,$f(x)=-x^2+4x-1$.

(1)求函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的解析式;

(2)求函数 $f(x)$ 在 $[-2,3]$ 上的最大值和最小值.

17. 已知 $a\geqslant 0$,函数 $f(x)=x^2-4|x-a|+a$.

(1)若 $a=1$,求函数 $f(x)$ 的值域;

(2)若函数 $f(x)$ 在 $(1,4]$ 上不单调,求实数 $a$ 的取值范围;

(3)若 $x_1,x_2$ 是函数 $g(x)=f(x)-t(t\in\mathbf{R})$ 的其中两个零点,且 $x_1\leqslant a<x_2$,求当 $a,t$ 变化时,$x_1+x_2$ 的最大值.

# 课时训练（三）

## 【基本初等函数 I】

### 一、选择题

1. 设 $3^a=4$，则 $\log_2 3$ 的值为　（　　）

A. $2a$　　B. $a$

C. $\dfrac{1}{a}$　　D. $\dfrac{2}{a}$

2. [2019·湖州高一期中] 已知幂函数 $f(x)$ 的图像过点 $(27,3)$，则 $f(8)=$　（　　）

A. 8　　B. 6

C. 4　　D. 2

3. 指数函数 $y=a^x$ 与 $y=b^x$ 的图像如图 K3-1 所示，则　（　　）

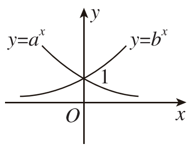



图 K3-1

A. $a<0,b<0$

B. $a<0,b>0$

C. $0<a<1,0<b<1$

D. $0<a<1,b>1$

4. 下列函数中，既是偶函数又在区间 $(0,+\infty)$ 上是增函数的是　（　　）

A. $y=\dfrac{1}{x}$

B. $y=|x|-1$

C. $y=\lg x$

D. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{|x|}$

5. [2019·台州五校高一期中] 已知 $a=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$，$b=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}$，$c=\log_{\frac{1}{2}}2$，则 $a,b,c$ 的大小关系是　（　　）

A. $a>b>c$

B. $a>c>b$

C. $c>b>a$

D. $b>a>c$

6. 如果 $\lg x=\lg a+3\lg b-5\lg c$，那么　（　　）

A. $x=a+3b-5c$

B. $x=\dfrac{3ab}{5c}$

C. $x=\dfrac{ab^3}{c^5}$

D. $x=a+b^3-c^5$

7. [2019·温州十五校高一期中] 已知函数 $f(x)=(x-a)(x-b)$（其中 $a>b$）的图像如图 K3-2 所示，则函数 $g(x)=a^x+b$ 的图像可能是　（　　）

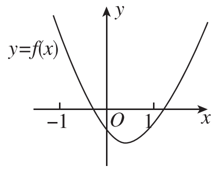
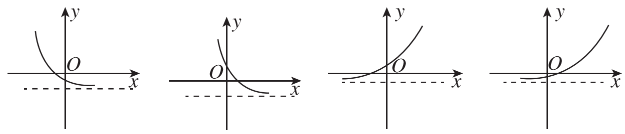



图 K3-2



A　　B　　C　　D

图 K3-3

8. [2019·慈溪六校高一期中] 函数 $y=\ln(x^2+2x-3)$ 的单调递减区间是　（　　）

A. $(-\infty,-3)$　　B. $(-\infty,-1)$

C. $(-1,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

9. [2019·衢州四校高一期中] 在 $y=2^x$，$y=\log_2 x$，$y=x^2$，$y=x+\dfrac{1}{x}$ 这四个函数中，当 $0<x_1<x_2<1$ 时，使 $f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)>\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 恒成立的函数的个数是　（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

10. 已知 $f(x)=|\ln x|$，设 $0<a<b$，且 $f(a)=f(b)$，则 $a+2b$ 的取值范围是　（　　）

A. $[3,+\infty)$

B. $(3,+\infty)$

C. $[2\sqrt{2},+\infty)$

D. $(2\sqrt{2},+\infty)$

### 二、填空题

11. [2019·温州十五校高一期中] 函数 $y=\ln(x-1)$ 的定义域为________，函数 $y=\ln(x-1)$ 的值域为________.

12. [2018·诺丁汉大学附中高一期中] 函数 $f(x)=a^x+1(a>0,a\neq 1)$ 的图像恒过点________；若对数函数 $g(x)=\log_b x$（$b>0,b\neq 1$）的图像经过点 $(4,2)$，则 $b=$________.

13. [2019·台州五校高一期中] 设函数 $f(x)=\log_3\dfrac{x}{3}\cdot\log_3(9x)$，且 $\dfrac{1}{3}\leqslant x\leqslant 27$，则函数 $f(x)$ 的值域为________.

三、解答题

14. [2018·温州十五校高一期中联考] 不用计算器求下列各式的值：

(1) $\left(2\dfrac{7}{9}\right)^{0.5}+0.1^{-2}+\left(2\dfrac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}-3\times\pi^{0}+\dfrac{37}{48}$；

(2) $\log_{3}(9\times27^{2})+\log_{2}12-\log_{2}3+\log_{4}3\times\log_{3}64$.

15. [2019·温州十五校高一期中] 已知函数 $f(x)=\lg\dfrac{2-x}{2+x}$.

(1)求函数 $f(x)$的定义域，判断函数 $f(x)$的奇偶性.

(2)是否存在这样的实数 $k$，使 $f(k-x^{2})+f(2k-x^{4})\geqslant 0$ 对一切 $x\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$恒成立？若存在，试求出 $k$ 的取值范围；若不存在，请说明理由.

16. [2019·金华高一期末] 已知函数 $f(x)=e^{x}+ae^{-x}$是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，其中 e 是自然对数的底数.

(1)求实数 $a$ 的值；

(2)求函数 $g(x)=f(2x)+2f(x)-6$ 的零点.

# 课时训练（四）

## 【函数与方程】

**一、选择题**

1. [2019·衢州四校高一期中] 函数 $y=\ln x+2x-6$ 的零点所在的区间为 ( )

A. $(1,2)$　B. $(2,3)$

C. $(3,4)$　D. $(4,5)$

2. 若函数 $f(x)=x^2+2x+a$ 没有零点，则实数 $a$ 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,1)$　B. $(-\infty,1]$

C. $(1,+\infty)$　D. $[1,+\infty)$

3. 函数 $f(x)=2^x+x^3-2$ 在区间 $(0,1)$ 上的零点个数是 ( )

A. 0　B. 3

C. 2　D. 1

4. [2019·温州九校高一期末] 若 $m$ 是函数 $f(x)=\sqrt{x}-2^x+2$ 的零点，则 $m$ 在以下哪个区间上 ( )

A. $[0,1]$　B. $\left[1,\frac{3}{2}\right]$

C. $\left[\frac{3}{2},2\right]$　D. $[2,3]$

5. [2019·金华高一期末] 若 $y=ax^2+bx+c(a<0)$ 的两个零点 $x_1<0,x_2>0$，且 $x_1+x_2>0$，则 ( )

A. $b>0,c>0$　B. $b>0,c<0$

C. $b<0,c>0$　D. $b<0,c<0$

6. [2019·镇海中学高二期末] 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的图像是连续的，且其中的四组对应值如下表，那么在下列区间中，函数 $f(x)$ 不一定存在零点的是 ( )

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 3 | $-1$ | 2 | 0 |

A. $(1,2)$　B. $[1,3]$

C. $[2,5)$　D. $(3,5)$

7. [2019·衢州五校高一期末] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}1-e^x,x\leqslant 0,\\x^2-2x,x>0,\end{cases}$ 若函数 $y=f(x)-m$ 有 2 个不同的零点，则 $m$ 的取值范围为 ( )

A. $(-1,1)$　B. $(-1,1]$

C. $(-1,+\infty)$　D. $[-1,+\infty)$

8. 已知 $m>1$，则函数 $f(x)=\frac{1}{x+2}-m|x|$ 的零点个数为 ( )

A. 3　B. 2

C. 1　D. 2 或 3

9. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+3)=f(x)$，$f(2)=0$，则函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,6)$ 上的零点 ( )

A. 有 2 个

B. 有 4 个

C. 有 6 个

D. 至少有 4 个

**二、填空题**

10. 若函数 $f(x)=ax+b$ 的零点为 2，那么函数 $g(x)=bx^2-ax$ 的零点是________.

11. 若幂函数 $f(x)$ 的图像经过点 $(2,8)$，则 $f(3)=$________；设 $g(x)=f(x)+x-m$，若函数 $g(x)$ 在 $(2,3)$ 上有零点，则实数 $m$ 的取值范围是__________.

12. 若函数 $f(x)=|2^x-1|-b$ 仅有一个零点，则实数 $b$ 的取值范围是__________.

**三、解答题**

13. 已知函数 $f(x)=x^2+ax+b(a,b\in\mathbf{R})$ 在区间 $[1,2]$ 上有两个不同的零点，求 $a+b$ 的取值范围.

14. [2019·杭州高一期末] 已知函数 $f(x)=\sqrt{2^{x}-1}+1$.

(1)求函数 $f(x)$的定义域及值域;

(2)若函数 $y=2^{x}-mf(x)$有两个零点,求 $m$ 的取值范围.

15. [2019·衢州五校高一期末] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^{2}-2ax+a, x\in[1,+\infty),\\ 2x+\dfrac{a}{x}, x\in(0,1).\end{cases}$

(1)若函数 $f(x)$在区间$(0,+\infty)$上为增函数,求实数 $a$ 的取值范围.

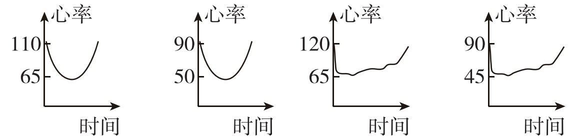
(2)是否存在实数 $a$ 使函数 $f(x)\geqslant x-2a$ 恒成立?若存在,求出 $a$ 的取值范围;若不存在,请说明理由.

# 课时训练（五）

## 【函数模型及其应用】

**一、选择题**

1. 一名心率过速患者服用某种药物后心率立刻明显减慢，之后随着药力的减退，心率再次慢慢升高，则自服药那一刻起，心率关于时间的一个可能的图像是 （　　）




A　　B　　C　　D

图 K5-1

2. 下列函数关系中，可以看成是指数型函数 $y=ka^x$（$k\in\mathbf{R}$，$a>0$且 $a\neq1$）关系的是 （　　）
   A. 竖直向上发射的信号弹，从发射到落回地面，信号弹的高度与时间的关系（不计空气阻力）
   B. 我国人口年自然增长率为 1%，这样我国人口总数随年份的变化关系
   C. 如果某人 $t$ s 内骑车行进了 1 km，那么此人骑车的平均速度 $v$ 与时间 $t$ 的关系
   D. 邮件的邮资与其重量间的关系

3. 某品牌平板电脑投放市场后第 1 个月销售 100 台，第 2 个月销售 200 台，第 3 个月销售 400 台，第 4 个月销售 790 台，则下列函数模型中能较好反映销量 $y$（单位：台）与投放市场后第 $x$ 月之间的关系的是 （　　）
   A. $y=100x$
   B. $y=50x^2-50x+100$
   C. $y=50\times2^x$
   D. $y=100\log_2x+100$

4. 据统计，每年到鄱阳湖国家湿地公园越冬的白鹤数量$y$（只）与时间 $x$（年）近似地满足关系 $y=a\log_3(x+2)$，观察发现 2014 年（作为第 1 年）到该湿地公园越冬的白鹤数量约为 3000 只，估计 2020 年到该湿地公园越冬的白鹤的数量约为 （　　）
   A. 4000 只　　B. 5000 只
   C. 6000 只　　D. 7000 只

5. 某地为了抑制一种有害昆虫的繁殖，引入了一种以该昆虫为食物的特殊动物. 已知该动物的数量 $y$（单位：只）与引入时间 $x$（单位：年）的关系为 $y=a\log_2(x+1)$，若该动物在引入一年后的数量约为 100 只，则第 7 年该动物的数量约为 （　　）
   A. 300 只　　B. 400 只
   C. 600 只　　D. 700 只

6. 某种型号的电脑自投放市场以来，经过三次降价，单价由原来的 5000 元降到 2560 元，则平均每次降价的百分比是 （　　）
   A. 10%　　B. 15%
   C. 16%　　D. 20%

7. 如图 K5-2，点 $P$ 在边长为 1 的正方形的边上运动，设 $M$ 是 $CD$ 的中点，则当 $P$ 沿 $A$-$B$-$C$-$M$ 运动时，点 $P$ 经过的路程 $x$ 与$\triangle APM$ 的面积 $y$ 之间的函数的图像大致是（　　）

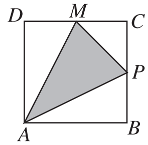



图 K5-2

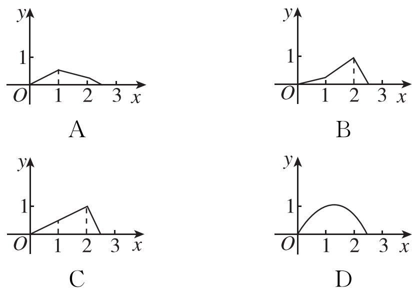



图 K5-3

8. ［2018·金华一中高一月考］用清水洗衣服，若每次能洗去污垢的$\dfrac{3}{4}$，要使存留的污垢不超过 1%，则至少要清洗的次数是（lg 2≈0.301 0） （　　）
   A. 3　　B. 4
   C. 5　　D. 6

**二、填空题**

9. 某汽车在同一时间内速度 $v$（单位：km/h）与耗油量 $Q$（单位：L）之间有近似的函数关系 $Q=0.0025v^2-0.175v+4.27$，则车速为________km/h 时，汽车的耗油量最少.

