

# 小题必刷卷(一)

预备知识

考查范围:第1讲~第4讲

## ◎ 题组一 刷真题

### 角度1 集合及其运算

- [2019·全国卷I] 已知集合  $M=\{x|-4<x<2\}$ ,  $N=\{x|x^2-x-6<0\}$ , 则  $M\cap N=$  ( )  
A.  $\{