10. 如图 K5-4 所示，在直角梯形 $ABCD$ 中，$CD=2$，$AB=4$，$AD=2$，线段 $AB$ 上有一点 $P$，过点 $P$ 作 $AB$ 的垂线 $l$，当点 $P$ 从点$A$ 运动到点$B$ 时，记 $AP=x$，$l$ 截直角梯形的左边部分面积为 $y$，则 $y$ 关于 $x$ 的函数关系式为________________.

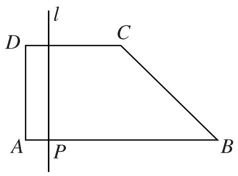



图 K5-4

11. 某驾驶员喝了 $m$ L 酒后，血液中的酒精含量 $f(x)$（mg/mL）随时间 $x$（h）变化的规律近似满足表达式 $f(x)=\begin{cases}5^{x-2},0\leqslant x\leqslant1,\\ \dfrac{3}{5}\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^x,x>1.\end{cases}$ 该驾驶员所在公司规定：驾驶员血液中酒精含量不得超过 0.02 mg/mL. 则此驾驶员至少要过________h 后才能开车.（精确到 1 h）

# A+ 微专题 1

## 【函数有关的学考难点】

### 角度 1　对含参数函数的研究(不含绝对值)

1. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-ax-5,x\leqslant 1,\\ \dfrac{a}{x},x>1\end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，则实数 $a$ 的取值范围是 (　　)

A. $-3\leqslant a<0$　　B. $-3\leqslant a\leqslant -2$

C. $a\leqslant -2$　　D. $a<0$

2. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+c}$ 的图像如图 W1-1 所示，则实数 $a,b,c$ 的大小关系是 (　　)

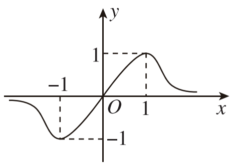


图 W1-1

A. $a>b>c$

B. $a>c>b$

C. $b>a>c$

D. $c>a>b$

3. [2019·温州十五校高一期中] 若函数 $f(x)=|\log_2 x|-e^{-x}$ 的所有零点的积为 $m$，则 (　　)

A. $m=1$　　B. $m\in(0,1)$

C. $m\in(1,2)$　　D. $m\in(2,+\infty)$

4. [2019·温州高一期末] 设函数 $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$，对任意 $x\in[1,+\infty)$，$f(mx)+mf(x)<0$ 恒成立，则实数 $m$ 的取值范围是________.

5. 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+5(a>1)$.

(1)若函数 $f(x)$ 的定义域和值域均为 $[1,a]$，求实数 $a$ 的值；

(2)求 $f(x)$ 在 $[1,1+a]$ 上的最大值.

6. [2019·嘉兴高一期末] 已知函数 $f(x)=\log_2\dfrac{3+ax}{3-x}(a\in\mathbf{R})$，若函数 $f(x)$ 是函数值不恒为零的奇函数.

(1)求实数 $a$ 的值；

(2)若 $x\in[1,3)$ 时，$f(x)\geqslant t$ 恒成立，求 $t$ 的取值范围.

7. [2019·金华高一期末] 已知 $f(x)=4^{x-1}-2^x+5(x\in[-2,2])$.

(1)求 $f(x)$ 的值域；

(2)若 $f(x)>3m^2+am+2$ 对任意 $a\in[-1,1]$ 都成立，求 $m$ 的取值范围.

## 角度 2 对含绝对值函数的研究

1. 已知函数 $f(x)=\left|\dfrac{-tx-2t+4}{x+2}\right|$ 在区间 $[-1,2]$ 上的最大值为 2，则实数 $t$ 的值为 ( )

A. 2 或 3　　B. 1 或 3

C. 2　　D. 3

2. 已知函数 $y=|\sin^2 x-4\sin x-a|$ 的最大值为 4，则常数 $a=$________.

3. [2019・杭州高一期中] 已知函数 $f(x)=|x-1|+|2x+a|(a>0)$，若 $f(x)\geqslant 2$ 恒成立，则 $a$ 的最小值为________.

4. 已知函数 $f(x)=|x-3|+|x+2|+k$.

(1)若 $f(x)\geqslant 3$ 恒成立，求实数 $k$ 的取值范围；

(2)当 $k=1$ 时，解不等式 $f(x)<3x$.

5. [2019・温州十校高一期末] 已知函数 $f(x)=|x-a|-1$，$a$ 为常数.

(1)若 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值为 3，求 $a$ 的值；

(2)已知 $g(x)=x\cdot f(x)+a-m$，若存在实数 $a\in(-1,2]$，使得函数 $g(x)$ 有三个零点，求 $m$ 的取值范围.

6. [2019・慈溪六校高一期中] 已知函数 $f(x)=|x^2-1|+x^2+kx$ 的定义域为 $(0,2)$.

(1)求关于 $x$ 的方程 $f(x)=kx+3$ 在 $(0,2)$ 上的解；

(2)若 $f(x)$ 在区间 $(0,2)$ 上单调递减，求实数 $k$ 的取值范围；

(3)若关于 $x$ 的方程 $f(x)=0$ 在 $(0,2)$ 上有两个不同的实根，求实数 $k$ 的取值范围.

# 课时训练（六）

## 【任意角的三角函数和诱导公式】

### 一、选择题

1. 下列角中，终边落在 $y$ 轴的非正半轴上的是（　　）

A. $\frac{\pi}{4}$　B. $\frac{\pi}{2}$　C. $\pi$　D. $\frac{3\pi}{2}$

2. 圆的半径是 6 cm，则圆心角为 15°的扇形面积是（　　）

A. $\frac{\pi}{2}$ cm²　B. $\frac{3\pi}{2}$ cm²

C. $\pi$ cm²　D. $3\pi$ cm²

3. 已知 $\alpha$ 为第二象限角，$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\cos\alpha=$（　　）

A. $\frac{1}{3}$　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　D. $-\frac{1}{3}$

4. [2019·温州高一期末] $\sin 300°$的值是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 若角 $\alpha$ 的终边经过点 $P(-1,-1)$，则（　　）

A. $\tan\alpha=1$　B. $\sin\alpha=-1$

C. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$　D. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. [2019·镇海中学高一期末] 已知点 $P(\sin\alpha,\cos\alpha)$在第二象限，则角 $\alpha$ 的终边所在的象限为（　　）

A. 第一象限　B. 第二象限

C. 第三象限　D. 第四象限

7. 已知扇形的周长是 12，面积是 8，则扇形的圆心角的弧度数是（　　）

A. 1　B. 4

C. 1 或 4　D. 2 或 4

8. 已知 $\cos\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=$（　　）

A. $\frac{1}{3}$　B. $-\frac{1}{3}$

C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

9. [2019·嘉兴高一期末] 在平面直角坐标系中，角 $\alpha$ 的顶点与原点重合，始边与 $x$ 轴的非负半轴重合，终边过点 $P(-\sqrt{3},1)$，则 $\sin(\pi-\alpha)=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$　D. $\frac{1}{2}$

10. 已知 $\cos\alpha-\sin\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\sin\alpha\cos\alpha$ 等于（　　）

A. $\frac{1}{8}$　B. $\pm\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{4}$　D. $\pm\frac{1}{4}$

11. 已知 $\tan x=2$，则$\frac{3\sin x+\cos x}{\cos x-3\sin x}$的值为（　　）

A. $\frac{7}{5}$　B. $\pm\frac{7}{5}$

C. $\frac{1}{4}$　D. $-\frac{7}{5}$

12. 若 $\alpha$ 是第三象限角，则 $\pi-\frac{\alpha}{2}$是（　　）

A. 第一或第二象限角　B. 第一或第三象限角

C. 第二或第三象限角　D. 第二或第四象限角

13. [2019·杭州高级中学高一期末] 在平面直角坐标系中，$O$ 为坐标原点，$A$ 为单位圆上一点，以 $x$ 轴的非负半轴为始边，$OA$ 为终边的角为 $\theta\left(\theta\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right)$，若将 $OA$ 绕 $O$ 点按顺时针方向旋转$\frac{3\pi}{2}$至 $OB$，则点 $B$ 的坐标为（　　）

A. $(-\sin\theta,\cos\theta)$　B. $(\cos\theta,-\sin\theta)$

C. $(-\cos\theta,\sin\theta)$　D. $(\sin\theta,-\cos\theta)$

14. [2019·衢州五校高一期末] 如图 K6-1，点 $A$，$B$ 在圆 $O$ 上，且点 $A$ 位于第一象限，圆 $O$ 与 $x$ 轴正半轴的交点是 $C$，点 $B$ 的坐标为 $\left(\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$，$\angle AOC=\alpha$，若 $|AB|=1$，则 $\sin\alpha$ 的值为（　　）

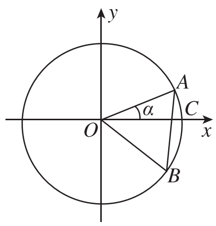


图 K6-1

A. $\frac{-3+4\sqrt{3}}{10}$　B. $\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$

C. $\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$　D. $\frac{-4+3\sqrt{3}}{10}$

### 二、填空题

15. 已知 $\alpha=-2017°$，则与角 $\alpha$ 终边相同的最小正角为________，最大负角为________.

16. [2019·宁波高一期末] 设 $\tan\theta=2$，则 $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=$________，$\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=$________.

17. [2019·温州十校高一期末] 已知扇形的周长为 8，当扇形的面积最大时，扇形的圆心角 $\alpha$ 为________rad.

# 课时训练（七）

## 【三角函数的图像和性质】

### 一、选择题

1. 函数 $y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期是 （　　）

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\pi$　　D. $2\pi$

2. [2019·嘉兴高一期末] 下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增且其图像是中心对称图形的是 （　　）

A. $y=\sin x$　　B. $y=\tan x$

C. $y=x^3$　　D. $y=x^2+1$

3. [2019·温州高一期末] 若要得到函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像，可以把函数 $y=\sin x$ 的图像 （　　）

A. 向右平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度

B. 向左平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度

C. 向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度

D. 向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度

4. 给出函数：①$y=\cos|2x|$；②$y=|\cos x|$；③$y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$；④$y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$. 其中最小正周期为 $\pi$ 的函数是 （　　）

A. ②④　　B. ①③④

C. ①②③　　D. ①③

5. 已知函数 $f(x)=A\sin\omega x(A>0,\omega>0)$ 的最小正周期为 2，$f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，若将 $y=f(x)$ 的图像向右平移$\frac{1}{3}$个单位长度后得到函数 $y=g(x)$ 的图像，则 （　　）

A. $g(x)=2\sin\left(x+\frac{1}{3}\right)$

B. $g(x)=2\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

C. $g(x)=\sin\left(\pi x-\frac{1}{3}\right)$

D. $g(x)=\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)$

6. 下列函数中，最小正周期为 $\pi$，且图像关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称的是 （　　）

A. $y=\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{12}\right)$　　B. $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

C. $y=\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$　　D. $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

7. [2019·衢州五校高一期末] 对于函数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x$，下列说法正确的是 （　　）

A. 函数 $f(x)$ 的图像关于点$\left(\frac{\pi}{6},0\right)$中心对称

B. 存在 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$，使 $f(\alpha)=1$

C. 存在 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$，使函数 $f(x+\alpha)$ 的图像关于 $y$ 轴对称

D. 存在 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$，使 $f(x+\alpha)=f(x+3\alpha)$ 恒成立

8. [2019·杭州高级中学高一期末] 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图像如图 K7-1 所示，则下列说法正确的是 （　　）

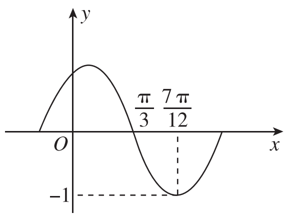


图 K7-1

A. $\varphi=\frac{2\pi}{3}$

B. $f(x)$图像的对称轴为直线 $x=\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$

C. $f(x)$的单调递减区间为$\left[\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},\frac{7\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}\right],k\in\mathbf{Z}$

D. 将 $f(x)$ 的图像向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度可变为偶函数的图像

9. [2019·温州九校高一期末] 已知函数 $f(x)$ 是偶函数，且 $f(5-x)=f(5+x)$，若 $g(x)=f(x)\sin\pi x$，$h(x)=f(x)\cos\pi x$，则下列说法错误的是 （　　）

A. 函数 $h(x)$ 的最小正周期是 10

B. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，都有 $g(x+5)=g(x-5)$

C. 函数 $y=h(x)$ 的图像关于直线 $x=5$ 对称

D. 函数 $y=g(x)$ 的图像关于点$(5,0)$中心对称

### 二、填空题

10. 函数 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$的值域为________.

11. [2019·台州高一期末] 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A,\omega,\varphi$ 是常数，$A>0,\omega>0)$ 的部分图像如图 K7-2 所示，则 $A=$________，$\omega=$________.

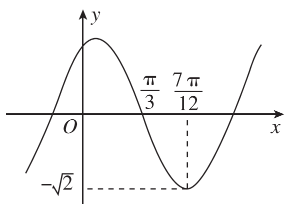


图 K7-2

12. [2019·衢州五校高一期末] 函数 $f(x)=\sin|ax+1|$ 的图像恒过定点________，若函数 $y=f(x)$ 的图像的对称轴方程为 $x=1$，则非零实数 $a$ 的值为________.

三、解答题

13. [2019·嘉兴高一期末] 已知函数 $f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+m(m\in\mathbf{R})$的最小值为 1.

(1)求 $m$ 的值及函数取最小值时 $x$ 的值;

(2)求函数 $f(x)$的最小正周期和单调递增区间.

14. 某同学用"五点法"画函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$在某一个周期内的图像时,列表并填入了部分数据,如下表:

| $\omega x+\varphi$ | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $\frac{\pi}{3}$ | | $\frac{5\pi}{6}$ | |
| $A\sin(\omega x+\varphi)$ | 0 | 5 | | $-5$ | 0 |

(1)请将上表数据补充完整,并直接写出函数 $f(x)$的解析式;

(2)将 $y=f(x)$图像上所有的点向左平移 $\theta(\theta>0)$个单位长度,得到 $y=g(x)$的图像,若 $y=g(x)$的图像的一个对称中心为点$\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$,求 $\theta$ 的最小值.

15. [2019·金华高一期末] 设函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$,其中 $\boldsymbol{a}=\left(2\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right),\cos 2x\right)$,$\boldsymbol{b}=\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right),-\sqrt{3}\right)$,$x\in\mathbf{R}$.

(1)求 $f(x)$的最小正周期和其图像的对称轴;

(2)求函数 $y=f(x)-2,x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$的值域.

# 课时训练（八）

## 【平面向量的基本概念、线性运算及坐标表示】

### 一、选择题

1. 下列说法正确的是　（　　）

A. 长度相等的向量叫作相等向量

B. 共线向量是在同一条直线上的向量

C. 零向量的长度等于 0

D. $\overrightarrow{AB}\parallel\overrightarrow{CD}$就是$\overrightarrow{AB}$所在的直线平行于$\overrightarrow{CD}$所在的直线

2. ［2019・金华高一期末］平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{a}$，如果 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，那么 $\boldsymbol{b}=$　（　　）

A. $(-2,-4)$　　B. $(-2,4)$

C. $(2,-4)$　　D. $(2,4)$

3. 如图 K8-1，已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$，那么下列结论正确的是　（　　）

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{c}$

D. $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$

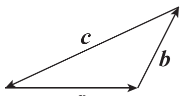



图 K8-1

4. ［2019・杭州高级中学高一期末］向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 在正方形网格中的位置如图 K8-2 所示，其中小正方形网格的边长为 1. 若向量 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 共线，则实数 $\lambda=$　（　　）

A. 2　　B. 1

C. $-1$　　D. $-2$

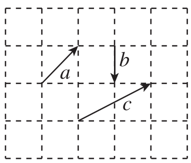



图 K8-2

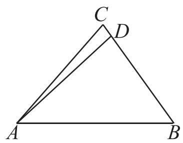



图 K8-3

5. ［2019・温州高一期末］如图 K8-3，在$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，若$\overrightarrow{BD}=7\overrightarrow{DC}$，则$\overrightarrow{AD}=$　（　　）

A. $\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$　　B. $\frac{1}{4}\boldsymbol{a}-\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$

C. $\frac{1}{8}\boldsymbol{a}+\frac{7}{8}\boldsymbol{b}$　　D. $\frac{1}{8}\boldsymbol{a}-\frac{7}{8}\boldsymbol{b}$

6. 在$\triangle ABO$ 中，$M$ 为边 $AB$ 的中点，若$\overrightarrow{OP}\parallel\overrightarrow{OM}$，且$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}(x\neq0)$，则$\frac{y}{x}=$　（　　）

A. 1　　B. 2

C. $-1$　　D. $\frac{1}{2}$

7. 若向量 $\boldsymbol{a}=(3,4)$，且存在唯一实数 $x,y$，使得 $\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2$，则 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 可以是　（　　）

A. $\boldsymbol{e}_1=(0,0),\boldsymbol{e}_2=(-1,2)$

B. $\boldsymbol{e}_1=(-1,3),\boldsymbol{e}_2=(2,-6)$

C. $\boldsymbol{e}_1=(-1,2),\boldsymbol{e}_2=(3,-1)$

D. $\boldsymbol{e}_1=\left(-\frac{1}{2},1\right),\boldsymbol{e}_2=(1,-2)$

8. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1),\boldsymbol{b}=(x,-2)$，若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 等于　（　　）

A. $(-2,-1)$　　B. $(2,1)$

C. $(3,-1)$　　D. $(-3,1)$

9. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2),\boldsymbol{b}=(1,0),\boldsymbol{c}=(3,4)$，若 $\lambda$ 为实数，且 $(\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{c}$，则 $\lambda=$　（　　）

A. 2　　B. 1

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

10. 设 $O$ 为$\triangle ABC$ 内一点，若$\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$，则 $S_{\triangle AOB}:S_{\triangle BOC}:S_{\triangle COA}=$　（　　）

A. $1:2:3$　　B. $2:3:1$

C. $3:1:2$　　D. $3:2:1$

11. ［2018・宁波六校高二期中］正三角形 $ABC$ 的边长为 2，点 $P$ 是$\triangle ABC$ 所在平面内一点，且满足 $BP=\frac{\sqrt{3}}{2}$，若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则 $\lambda+\mu$ 的最小值是　（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

C. 2　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

12. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 都是非零向量，若向量 $\boldsymbol{p}=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}+\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$，则　（　　）

A. $0\leqslant|\boldsymbol{p}|\leqslant\sqrt{2}$　　B. $0\leqslant|\boldsymbol{p}|\leqslant2$

C. $0<|\boldsymbol{p}|\leqslant\sqrt{2}$　　D. $0<|\boldsymbol{p}|\leqslant2$

### 二、填空题

13. 已知 $\boldsymbol{e}_1=(2,1),\boldsymbol{e}_2=(1,3),\boldsymbol{a}=(-1,2)$，若 $\boldsymbol{a}=\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2$，则实数对$(\lambda_1,\lambda_2)$为________.

14. ［2019・杭州高级中学高一期末］已知点 $A(1,1)$，$B(-1,2)$，若$\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$，则$|\overrightarrow{AB}|=$________，$C$ 点的坐标是________.

15. 已知 $\boldsymbol{a}$ 是以点 $A(3,-1)$为起点，且与向量 $\boldsymbol{b}=(-3,4)$平行的单位向量，则向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点坐标是____________.

16. 已知不共线的三个向量$\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$满足$\overrightarrow{OA}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$，则$\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|}=$________.

# 参考答案

## 课时训练（一）

1. D ［解析］因为集合 $A=\{x|x>3\}$，且 $\sqrt{10}>3$，所以 $\sqrt{10}\in A$．故选 D．
2. C ［解析］由集合 $P=\{-1,0,1,2\}$，$Q=\{-1,0,1\}$，可知集合 $Q$ 中的元素都在集合 $P$ 中，所以 $Q\subseteq P$．故选 C．
3. C ［解析］由题知 $M\cap \mathbf{N}=\{0,1\}$．
4. D ［解析］∵集合 $A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{x\in \mathbf{R}|0\leqslant x\leqslant 2\}$，∴$A\cap B=\{0,1,2\}$，∴$A\cap B$ 的子集个数为 $2^3=8$．故选 D．
5. D ［解析］对于集合 $M$，当 $n$ 为偶数时，设 $n=2k(k\in \mathbf{Z})$，则 $x=k+1(k\in \mathbf{Z})$；当 $n$ 为奇数时，设 $n=2k+1(k\in \mathbf{Z})$，则 $x=k+\frac{3}{2}(k\in \mathbf{Z})$，∴$N\subseteq M$，故选 D．
6. B ［解析］∵集合 $I=\{x\in \mathbf{Z}|-3<x<3\}=\{-2,-1,0,1,2\}$，$A=\{-2,0,1\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，∴$(\complement_I A)\cap B=\{-1,2\}\cap\{-1,0,1,2\}=\{-1,2\}$．故选 B．
7. D ［解析］∵集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\left\{(x,y)\middle| x\in A,y\in A,\frac{y}{x}\in A\right\}$，∴$B=\{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,4),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$，∴集合 $B$ 所含元素的个数为 10．故选 D．
8. B ［解析］集合 $A$ 可以为 $\{0\}$，$\{0,1\}$，$\{0,-1\}$，$\{0,1,-1\}$，共 4 个．
9. D ［解析］阴影部分对应的集合为 $\complement_U(A\cup B)$，由题意可知 $A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{x|x\geqslant 1\}$，所以 $A\cup B=\{x|x>-1\}$，所以 $\complement_U(A\cup B)=\{x|x\leqslant -1\}$．故选 D．
10. B ［解析］∵$U=\{0,1,4,9,16\}$，$A=\{1,4\}$，$B=\{4,9\}$，∴$\complement_U A=\{0,9,16\}$，$\complement_U B=\{0,1,16\}$，∴$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{0,1,9,16\}$．故选 B．
11. D ［解析］因为 $P\subseteq N$，所以 $\complement_U N\subseteq \complement_U P$，故 A 中结论正确；因为 $M\subseteq P$，所以 $\complement_N P\subseteq \complement_N M$，故 B 中结论正确；因为 $M\subseteq P$，所以 $(\complement_U P)\cap M=\varnothing$，故 C 中结论正确；因为 $M\subseteq N$，所以 $(\complement_U M)\cap N\neq\varnothing$，故 D 中结论不正确．故选 D．
12. C ［解析］∵$A\cap B=A$，∴$A\subseteq B$，因此 $a\geqslant 2$．
13. A ［解析］集合 $A$ 表示椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$ 上的点，集合 $B$ 表示指数函数 $y=3^x$ 的图像上的点，在同一平面直角坐标系中，画出椭圆和指数函数的图像(图略)，它们的图像有 2 个交点，故集合 $A\cap B$ 中有 2 个元素，所以其子集的个数为 $2^2=4$．
14. D ［解析］根据平行四边形、菱形和矩形的概念知，选项 D 中的式子不成立．
15. 8 $\{-1\}$ ［解析］$A=\{-1,0,2\}$ 的子集有 $\varnothing$，$\{-1\}$，$\{0\}$，$\{2\}$，$\{-1,0\}$，$\{-1,2\}$，$\{0,2\}$，$\{-1,0,2\}$，共 8 个．∵$B$ 中元素 $x$ 满足 $x\in A$，且 $2-x\notin A$，∴$B=\{-1\}$．
16. $-1$ ［解析］∵集合 $A=\left\{x,\frac{y}{x},1\right\}$，$B=\{x^2,x+y,0\}$，$A=B$，∴$\begin{cases}y=0,\\x^2=1,\\x\neq 1,\end{cases}$解得 $\begin{cases}x=-1,\\y=0,\end{cases}$则 $x^{2017}+y^{2018}=(-1)^{2017}+0^{2018}=-1$．
17. $(-\infty,3]$ ［解析］由题知，集合 $B=\{x|-1<x<5\}$，∵集合 $C=\{x|m+1<x<2m-1\}$，$B\cap C=C$，∴$C\subseteq B$．当 $C=\varnothing$ 时，$2m-1\leqslant m+1$，解得 $m\leqslant 2$；当 $C\neq\varnothing$ 时，由 $C\subseteq B$ 得 $\begin{cases}m+1<2m-1,\\m+1\geqslant -1,\\2m-1\leqslant 5,\end{cases}$ 解得 $2<m\leqslant 3$．综上所述，$m$ 的取值范围是 $(-\infty,3]$．

## 课时训练（二）

1. B ［解析］令 $x-3=1$，得 $x=4$，则 $f(1)=2\times 4^2-3\times 4+1=21$．
2. C ［解析］由于 $x^2\geqslant 0$，所以 $x^2+2\geqslant 2$，所以 $0<\frac{1}{x^2+2}\leqslant\frac{1}{2}$，故选 C．
3. A ［解析］根据题意得 $f(-1)=(-1)+2=1$，则 $f[f(-1)]=f(1)=-1+2=1$，故选 A．
4. D ［解析］对于 A，函数 $f(x)=x,x\in \mathbf{R}$ 与 $g(x)=(\sqrt{x})^2=x,x\geqslant 0$ 的定义域不同，所以不是相同的函数；对于 B，函数 $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}=x+2,x\neq 2$ 与 $g(x)=x+2,x\in \mathbf{R}$ 的定义域不同，所以不是相同的函数；对于 C，函数 $f(x)=1$ 与 $g(x)=x^0=1,x\neq 0$ 的定义域不同，所以不是相同的函数；对于 D，函数 $f(x)=|x|,x\in \mathbf{R}$ 与 $g(x)=\begin{cases}x(x\geqslant 0),\\-x(x<0)\end{cases}$ 的定义域相同，对应关系也相同，所以是相同的函数．故选 D．
5. D ［解析］要使函数有意义，只需 $x(x-1)\geqslant 0$ 且 $x\geqslant 0$，解得 $x=0$ 或 $x\geqslant 1$，∴该函数的定义域为 $\{x|x\geqslant 1\}\cup\{0\}$，故选 D．
6. A ［解析］∵$f(x)=3^x-\left(\frac{1}{3}\right)^x=3^x-3^{-x}$，$x\in \mathbf{R}$，∴$f(-x)=3^{-x}-3^x=-f(x)$，则函数 $f(x)$ 为奇函数，又函数 $y=3^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数，$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数，∴函数 $f(x)=3^x-\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数，故选 A．
7. B ［解析］由题意可得 $G(x)=F(f(x),g(x))=\begin{cases}x^2,x\geqslant 2\text{ 或 }x\leqslant -1,\\x+2,-1<x<2.\end{cases}$ 当 $x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant -1$ 时，$G(x)\geqslant 1$；当 $-1<x<2$ 时，$1<G(x)<4$．所以 $G(x)\geqslant 1$，且 $G(-1)=1$，所以 $G(x)$ 的最小值是 1．
8. A ［解析］由图可知 $x\neq\pm 1$，所以排除 B，C．易知当 $x\in(-1,1)$ 时，$f(x)=\frac{1}{x^2-1}<0$ 不满足题意，所以排除 D．故选 A．
9. A ［解析］设 $x<0$，则 $-x>0$，则此时 $f(-x)=x^2+2x=-f(x)$，∴当 $x<0$ 时，$f(x)=-x(x+2)$．故选 A．

10. A [解析] 设 $f(1)=t$,由题意知 $t\neq 0$,将 $x=1$ 代入 $f(x)f\left[f(x)+\frac{1}{x}\right]=\frac{1}{2}$,得 $f(1)f[f(1)+1]=\frac{1}{2}$,即 $f(t+1)=\frac{1}{2t}$,又该函数的定义域为 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$,∴ $t+1>\frac{1}{2}$,即 $t>-\frac{1}{2}$.令 $x=t+1$,代入 $f(x)f\left[f(x)+\frac{1}{x}\right]=\frac{1}{2}$,得 $f(t+1)f\left[f(t+1)+\frac{1}{t+1}\right]=\frac{1}{2}$,∴ $f\left(\frac{1}{2t}+\frac{1}{t+1}\right)=t=f(1)$.∵函数 $f(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上为单调函数,∴ $\frac{1}{2t}+\frac{1}{t+1}=1$,化简得 $2t^2-t-1=0$,解得 $t=1$ 或 $t=-\frac{1}{2}$,又 $t>-\frac{1}{2}$,∴ $t=1$,∴ $f(1)=1$.故选 A.

11. 2 $(-\infty,0)\cup(0,5]$ [解析] 由函数 $f(x)=\frac{\sqrt{5-x}}{x}$,得 $f(1)=\sqrt{4}=2$.由 $\begin{cases}5-x\geqslant 0,\\ x\neq 0,\end{cases}$ 得 $x\leqslant 5$ 且 $x\neq 0$,则函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,5]$.

12. $(-1,1)$ [解析] ∵ $f(x)$ 为定义在 $[1+a,1]$ 上的偶函数,∴ $1+a=-1$,解得 $a=-2$.又 $f(-x)=f(x)$,即 $ax^2-bx+2=ax^2+bx+2$,∴ $2bx=0$,解得 $b=0$,∴ $f(x)=-2x^2+2$.由 $f(x)>0$,得 $-2x^2+2>0$,解得 $-1<x<1$,∴ $f(x)>0$ 的解集为 $(-1,1)$.

13. $-2$ $a>1$ 或 $-1<a<0$ [解析] ∵ $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且当 $x>0$ 时,$f(x)=\log_2 x$,∴ $f(-4)=-f(4)=-\log_2 4=-2$,$f(0)=0$,∴ $f(-4)+f(0)=-2$.$f(a)>f(-a)$ 可转化为 $f(a)>0$,当 $a>0$ 时,$\log_2 a>0$,∴ $a>1$;当 $a<0$ 时,$f(a)=-f(-a)>0$,即 $f(-a)<0$,即 $\log_2(-a)<0$,∴ $-1<a<0$.综上所述,实数 $a$ 的取值范围为 $a>1$ 或 $-1<a<0$.

14. **解**:(1)∵ $f(0)=0$,∴ $f(x)=ax^2+bx$,

又 $f(x+2)-f(x)=4x$,

∴ $a(x+2)^2+b(x+2)-ax^2-bx=4ax+4a+2b=4x$,

∴ $\begin{cases}4a=4,\\ 4a+2b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\ b=-2,\end{cases}$ ∴ $f(x)=x^2-2x$.

(2) $g(x)=x^2-2x-2mx+2$ 的图像的对称轴方程为 $x=m+1$.

当 $m+1\leqslant 1$,即 $m\leqslant 0$ 时,所求最小值为 $g(1)=1-2m$;

当 $m+1>1$,即 $m>0$ 时,所求最小值为 $g(m+1)=-m^2-2m+1$.

15. **解**:(1)由 $f(1)=2$,得 $\frac{2a+1}{1}=2$,解得 $a=\frac{1}{2}$,则 $f(x)=\frac{x^2+1}{x}=x+\frac{1}{x}$,则 $y=f(x)-2x=\frac{1}{x}-x$.

设 $g(x)=\frac{1}{x}-x$,易得函数 $g(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2},2\right]$ 上为减函数,

且 $g\left(\frac{1}{2}\right)=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$,$g(2)=\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{2}$,

故 $y=f(x)-2x$ 在 $\left[\frac{1}{2},2\right]$ 上的取值范围为 $\left[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right]$.

(2) $f(x)=\frac{2ax^2+1}{x}=2ax+\frac{1}{x}$,当 $a\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 时,$f(x)$ 在 $(0,1]$ 上为减函数.证明如下:

设 $0<x_1<x_2\leqslant 1$,则 $f(x_1)-f(x_2)=\left(2ax_1+\frac{1}{x_1}\right)-\left(2ax_2+\frac{1}{x_2}\right)=(2ax_1x_2-1)\cdot\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}$,

又 $a\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 且 $0<x_1<x_2\leqslant 1$,

∴ $x_1-x_2<0$,$2ax_1x_2-1<0$,∴ $f(x_1)-f(x_2)>0$,

则函数 $f(x)$ 在 $(0,1]$ 上为减函数.

16. **解**:(1)设 $x>0$,则 $-x<0$,∴ $f(-x)=-x^2-4x-1$,

∵函数 $f(x)$ 为偶函数,

∴ $x\in(0,+\infty)$ 时,$f(x)=f(-x)=-x^2-4x-1$.

(2)由(1)得 $f(x)=\begin{cases}-x^2-4x-1,x>0,\\ -x^2+4x-1,x\leqslant 0,\end{cases}$

∴ $f(x)$ 在 $[-2,0]$ 上单调递增,在 $(0,3]$ 上单调递减,

∴ $f(x)_{\max}=f(0)=-1$,

$f(x)_{\min}=\min\{f(-2),f(3)\}=f(3)=-22$,

∴函数 $f(x)$ 在 $[-2,3]$ 上的最大值是 $-1$,最小值是 $-22$.

17. **解**:(1)由 $a=1$,得 $f(x)=x^2-4|x-1|+1=\begin{cases}x^2-4x+5,x\geqslant 1,\\ x^2+4x-3,x<1.\end{cases}$ 当 $x\geqslant 1$ 时,$x^2-4x+5\geqslant 1$;

当 $x<1$ 时,$x^2+4x-3\geqslant -7$,

∴ $a=1$ 时,函数 $f(x)$ 的值域是 $[-7,+\infty)$.

(2) $f(x)=x^2-4|x-a|+a=\begin{cases}x^2-4x+5a,x\geqslant a,\\ x^2+4x-3a,x<a.\end{cases}$

当 $a\geqslant 2$ 时,函数 $f(x)$ 在 $(1,4]$ 上单调递增;当 $1<a<2$ 时,函数 $f(x)$ 在 $(1,a]$,$(2,4]$ 上单调递增,在 $(a,2]$ 上单调递减;当 $0\leqslant a\leqslant 1$ 时,函数 $f(x)$ 在 $(1,2]$ 上单调递减,在 $(2,4]$ 上单调递增.∴ $0\leqslant a<2$.

(3) $f(x)=x^2-4|x-a|+a=\begin{cases}x^2-4x+5a,x\geqslant a,\\ x^2+4x-3a,x<a,\end{cases}$ 记 $f_1(x)=x^2-4x+5a$,$f_2(x)=x^2+4x-3a$,易知函数 $f_1(x)$ 的图像的对称轴为直线 $x=2$,函数 $f_2(x)$ 的图像的对称轴为直线 $x=-2$.当 $t\geqslant f_1(2)=5a-4$ 时,方程 $x^2-4x+5a=t$ 的根为 $\alpha_1=2+\sqrt{4-5a+t}$,$\alpha_2=2-\sqrt{4-5a+t}$;当 $t\geqslant f_2(-2)=-3a-4$ 时,方程 $x^2+4x-3a=t$ 的根为 $\beta_1=-2+\sqrt{4+3a+t}$,$\beta_2=-2-\sqrt{4+3a+t}$.∵ $x_1\leqslant a<x_2$,∴ $t\geqslant 5a-4$.

①当 $0\leqslant a<2$ 时,若 $t>f(a)=a^2+a$,

则 $x_1+x_2=\alpha_1+\beta_2=2+\sqrt{4-5a+t}-2-\sqrt{4+3a+t}=\sqrt{4-5a+t}-\sqrt{4+3a+t}=\frac{-8a}{\sqrt{4-5a+t}+\sqrt{4+3a+t}}\leqslant 0$.

若 $5a-4\leqslant t\leqslant a^2+a$,则 $x_1+x_2\leqslant\alpha_1+\beta_1=2+\sqrt{4-5a+t}-2+\sqrt{4+3a+t}=\sqrt{4-5a+t}+\sqrt{4+3a+t}\leqslant\sqrt{4-5a+a^2+a}+\sqrt{4+3a+a^2+a}=|a-2|+|a+2|=4$.

②当 $a\geqslant 2$ 时,

$x_1+x_2=\alpha_1+\beta_2=2+\sqrt{4-5a+t}-2-\sqrt{4+3a+t}=\frac{-8a}{\sqrt{4-5a+t}+\sqrt{4+3a+t}}<0$.

综上所述,$x_1+x_2$ 的最大值为 4.

## 课时训练(三)

1. D [解析] 由 $3^a=4$,可得 $a=\log_3 4$,则 $\frac{a}{2}=\log_3 2$,则 $\log_2 3=\frac{2}{a}$.故选 D.

2. D [解析] 设幂函数 $f(x)=x^\alpha$,$\alpha\in\mathbf{R}$,∵ $f(x)$ 的图像过点 $(27,3)$,∴ $27^\alpha=3$,解得 $\alpha=\frac{1}{3}$,∴ $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$,∴ $f(8)=8^{\frac{1}{3}}=2$.故选 D.

3. D [解析] 对于指数函数 $y=m^x$,当 $m>1$ 时,函数是增函数;当

$0<m<1$ 时，函数是减函数. 故由函数的图像可知 $0<a<1, b>1$. 故选 D.

4. B ［解析］对于 A，$y=\frac{1}{x}$ 为定义域上的奇函数，不满足题意；对于 B，$y=|x|-1$ 是定义域上的偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，满足题意；对于 C，$y=\lg x$ 是非奇非偶函数，不满足题意；对于 D，$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$ 是定义域上的偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，不满足题意. 故选 B.

5. D ［解析］由于 $a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=9$，$c=\log_{\frac{1}{2}}2=-1$，所以 $a,b,c$ 的大小关系是 $b>a>c$，故选 D.

6. C ［解析］$\because \lg x=\lg a+3\lg b-5\lg c=\lg a+\lg b^3-\lg c^5=\lg\frac{ab^3}{c^5}$，$\therefore x=\frac{ab^3}{c^5}$. 故选 C.

7. C ［解析］由函数 $f(x)$ 的图像可知，$-1<b<0, a>1$，则 $g(x)=a^x+b$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数，且 $g(0)=1+b>0$. 故选 C.

8. A ［解析］$y=\ln t$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数，根据复合函数的单调性知，该题转化为求函数 $t=x^2+2x-3(t>0)$ 的单调递减区间，易知当 $x\in(-\infty,-3)$ 时，函数 $t=x^2+2x-3(t>0)$ 是减函数. 故选 A.

9. A ［解析］易知只有函数 $y=\log_2 x$ 在 $(0,1)$ 上满足题意，故选 A.

10. B ［解析］$\because f(x)=|\ln x|$，$f(a)=f(b)$，$0<a<b$，$\therefore 0<a<1$，$b>1$，$\therefore -\ln a=\ln b$，即 $b=\frac{1}{a}$，$\therefore a+2b=\frac{1}{b}+2b$. 易知函数 $y=\frac{1}{b}+2b$ 在 $(1,+\infty)$ 上为增函数，$\therefore \frac{1}{b}+2b>3$. 故选 B.

11. $(1,+\infty)$　$\mathbf{R}$ ［解析］由 $x-1>0$，得 $x>1$，$\therefore$ 函数 $y=\ln(x-1)$ 的定义域为 $(1,+\infty)$. 令 $t=x-1$，则函数 $y=\ln(x-1)$ 化为 $y=\ln t$，$\because t$ 可以取到大于 0 的所有实数，$\therefore$ 函数 $y=\ln(x-1)$ 的值域为 $\mathbf{R}$.

12. $(0,2)$　2 ［解析］因为 $f(0)=2$，所以函数 $f(x)=a^x+1(a>0, a\neq1)$ 的图像恒过点 $(0,2)$. 因为函数 $g(x)=\log_b x(b>0, b\neq1)$ 的图像经过点 $(4,2)$，所以 $g(4)=\log_b 4=2$，解得 $b=2$.

13. $\left[-\frac{9}{4},10\right]$ ［解析］$f(x)=(\log_3 x-1)(2+\log_3 x)=(\log_3 x)^2+\log_3 x-2=\left(\log_3 x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$. $\because \frac{1}{3}\leqslant x\leqslant 27$，$\therefore -1\leqslant\log_3 x\leqslant 3$. 当 $\log_3 x=-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 取得最小值 $-\frac{9}{4}$，当 $\log_3 x=3$ 时，$f(x)$ 取得最大值 10，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的值域为 $\left[-\frac{9}{4},10\right]$.

14. **解**：(1) 原式 $=\left(\frac{25}{9}\right)^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{0.1^2}+\left(\frac{64}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}-3+\frac{37}{48}=\frac{5}{3}+100+\frac{9}{16}-3+\frac{37}{48}=100$.

(2) 原式 $=\log_3 3^8+\log_2 4+\frac{1}{\log_3 4}\times\log_3 4^3=8+2+3=13$.

15. **解**：(1) 由 $\frac{2-x}{2+x}>0$ 得 $-2<x<2$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-2,2)$.

又 $\because f(-x)=\lg\frac{2+x}{2-x}=-\lg\frac{2-x}{2+x}=-f(x)$，$\therefore f(x)$ 是奇函数.

(2) 假设存在满足题意的实数 $k$，

令 $t=\frac{2-x}{2+x}=\frac{4-(2+x)}{2+x}=\frac{4}{2+x}-1$，$x\in(-2,2)$，

则函数 $t=\frac{4}{2+x}-1$ 在 $(-2,2)$ 上单调递减，又函数 $y=\lg x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $(-2,2)$ 上单调递减.

由不等式 $f(k-x^2)+f(2k-x^4)\geqslant0$ 得 $f(k-x^2)\geqslant -f(2k-x^4)$，即 $f(k-x^2)\geqslant f(x^4-2k)$，则 $-2<k-x^2\leqslant x^4-2k<2$，

由题意知 $-2<k-x^2\leqslant x^4-2k<2$ 对一切 $x\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$ 恒成立，即不等式组 $\begin{cases}k>x^2-2,\\ k>\frac{1}{2}x^4-1,\\ k\leqslant\frac{1}{3}(x^4+x^2)\end{cases}$ 对一切 $x\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$ 恒成立，

即 $\begin{cases}k>0,\\ k>1,\\ k\leqslant0\end{cases}$ 恒成立，无解. 故满足条件的实数 $k$ 不存在.

16. **解**：(1) $\because$ 函数 $f(x)=e^x+ae^{-x}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，

$\therefore f(-1)=f(1)$，即 $\frac{1}{e}+ae=e+\frac{a}{e}$，解得 $a=1$.

经验证 $a=1$ 满足条件.

(2) 由 (1) 得 $g(x)=f(2x)+2f(x)-6=e^{2x}+e^{-2x}+2(e^x+e^{-x})-6=(e^x+e^{-x})^2+2(e^x+e^{-x})-8$，

令 $t=e^x+e^{-x}$，则 $t\geqslant2$，当且仅当 $x=0$ 时取等号，

则 $g(t)=t^2+2t-8=(t+4)(t-2)$，令 $g(t)=0$，得 $t=2$ 或 $t=-4$（舍去），当 $t=2$ 时，$x=0$，

$\therefore$ 函数 $g(x)=f(2x)+2f(x)-6$ 的零点为 0.

## 课时训练（四）

1. B ［解析］$\because$ 函数 $y=\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，函数 $y=2x-6$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，$\therefore$ 函数 $y=\ln x+2x-6$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增. 当 $x=2$ 时，$y=\ln 2-2<0$，当 $x=3$ 时，$y=\ln 3>0$，根据零点存在性定理可知，函数 $y=\ln x+2x-6$ 的零点存在于区间 $(2,3)$ 上. 故选 B.

2. C ［解析］函数 $f(x)$ 没有零点，故方程 $x^2+2x+a=0$ 的判别式 $\Delta=4-4a<0$，解得 $a>1$，故选 C.

3. D ［解析］由已知得 $f(0)=-1<0$，$f(1)=1>0$，又函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数，所以函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上的零点个数是 1.

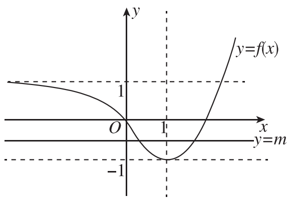
4. C ［解析］因为函数 $y=\sqrt{x}$ 的图像与函数 $y=2^x-2$ 的图像只有 1 个交点，所以 $f(x)$ 只有 1 个零点，又 $f(0)=1$，$f(1)=1$，$f\left(\frac{3}{2}\right)=\sqrt{\frac{3}{2}}-2^{\frac{3}{2}}+2=\frac{4+\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{2}>0$，$f(2)=\sqrt{2}-4+2<0$，根据零点存在性定理可知，$m$ 在区间 $\left[\frac{3}{2},2\right]$ 上，故选 C.

5. A ［解析］由 $y=ax^2+bx+c(a<0)$，得二次函数的图像开口向下，又两个零点 $x_1<0, x_2>0$，$\therefore f(0)>0$，即 $c>0$，又 $x_1+x_2>0$，$\therefore$ 图像的对称轴在 $y$ 轴右侧，即 $-\frac{b}{2a}>0$，$\because a<0$，$\therefore b>0$. 故选 A.

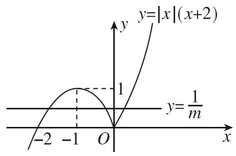
6. D ［解析］由题意可得 $f(1)\cdot f(2)<0$，则 $f(x)$ 在 $(1,2)$ 上必有零点，又 $(1,2)\subset[1,3]$，$\therefore f(x)$ 在 $[1,3]$ 上必有零点. $f(2)\cdot f(3)<0$，则 $f(x)$ 在 $(2,3)$ 上必有零点，又 $(2,3)\subset[2,5)$，$\therefore f(x)$ 在 $[2,5]$ 上必有零点. $f(3)\cdot f(5)=0$，则 $f(x)$ 在 $(3,5)$ 上不一定存在零点. 故选 D.

7. A ［解析］$f(x)=x^2-2x=(x-1)^2-1$，$x>0$，画出函数 $y=f(x)$ 与 $y=m$ 的图像，如图所示，$\because$ 函数 $y=f(x)-m$ 有 2 个不同的零点，$\therefore$ 函数 $y=f(x)$ 的图像与 $y=m$ 的图像有 2 个交点，由图

像可得 $m$ 的取值范围为$(-1,1)$. 故选 A.




8. A [解析] 令 $f(x)=0$,则有$\frac{1}{x+2}=m|x|$,则$\frac{1}{m}=|x|(x+2)$,$0<\frac{1}{m}<1$. 作出函数 $y=|x|(x+2)$和 $y=\frac{1}{m}$的图像,如图所示. 由图可知,函数 $y=|x|(x+2)$的图像与 $y=\frac{1}{m}$的图像有 3 个交点,即 $f(x)$有 3 个零点,故选 A.

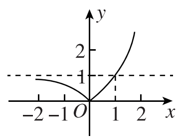



9. D [解析] 因为 $f(x)$是定义在 **R** 上的偶函数,且周期为 3,$f(2)=0$,所以 $f(-1)=0$,$f(1)=0$,$f(5)=f(2)=0$,$f(4)=f(1)=0$,所以函数 $y=f(x)$在区间$(0,6)$上至少有 4 个零点. 故选 D.

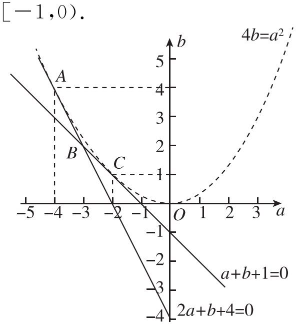
10. $0,-\frac{1}{2}$ [解析] 由题意知,$f(2)=0$,即 $b=-2a$,$\therefore g(x)=-2ax^2-ax=-ax(2x+1)$,令 $g(x)=0$,得 $x=0$ 或$-\frac{1}{2}$.

11. 27 $10<m<30$ [解析] 设幂函数 $f(x)=x^\alpha$,把$(2,8)$代入函数的解析式可得 $2^\alpha=8$,解得 $\alpha=3$,故函数 $f(x)=x^3$,则 $f(3)=27$. $g(x)=f(x)+x-m=x^3+x-m$,因为 $g(x)$在 **R** 上单调递增,所以函数 $g(x)$在$(2,3)$上有零点只需$\begin{cases}g(2)=10-m<0,\\g(3)=30-m>0,\end{cases}$解得 $10<m<30$.

12. $b=0$ 或 $b\geqslant1$ [解析] 令 $f(x)=|2^x-1|-b=0$,则 $b=|2^x-1|$,作出函数 $y=|2^x-1|$的图像,如图所示,若其与直线 $y=b$ 只有一个交点,则 $b$ 的取值范围是 $b=0$ 或 $b\geqslant1$.




13. **解**:由 $f(x)=x^2+ax+b(a,b\in\mathbf{R})$在区间$[1,2]$上有两个不同的零点,得$\begin{cases}f(1)\geqslant0,\\f(2)\geqslant0,\\a^2-4b>0,\\1<-\frac{a}{2}<2,\end{cases}$ 即$\begin{cases}a+b+1\geqslant0,\\2a+b+4\geqslant0,\\a^2>4b,\\-4<a<-2,\end{cases}$则$(a,b)$满足的可行域如图中点 $A,B,C$ 所围成的平面区域所示,设目标函数 $z=a+b$,由图可知,当直线 $a+b-z=0$ 过点 $B$ 时,$z$ 取最小值$-1$,当直线 $a+b-z=0$ 过点 $A$ 时,$z$ 的最大值趋近 0,故$-1\leqslant z<0$,即 $a+b$ 的取值范围是$[-1,0)$.




14. **解**:(1)由题意可知 $2^x-1\geqslant0$,解得 $x\geqslant0$,$\therefore$函数 $f(x)$的定义域为$[0,+\infty)$.

$f(x)=\sqrt{2^x-1}+1\geqslant1$,$\therefore$函数 $f(x)$的值域为$[1,+\infty)$.

(2)$\because f(x)=\sqrt{2^x-1}+1$,$\therefore y=2^x-m(\sqrt{2^x-1}+1)$①,

令 $t=\sqrt{2^x-1}+1(t\geqslant1)$,可得 $2^x=1+(t-1)^2=t^2-2t+2$,

$\therefore$函数①转化为 $y=t^2-(m+2)t+2(t\geqslant1)$,

记 $h(t)=t^2-(m+2)t+2(t\geqslant1)$,$\because f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增,$\therefore$要使得函数 $y=2^x-mf(x)$有两个零点,

即方程 $t^2-(m+2)t+2=0$ 在$[1,+\infty)$上有两个根,

$\therefore\begin{cases}h(1)\geqslant0,\\\frac{m+2}{2}>1,\\(m+2)^2-8>0,\end{cases}$ 解得 $2\sqrt{2}-2<m\leqslant1$.

故 $m$ 的取值范围为$(2\sqrt{2}-2,1]$.

15. **解**:(1)依题意得$\begin{cases}a\leqslant1,\\a\leqslant0,\\1-a\geqslant2+a,\end{cases}$ 解得 $a\leqslant-\frac{1}{2}$.

故 $a$ 的取值范围为$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]$.

(2)令 $g(x)=f(x)-(x-2a)=\begin{cases}x^2-(2a+1)x+3a,x\in[1,+\infty),\\x+\frac{a}{x}+2a,x\in(0,1),\end{cases}$

要使函数 $f(x)\geqslant x-2a$ 恒成立,则 $g(x)\geqslant0$ 恒成立,

则 $g(1)\geqslant0$ 成立,即 $a\geqslant0$.

当 $a=0$ 时,$g(x)=\begin{cases}x^2-x,x\in[1,+\infty),\\x,x\in(0,1)\end{cases}$符合题意.

当 $0<a\leqslant\frac{1}{2}$时,$g(x)$在$(0,\sqrt{a})$上单调递减,在$(\sqrt{a},1)$上单调递增,在$(1,+\infty)$上单调递增,则 $g(\sqrt{a})\geqslant0$,故 $0<a\leqslant\frac{1}{2}$.

当$\frac{1}{2}<a<1$ 时,$g(x)$在$(0,\sqrt{a})$上单调递减,在$(\sqrt{a},1)$上单调递增,在$\left(1,a+\frac{1}{2}\right)$上单调递减,在$\left(a+\frac{1}{2},+\infty\right)$上单调递增,

则$\begin{cases}g(\sqrt{a})\geqslant0,\\g\left(a+\frac{1}{2}\right)\geqslant0,\end{cases}$解得 $1-\frac{\sqrt{3}}{2}\leqslant a\leqslant1+\frac{\sqrt{3}}{2}$,

又$\frac{1}{2}<a<1$,$\therefore\frac{1}{2}<a<1$.

当 $a\geqslant1$ 时,$g(x)$在$(0,1)$上单调递减,在$\left(1,a+\frac{1}{2}\right)$上单调递减,在$\left(a+\frac{1}{2},+\infty\right)$上单调递增,

则$\begin{cases}1+3a\geqslant0,\\g\left(a+\frac{1}{2}\right)\geqslant0,\end{cases}$解得 $1-\frac{\sqrt{3}}{2}\leqslant a\leqslant1+\frac{\sqrt{3}}{2}$,

又 $a\geqslant1$,$\therefore1\leqslant a\leqslant1+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

综上 $0\leqslant a\leqslant1+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

## 课时训练(五)

1. C [解析] 直接从图中看,C,D 都满足,但心率过速患者的初始心率应大于 100,故选 C.

2. B [解析] A 选项,竖直向上发射的信号弹,从发射到落回地面,

信号弹的高度与时间的关系是二次函数关系；B选项，我国人口年自然增长率为1%，这样我国人口总数随年份的变化关系是指数型函数关系；C选项，如果某人 $t$ s内骑车行进了1 km，那么此人骑车的平均速度 $v$ 与时间 $t$ 的关系是反比例函数关系；D选项，邮件的邮资与其重量间的关系是正比例函数关系或分段函数关系. 故选B.

3. C ［解析］对于C，当 $x=1$ 时，$y=100$；当 $x=2$ 时，$y=200$；当 $x=3$ 时，$y=400$；当 $x=4$ 时，$y=800$，与第4个月销售台数790比较接近. 故选C.

4. C ［解析］当 $x=1$ 时，由 $y=a\log_3(1+2)=3000$，解得 $a=3000$. 2020年即第7年，将 $x=7$ 代入，可得 $y=3000\log_3(7+2)=6000$. 故选C.

5. A ［解析］将 $x=1$，$y=100$ 代入 $y=a\log_2(x+1)$ 得，$100=a\log_2(1+1)$，解得 $a=100$，所以当 $x=7$ 时，$y=100\log_2(7+1)=300$，即第7年该动物的数量约为300只.

6. D ［解析］设平均每次降价的百分比为 $x\%$，由题得 $5000\times(1-x\%)^3=2560$，解得 $x=20$. 故选D.

7. A ［解析］依题意，当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，$S_{\triangle APM}=\frac{1}{2}\times1\times x=\frac{1}{2}x$；当 $1<x\leqslant 2$ 时，$S_{\triangle APM}=S_{梯形ABCM}-S_{\triangle ABP}-S_{\triangle PCM}=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times1-\frac{1}{2}\times1\times(x-1)-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times(2-x)=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$；当 $2<x\leqslant\frac{5}{2}$ 时，$S_{\triangle APM}=S_{梯形ABCM}-S_{梯形ABCP}=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times1-\frac{1}{2}\times(1+x-2)\times1=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{4}$. $\therefore y=\begin{cases}\frac{1}{2}x(0\leqslant x\leqslant1),\\-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}(1<x\leqslant2),\\-\frac{1}{2}x+\frac{5}{4}\left(2<x\leqslant\frac{5}{2}\right).\end{cases}$ 再结合题图知应选A.

8. B ［解析］每次清洗后存留的污垢为原来的 $\frac{1}{4}$，设清洗的次数为 $x$，由题得 $\left(\frac{1}{4}\right)^x\leqslant1\%$，两边取对数，得 $-2x\lg 2\leqslant-2$，即 $x\geqslant\frac{1}{\lg 2}\approx\frac{1}{0.301\ 0}\approx3.3$. 故选B.

9. 35 ［解析］$Q=0.002\ 5v^2-0.175v+4.27=0.002\ 5(v^2-70v)+4.27=0.002\ 5[(v-35)^2-35^2]+4.27=0.002\ 5(v-35)^2+1.207\ 5$. 故当 $v=35$ 时，$Q$ 最小，即车速为35 km/h时，汽车的耗油量最少.

10. $y=\begin{cases}2x,0\leqslant x\leqslant2,\\-\frac{1}{2}(x-4)^2+6,2<x\leqslant4\end{cases}$ ［解析］易知 $0\leqslant x\leqslant4$，当 $0\leqslant x\leqslant2$ 时，$y=2x$；当 $2<x\leqslant4$ 时，$y=6-\frac{1}{2}(4-x)^2$.

故 $y=\begin{cases}2x,0\leqslant x\leqslant2,\\-\frac{1}{2}(x-4)^2+6,2<x\leqslant4.\end{cases}$

11. 4 ［解析］当 $0\leqslant x\leqslant1$ 时，$-2\leqslant x-2\leqslant-1$，则 $5^{-2}\leqslant5^{x-2}\leqslant5^{-1}$，即 $0.04\leqslant5^{x-2}\leqslant0.2$，不满足 $f(x)\leqslant0.02$，所以 $x>1$. 由 $\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x\leqslant0.02$，得 $\frac{1}{3^{x-1}}\leqslant\frac{1}{10}$，解得 $x\geqslant\log_3 30$. 又 $3<\log_3 30<4$，所以此驾驶员至少要过4 h后才能开车.

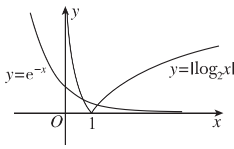
## A+微专题1

**角度1**

1. B ［解析］由题得 $\begin{cases}a<0,\\-\frac{a}{2}\geqslant1,\\\frac{a}{1}\geqslant-1-a-5,\end{cases}$ 解得 $-3\leqslant a\leqslant-2$. 故选B.

2. B ［解析］$\because$ 函数 $f(x)$ 的图像过原点，$\therefore f(0)=\frac{b}{c}=0$，$\therefore b=0$，由题知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，则 $c>0$，又 $f(1)=1$，即 $f(1)=\frac{a}{1+c}=1$，$\therefore a=1+c>c$，$\therefore a>c>b$. 故选B.

3. B ［解析］令 $f(x)=0$，得 $e^{-x}=|\log_2 x|$，在同一平面直角坐标系中作出函数 $y=e^{-x}$ 与 $y=|\log_2 x|$ 的图像，如图所示. 设两个交点的坐标分别为 $(x_1,y_1)$，$(x_2,y_2)$（不妨设 $x_1<x_2$），结合图像可知，$0<x_1<1<x_2<2$，则有 $e^{-x_1}=-\log_2 x_1$ ①，$e^{-x_2}=\log_2 x_2$ ②，②－①可得 $\log_2 x_2+\log_2 x_1=e^{-x_2}-e^{-x_1}<0$，即 $\log_2 x_1x_2<0$，则 $0<x_1x_2<1$，即 $m\in(0,1)$. 故选B.




4. $m<-1$ ［解析］由 $f(mx)+mf(x)<0$ 得 $mx-\frac{1}{mx}+mx-\frac{m}{x}<0$，整理得 $2mx<\left(m+\frac{1}{m}\right)\frac{1}{x}$，又 $x\geqslant1$，所以 $2mx^2<m+\frac{1}{m}$ 恒成立，易知 $m\neq0$.

①当 $m>0$ 时，$2x^2<1+\frac{1}{m^2}$，因为 $y=2x^2$ 在 $[1,+\infty)$ 上无最大值，所以此时不合题意；

②当 $m<0$ 时，$2x^2>1+\frac{1}{m^2}$，因为 $y=2x^2$ 在 $[1,+\infty)$ 上的最小值为2，所以 $1+\frac{1}{m^2}<2$，即 $m^2>1$，解得 $m<-1$ 或 $m>1$（舍去）. 综上，$m<-1$.

5. 解：(1) $\because f(x)=(x-a)^2+5-a^2(a>1)$，

$\therefore f(x)$ 在 $[1,a]$ 上是减函数，

又 $f(x)$ 的定义域和值域均为 $[1,a]$，$\therefore\begin{cases}f(1)=a,\\f(a)=1,\end{cases}$

即 $\begin{cases}1-2a+5=a,\\a^2-2a^2+5=1,\end{cases}$ 解得 $a=2$.

(2)若 $a\geqslant2$，则 $f(x)_{\max}=f(1)=6-2a$；

若 $1<a<2$，则 $f(x)_{\max}=f(a+1)=6-a^2$.

6. 解：(1)若函数 $f(x)=\log_2\frac{3+ax}{3-x}(a\in\mathbf{R})$ 为奇函数，则对于定义域内任意 $x$，都有 $f(-x)=\log_2\frac{3-ax}{3+x}=-\log_2\frac{3+ax}{3-x}=-f(x)$，

整理得 $a^2=1$，当 $a=-1$ 时，$f(x)$ 的函数值恒为零，所以 $a=1$.

(2)由(1)得 $f(x)=\log_2\frac{3+x}{3-x}$.

令 $t=\frac{3+x}{3-x}=-\frac{6}{x-3}-1$，该函数在 $x\in[1,3)$ 时为增函数，

所以 $f(x)=\log_2\frac{3+x}{3-x}$ 在 $[1,3)$ 上为增函数，

故 $f(x)_{\min}=f(1)=\log_2 2=1$，所以 $t\leqslant1$.

7. **解**:(1)令 $2^x=t$,∵$x\in[-2,2]$,∴$t\in\left[\frac{1}{4},4\right]$,

原函数可化为 $g(t)=\frac{1}{4}t^2-t+5=\frac{1}{4}(t-2)^2+4,t\in\left[\frac{1}{4},4\right]$,

∴$g(t)\in[4,5]$,即 $f(x)$的值域为$[4,5]$.

(2)由 $f(x)>3m^2+am+2$ 对任意 $a\in[-1,1]$都成立,

得 $3m^2+am+2<4$ 对任意 $a\in[-1,1]$都成立,

∴$3m^2+am-2<0$ 对任意 $a\in[-1,1]$都成立,

令 $h(a)=ma+3m^2-2,a\in[-1,1]$,

则$\begin{cases}h(1)=3m^2+m-2<0,\\h(-1)=3m^2-m-2<0,\end{cases}$解得$-\frac{2}{3}<m<\frac{2}{3}$.

**角度 2**

1. A [解析] $f(x)=\left|\frac{-tx-2t+4}{x+2}\right|=\left|-t+\frac{4}{x+2}\right|$,令$\frac{4}{x+2}=m$,则$|m-t|_{\max}=2$,因为 $x\in[-1,2]$,所以 $m\in[1,4]$,所以 $t=2$ 或 $t=3$.

2. 1 [解析] 令 $t=\sin x(-1\leqslant t\leqslant1)$,可得 $y=|t^2-4t-a|=|(t-2)^2-4-a|$.令 $f(t)=(t-2)^2-4-a(-1\leqslant t\leqslant1)$,可得 $f(t)$在$[-1,1]$上单调递减,则 $f(t)$的最大值为 $f(-1)=5-a$,最小值为 $f(1)=-3-a$.若$-3-a\geqslant0$,即 $a\leqslant-3$,则由题意可得 $5-a=4$,解得 $a=1$,不成立.若$-3-a<0$,即 $a>-3$,当 $5-a>0$,即 $a<5$ 时,由题意可得 $a+3=4$ 或 $5-a=4$,解得 $a=1$,成立;当 $5-a\leqslant0$,即 $a\geqslant5$ 时,由题意可得 $a+3=4$,解得 $a=1$,不成立.综上可得 $a=1$.

3. 2 [解析] ∵$a>0$,∴$-\frac{a}{2}<0<1$,则 $f(x)=|x-1|+|2x+a|=\begin{cases}3x+a-1,x\geqslant1,\\x+a+1,-\frac{a}{2}<x<1,\\-3x-a+1,x\leqslant-\frac{a}{2},\end{cases}$易知函数 $f(x)$在$\left(-\infty,-\frac{a}{2}\right]$上单调递减,在$\left[-\frac{a}{2},+\infty\right)$上单调递增,∴$f(x)_{\min}=f\left(-\frac{a}{2}\right)=\frac{a+2}{2}$,∵$f(x)\geqslant2$ 恒成立,∴$\frac{a+2}{2}\geqslant2$,解得 $a\geqslant2$,故 $a$ 的最小值为 2.

4. **解**:(1)$f(x)=|x-3|+|x+2|+k\geqslant3$,

则 $k\geqslant3-(|x-3|+|x+2|)$,

而$|x-3|+|x+2|\geqslant|x-3-x-2|=5$,

所以 $3-(|x-3|+|x+2|)\leqslant3-5=-2$,故 $k\geqslant-2$.

(2)当 $k=1$ 时,不等式 $f(x)<3x$ 可化为$|x-3|+|x+2|+1-3x<0$.

当 $x\leqslant-2$ 时,$-x+3-x-2+1-3x<0$,即$-5x+2<0$,解得 $x>\frac{2}{5}$,不成立;

当$-2<x<3$ 时,$-x+3+x+2+1-3x<0$,即$-3x+6<0$,解得 $x>2$,故 $2<x<3$;

当 $x\geqslant3$ 时,$x-3+x+2+1-3x<0$,即$-x<0$,解得 $x>0$,故 $x\geqslant3$.

综上所述,原不等式的解集为$(2,+\infty)$.

5. **解**:(1)$f(x)=\begin{cases}x-a-1,x\geqslant a,\\-x+a-1,x<a.\end{cases}$

当 $a\geqslant0$ 时,$f(x)_{\max}=f(-1)=3$,∴$a=3$.

当 $a<0$ 时,$f(x)_{\max}=f(1)=3$,∴$a=-3$.

综上,$a=3$ 或 $a=-3$.

(2)$g(x)=x|x-a|-x+a-m$,$g(x)$有三个零点⇔$g(x)=0$ 有三个不同实根⇔函数 $y=x|x-a|-x+a$ 的图像与直线 $y=m$ 有三个不同交点.

令 $h(x)=x|x-a|-x+a$,则 $h(x)=\begin{cases}x^2-ax-x+a,x\geqslant a,\\-x^2+ax-x+a,x<a,\end{cases}$

即 $h(x)=\begin{cases}(x-1)(x-a),x\geqslant a,\\-(x+1)(x-a),x<a.\end{cases}$

①当 $1\leqslant a\leqslant2$ 时,$h(x)$在$\left(-\infty,\frac{a-1}{2}\right)$上单调递增,在$\left(\frac{a-1}{2},a\right)$上单调递减,在$(a,+\infty)$上单调递增,

∴$h(a)<m<h\left(\frac{a-1}{2}\right)$,即 $0<m<\frac{(a+1)^2}{4}$,

∵$a\in[1,2]$,∴$0<m<\frac{9}{4}$.

②当$-1<a<1$ 时,$h(x)$在$\left(-\infty,\frac{a-1}{2}\right)$上单调递增,在$\left(\frac{a-1}{2},\frac{a+1}{2}\right)$上单调递减,在$\left(\frac{a+1}{2},+\infty\right)$上单调递增,

∴$h\left(\frac{a+1}{2}\right)<m<h\left(\frac{a-1}{2}\right)$,即$-\frac{(a-1)^2}{4}<m<\frac{(a+1)^2}{4}$,

∵$a\in(-1,1)$,∴$-1<m<1$.

综上,$-1<m<\frac{9}{4}$.

6. **解**:(1)由 $f(x)=kx+3$,得$|x^2-1|+x^2-3=0$.

当 $x\in(0,1]$时,方程即为 $1-x^2+x^2-3=0$,无解;

当 $x\in(1,2)$时,方程即为 $x^2-1+x^2-3=0$,解得 $x=\sqrt{2}$(负值舍去).

综上,方程 $f(x)=kx+3$ 的解为 $x=\sqrt{2}$.

(2)$f(x)=\begin{cases}1+kx,0<x\leqslant1,\\2x^2+kx-1,1<x<2.\end{cases}$

由 $f(x)$在$(0,2)$上单调递减,可得$\begin{cases}k<0,\\-\frac{k}{4}\geqslant2,\end{cases}$

解得 $k\leqslant-8$,所以实数 $k$ 的取值范围是$(-\infty,-8]$.

(3)当 $0<x\leqslant1$ 时,$f(x)=0$ 可化为 $kx=-1$①,

当 $1<x<2$ 时,$f(x)=0$ 可化为 $2x^2+kx-1=0$②.

若 $k=0$,则①无解,②的解为 $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\notin(1,2)$,故 $k=0$ 不符合题意.

若 $k\neq0$,则①的解为 $x=-\frac{1}{k}$.

(i)当$-\frac{1}{k}\in(0,1]$,即 $k\leqslant-1$ 时,②中 $\Delta=k^2+8>0$,

则②中方程的一个根在$(1,2)$内,另一个根不在$(1,2)$内,设 $g(x)=2x^2+kx-1$,$x_1,x_2$ 为 $g(x)$的两个零点,

因为 $x_1x_2=-\frac{1}{2}<0$,所以$\begin{cases}g(1)<0,\\g(2)>0,\end{cases}$解得$-\frac{7}{2}<k<-1$,又 $k\leqslant-1$,所以$-\frac{7}{2}<k<-1$.

(ii)当$-\frac{1}{k}\notin(0,1]$,即$-1<k<0$ 或 $k>0$ 时,②在$(1,2)$内有两个不同的根,

由 $x_1x_2=-\frac{1}{2}<0$,知②必有一个负数根,所以不符合题意.

综上,$-\frac{7}{2}<k<-1$.

## 课时训练(六)

1. D [解析]终边落在 $y$ 轴的非正半轴上的角的集合为 $A=\left\{\alpha \middle| \alpha=\frac{3\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$,取 $k=0$,得 $\alpha=\frac{3\pi}{2}$.

2. B [解析]∵$15°=\frac{\pi}{12}$ rad,∴扇形的弧长 $l=\frac{\pi}{12}\times6=\frac{\pi}{2}$(cm),∴扇形的面积 $S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{2}\times6=\frac{3\pi}{2}(\mathrm{cm}^2)$.

3. C [解析]因为 $\alpha$ 为第二象限角,$\sin\alpha=\frac{1}{3}$,所以 $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

4. D [解析]利用诱导公式可知 $\sin300°=-\sin60°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$,故选 D.

5. A [解析]由点 $P$ 的坐标可得 $r=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$,则 $\sin\alpha=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\cos\alpha=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=1$.

6. D [解析]若点 $P(\sin\alpha,\cos\alpha)$在第二象限,则 $\sin\alpha<0,\cos\alpha>0$,故角 $\alpha$ 的终边所在的象限为第四象限.

7. C [解析]设扇形的圆心角的弧度数为 $\alpha$,半径为 $r$,弧长为 $l$,扇形的面积为 S,则 $l+2r=12$,$S=\frac{1}{2}lr=8$,解得 $r=2,l=8$ 或 $r=4,l=4$,又∵$\alpha=\frac{l}{r}$,∴$\alpha=4$ 或 $\alpha=1$,故选 C.

8. A [解析]∵$\cos\alpha=\frac{1}{3}$,∴$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha=\frac{1}{3}$.

9. D [解析]由三角函数的定义可得 $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}}=\frac{1}{2}$,结合诱导公式知 $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha=\frac{1}{2}$.

10. A [解析]∵$(\cos\alpha-\sin\alpha)^2=1-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{3}{4}$,∴$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{8}$.

11. D [解析]∵$\tan x=2$,∴$\frac{3\sin x+\cos x}{\cos x-3\sin x}=\frac{3\tan x+1}{1-3\tan x}=\frac{6+1}{1-6}=-\frac{7}{5}$.

12. B [解析]∵$\alpha$ 是第三象限角,∴$2k\pi+\pi<\alpha<2k\pi+\frac{3\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$,∴$k\pi+\frac{\pi}{2}<\frac{\alpha}{2}<k\pi+\frac{3\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$,∴$-k\pi-\frac{3\pi}{4}<-\frac{\alpha}{2}<-k\pi-\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$,∴$-k\pi+\frac{\pi}{4}<\pi-\frac{1}{2}\alpha<-k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$. 当 $k$ 为偶数时,$\pi-\frac{1}{2}\alpha$ 是第一象限角;当 $k$ 为奇数时,$\pi-\frac{1}{2}\alpha$ 是第三象限角. 故选 B.

13. A [解析]由题意得 $A(\cos\theta,\sin\theta)$,将 $OA$ 绕 $O$ 点按顺时针方向旋转$\frac{3\pi}{2}$至 $OB$,则点 $B$ 的坐标为$\left(\cos\left(\theta-\frac{3\pi}{2}\right),\sin\left(\theta-\frac{3\pi}{2}\right)\right)$,即$(-\sin\theta,\cos\theta)$,故选 A.

14. A [解析]由题知圆 $O$ 的半径 $r=|OB|=\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=1$,由三角函数定义知,点 $A$ 的坐标为$(\cos\alpha,\sin\alpha)$. ∵点 $B$ 的坐标为$\left(\frac{4}{5},-\frac{3}{5}\right)$,$|AB|=1$,∴$1=\sqrt{\left(\frac{4}{5}-\cos\alpha\right)^2+\left(-\frac{3}{5}-\sin\alpha\right)^2}$,整理可得 $-6\sin\alpha+8\cos\alpha=5$,又 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$,∴ $\sin\alpha=\frac{-3+4\sqrt{3}}{10}$ 或 $\frac{-3-4\sqrt{3}}{10}$,∵点 $A$ 位于第一象限,∴$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,∴$\sin\alpha=\frac{-3+4\sqrt{3}}{10}$,故选 A.

15. $143°$ $-217°$ [解析]与角 $\alpha$ 终边相同的角是 $k\times360°+(-2017°)$,$k\in\mathbf{Z}$. 当 $k=6$ 时,可得最小正角为 $143°$;当 $k=5$ 时,可得最大负角为$-217°$.

16. $-3$ $\frac{1}{3}$ [解析]由 $\tan\theta=2$,得 $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\theta+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\theta\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{2+1}{1-2\times1}=-3$,$\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=\frac{\tan\theta-1}{\tan\theta+1}=\frac{2-1}{2+1}=\frac{1}{3}$.

17. 2 [解析]设扇形的半径为 $r$,则弧长为 $8-2r$,扇形的面积 $S=\frac{1}{2}r(8-2r)=r(4-r)\leqslant\left(\frac{r+4-r}{2}\right)^2=4$,当且仅当 $r=4-r$,即 $r=2$ 时等号成立,此时弧长为 $8-2\times2=4$,扇形的圆心角 $\alpha=\frac{4}{2}=2$(rad).

## 课时训练(七)

1. B [解析]函数的最小正周期 $T=\frac{\pi}{2}$.

2. C [解析]对于选项 A,$y=\sin x$ 为奇函数,其图像关于点$(0,0)$中心对称,但函数在区间$(0,+\infty)$上不具有单调性;对于选项 B,$y=\tan x$ 为奇函数,其图像关于点$(0,0)$中心对称,但函数在区间$(0,+\infty)$上不具有单调性;对于选项 C,$y=x^3$ 为奇函数,其图像关于点$(0,0)$中心对称,且函数在区间$(0,+\infty)$上单调递增;对于选项 D,$y=x^2+1$ 为偶函数,其图像不是中心对称图形,但函数在区间$(0,+\infty)$上单调递增. 综上可得,满足题意的函数为 $y=x^3$. 故选 C.

3. C [解析]要得到函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$的图像,可以将函数 $y=\sin x$ 的图像向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度,故选 C.

4. C [解析]分别求出各个函数的最小正周期. 对于①,$y=\cos|2x|=\cos2x$,函数的最小正周期 $T=\pi$;对于②,由函数图像(图略)知,函数的最小正周期 $T=\pi$;对于③,函数的最小正周期 $T=\pi$;对于④,函数的最小正周期 $T=\frac{\pi}{2}$. 综上可知,最小正周期为 $\pi$ 的函数是①②③.

5. D [解析]因为函数 $f(x)$的最小正周期为 2,所以 $\omega=\pi$,又 $f\left(\frac{1}{2}\right)=A\sin\frac{\pi}{2}=1$,所以 $A=1$,所以 $f(x)=\sin\pi x$. 将 $y=f(x)$的图像向右平移$\frac{1}{3}$个单位长度后得到 $y=g(x)$的图像,则 $g(x)=f\left(x-\frac{1}{3}\right)=\sin\left(\pi x-\frac{\pi}{3}\right)$.

6. B [解析]函数的最小正周期为 $\pi$,则$\frac{2\pi}{|\omega|}=\pi$,∴$|\omega|=2$,据此可

得选项A和选项C错误.当 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，$\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=1$,满足题意;当 $x=\frac{\pi}{6}$ 时,$\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=0$,不满足题意.故选B.

7. C [解析] 函数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$.对于A,当 $x=\frac{\pi}{6}$ 时,$2\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=2$,不能得到函数 $f(x)$ 的图像关于点 $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ 中心对称,∴A中说法错误.对于B,由 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$,可得 $\alpha+\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$,从而 $f(\alpha)\in(\sqrt{3},2]$,故不存在 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$,使 $f(\alpha)=1$,∴B中说法错误.对于C,函数 $f(x+\alpha)$ 图像的对称轴方程为 $x+\alpha+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$,即 $x=k\pi+\frac{\pi}{6}-\alpha,k\in\mathbf{Z}$,当 $k=0,\alpha=\frac{\pi}{6}$ 时,函数 $f(x+\alpha)$ 的图像关于 $y$ 轴对称,∴C中说法正确.对于D,由 $f(x+\alpha)=f(x+3\alpha)$ 恒成立得 $2\alpha$ 是函数 $f(x)$ 的一个周期,∵函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $2\pi$,∴$|\alpha|$ 的最小值为 $\pi$,∴不存在 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$,使 $f(x+\alpha)=f(x+3\alpha)$ 恒成立,∴D中说法错误.故选C.

8. D [解析] 设 $f(x)$ 的最小正周期为 $T$,由图像知 $A=1$,$\frac{T}{4}=\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}$,即 $T=\pi$,得 $\omega=2$,则 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$,而 $x=\frac{7\pi}{12}$ 时,$f\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\sin\left(2\times\frac{7\pi}{12}+\varphi\right)=-1$,则 $\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,又 $0<\varphi<\pi$,所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$,A中说法错误,所以 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.令 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$,得 $x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$,所以 $f(x)$ 图像的对称轴为直线 $x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$,B中说法错误.令 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,得 $\frac{\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$,故 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left[\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{7\pi}{12}+k\pi\right],k\in\mathbf{Z}$,C中说法错误.将 $f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度,得到的图像对应的函数解析式为 $y=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos 2x$,D中说法正确.故选D.

9. A [解析] 由于 $f(x)$ 是偶函数,且 $f(5-x)=f(5+x)$,所以函数 $f(x)$ 是周期函数,且10是该函数的最小正周期.不妨设 $f(x)=\cos\frac{\pi}{5}x$.对于A选项,由于 $h(x+5)=\cos\left(\frac{\pi}{5}x+\pi\right)\cos(\pi x+5\pi)=\cos\frac{\pi}{5}x\cos\pi x=h(x)$,所以函数 $h(x)$ 的一个周期为5,故A中说法错误.对于B选项,函数 $g(x)=\cos\frac{\pi}{5}x\sin\pi x$,$g(x+5)=\cos\left(\frac{\pi}{5}x+\pi\right)\sin(\pi x+5\pi)=\cos\frac{\pi}{5}x\sin\pi x$,$g(x-5)=\cos\left(\frac{\pi}{5}x-\pi\right)\sin(\pi x-5\pi)=\cos\frac{\pi}{5}x\sin\pi x$,故 $g(x+5)=g(x-5)$,故B中说法正确.对于C选项,由于 $h(5-x)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{5}x\right)\cos(5\pi-\pi x)=\cos\frac{\pi}{5}x\cos\pi x=h(x)$,结合前面分析可知 $h(5+x)=h(5-x)$,故C中说法正确.对于D选项,$g(x+5)=\cos\left(\frac{\pi}{5}x+\pi\right)\sin(\pi x+5\pi)=\cos\frac{\pi}{5}x\sin\pi x$,$g(5-x)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{5}x\right)\sin(5\pi-\pi x)=-\cos\frac{\pi}{5}x\sin\pi x=-g(5+x)$,故函数 $g(x)$ 的图像关于点 $(5,0)$ 中心对称,D中说法正确.故选A.

10. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$ [解析] ∵$0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$,∴$0\leqslant 2x\leqslant\pi$,∴$-\frac{\pi}{4}\leqslant 2x-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{3\pi}{4}$,∴$-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\leqslant 1$,∴该函数的值域为 $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$.

11. $\sqrt{2}$ 2 [解析] 设 $f(x)$ 的最小正周期为 $T$,由图像知 $A=\sqrt{2}$,$\frac{T}{4}=\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{12}=\frac{\pi}{4}$,即 $T=\pi$,则 $\frac{2\pi}{\omega}=\pi$,得 $\omega=2$.

12. $(0,\sin 1)$ $-1$ [解析] ∵$f(0)=\sin|a\times 0+1|=\sin 1$,∴$f(x)=\sin|ax+1|$ 的图像恒过定点 $(0,\sin 1)$.∵函数 $f(x)=\sin|ax+1|=\sin\left|a\left(x+\frac{1}{a}\right)\right|$,∴函数图像的对称轴方程为 $x=-\frac{1}{a}$,∴$-\frac{1}{a}=1$,∴$a=-1$.

13. **解**:(1)由 $f(x)_{\min}=-2+m=1$,得 $m=3$.

令 $2x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,解得 $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

(2) $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,解得 $-\frac{\pi}{6}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$,

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$.

14. **解**:(1)补充表中的数据如下:

| $\omega x+\varphi$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $\frac{\pi}{12}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{7\pi}{12}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\frac{13\pi}{12}$ |
| $A\sin(\omega x+\varphi)$ | 0 | 5 | 0 | $-5$ | 0 |

易得 $A=5$,$\omega\cdot\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}$,$\omega\cdot\frac{5\pi}{6}+\varphi=\frac{3\pi}{2}$,

所以 $\omega=2$,$\varphi=-\frac{\pi}{6}$,所以 $f(x)=5\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$.

(2)由题易得 $g(x)=5\sin\left(2x+2\theta-\frac{\pi}{6}\right)$,

因为 $y=g(x)$ 的图像的一个对称中心为点 $\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$,

所以 $2\times\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}+2\theta=k\pi,k\in\mathbf{Z}$,即 $\theta=-\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$,

又 $\theta>0$,所以 $\theta_{\min}=\frac{\pi}{6}$.

15. **解**:(1)由于 $\boldsymbol{a}=\left(2\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right),\cos 2x\right)$,$\boldsymbol{b}=\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right),-\sqrt{3}\right)$,所以 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-$

$\sqrt{3}\cos 2x=2\times\frac{1+\sin 2x}{2}-\sqrt{3}\cos 2x=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x+1=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+1$,所以函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

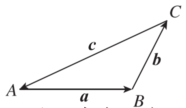
令 $2x-\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$,解得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$,

所以函数 $f(x)$ 图像的对称轴方程为 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$.

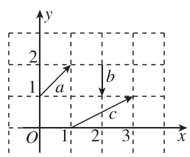
(2)由于 $f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+1$,故 $y=f(x)-2=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-1$,由于 $x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$,所以 $\frac{\pi}{6}\leqslant 2x-\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{2\pi}{3}$,则 $\frac{1}{2}\leqslant\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\leqslant 1$,所以 $0\leqslant y\leqslant 1$,即函数 $y=f(x)-2,x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$的值域为$[0,1]$.

## 课时训练（八）

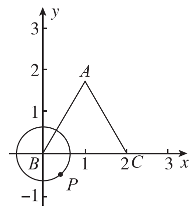
1. C ［解析］对于 A,向量是既有大小又有方向的量,长度相等的向量不一定是相等向量,∴该说法错误;对于 B,方向相同或相反的向量叫作共线向量,共线向量不一定在一条直线上,∴该说法错误;对于 C,根据零向量的定义知该说法正确;对于 D,当$\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{CD}$时,这两个向量可能在一条直线上,∴该说法错误. 故选 C.
2. D ［解析］∵平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}=(1,2)$,∴$\boldsymbol{b}=2(1,2)=(2,4)$. 故选 D.
3. B ［解析］如图,$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}=-\boldsymbol{c}$,故选 B.




4. A ［解析］如图,建立平面直角坐标系,则 $\boldsymbol{a}=(1,1),\boldsymbol{b}=(0,-1),\boldsymbol{c}=(2,1)$,∴$\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(\lambda,\lambda-1)$,若 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 共线,则 $\lambda-2(\lambda-1)=0$,∴$\lambda=2$.




5. C ［解析］∵$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{BD}=7\overrightarrow{DC}$,∴$\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=7(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$,∴$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{8}\boldsymbol{a}+\frac{7}{8}\boldsymbol{b}$. 故选 C.
6. A ［解析］∵$M$ 为边 $AB$ 的中点,∴$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$,又$\overrightarrow{OP}/\!/\overrightarrow{OM}$,∴存在实数 $\lambda$,使$\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OM}$,∴$\overrightarrow{OP}=\frac{\lambda}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=\frac{\lambda}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{\lambda}{2}\overrightarrow{OB}$,∴$x=y=\frac{\lambda}{2}$,∴$\frac{y}{x}=1$. 故选 A.
7. C ［解析］根据平面向量基本定理知 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 不共线. 对于 A,$\boldsymbol{e}_1$ 为零向量,$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 共线;对于 B,$\boldsymbol{e}_2=-2\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 共线;对于 C,$\boldsymbol{e}_1=(-1,2),\boldsymbol{e}_2=(3,-1)$,∵$-1\times(-1)-2\times 3=-5\neq 0$,∴$\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 不共线;对于 D,$\boldsymbol{e}_2=-2\boldsymbol{e}_1$,∴$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 共线. 故选 C.
8. A ［解析］因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,所以 $2\times(-2)-x=0$,所以 $x=-4$,即 $\boldsymbol{b}=(-4,-2)$,故 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(-2,-1)$.
9. C ［解析］$\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}=(1+\lambda,2)$,∵$(\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})/\!/\boldsymbol{c}$,∴$4(1+\lambda)-2\times 3=0$,解得 $\lambda=\frac{1}{2}$.
10. B ［解析］由$\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$,得$\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OB}-3\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OC}-2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}$,即 $3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}=\mathbf{0}$,∴$\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}=\mathbf{0}$. 设 $\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$,$\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OE}$,则$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}=\mathbf{0}$,即 $O$ 为 $ADE$ 的重心,设 $S_{\triangle AOD}=S_{\triangle AOE}=S_{\triangle DOE}=S$,则 $S_{\triangle AOB}=3S,S_{\triangle AOC}=\frac{3}{2}S,S_{\triangle BOC}=\frac{9}{2}S$,∴$S_{\triangle AOB}:S_{\triangle BOC}:S_{\triangle AOC}=3:\frac{9}{2}:\frac{3}{2}=2:3:1$,故选 B.
11. A ［解析］如图,以 $B$ 为坐标原点,$BC$ 所在直线为 $x$ 轴,过点 $B$ 且垂直于 $BC$ 的直线为 $y$ 轴,建立平面直角坐标系,则 $A(1,\sqrt{3})$,$B(0,0),C(2,0)$. 设 $P(x,y)$,∵$|BP|=\frac{\sqrt{3}}{2}$,∴$P$ 点的轨迹方程为 $x^2+y^2=\frac{3}{4}$,由图可知 $-\frac{\sqrt{3}}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$. 由 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$,可得 $\begin{cases}x-1=-\lambda+\mu,\\ y-\sqrt{3}=-\sqrt{3}\lambda-\sqrt{3}\mu,\end{cases}$ 故 $\lambda+\mu=-\frac{\sqrt{3}}{3}y+1$,当 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$时,$\lambda+\mu$ 取得最小值,为$\frac{1}{2}$,故选 A.




12. B ［解析］$\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|},\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$是单位向量,当它们方向相同时,向量 $\boldsymbol{p}$ 的模最大,为 2;当它们方向相反时,向量 $\boldsymbol{p}$ 的模最小,为 0. 故 $0\leqslant|\boldsymbol{p}|\leqslant 2$.
13. $(-1,1)$ ［解析］∵$\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2=(2\lambda_1+\lambda_2,\lambda_1+3\lambda_2)$,$\boldsymbol{a}=\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2$,∴$\begin{cases}-1=2\lambda_1+\lambda_2,\\ 2=\lambda_1+3\lambda_2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}\lambda_1=-1,\\ \lambda_2=1,\end{cases}$ ∴实数对$(\lambda_1,\lambda_2)$为$(-1,1)$.
14. $\sqrt{5}$　$\left(0,\frac{3}{2}\right)$ ［解析］由题易得$\overrightarrow{AB}=(-1,2)-(1,1)=(-2,1)$,∴$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{5}$. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}=\frac{1}{2}(2,-1)=\left(1,-\frac{1}{2}\right)$,设 $C$ 点坐标为$(x_C,y_C)$,则$\overrightarrow{BC}=(x_C+1,y_C-2)$,∵$\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$,∴$x_C=0$,$y_C=\frac{3}{2}$,则 $C$ 点坐标为$\left(0,\frac{3}{2}\right)$.
15. $\left(\frac{12}{5},-\frac{1}{5}\right)$或$\left(\frac{18}{5},-\frac{9}{5}\right)$ ［解析］设向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点坐标是$(x,y)$,则 $\boldsymbol{a}=(x-3,y+1)$,由题意可知 $\begin{cases}4(x-3)+3(y+1)=0,\\ (x-3)^2+(y+1)^2=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{12}{5},\\ y=-\frac{1}{5}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\frac{18}{5},\\ y=-\frac{9}{5},\end{cases}$ 故 $\boldsymbol{a}$ 的终点坐标为$\left(\frac{12}{5},-\frac{1}{5}\right)$或$\left(\frac{18}{5},-\frac{9}{5}\right)$.
16. 2 ［解析］∵$\overrightarrow{OA}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$,∴$\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)\overrightarrow{OA}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$,∴$\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})=\frac{2}{3}(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})$,即$\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$,∴$\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|}=2$.

## 课时训练（九）

1. B ［解析］$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\cos 60°=\sqrt{6}$.
2. B ［解析］$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AC}$方向上的投影为$|\overrightarrow{AB}|\cos\frac{\pi}{3}=2\times\frac{1}{2}=1$,故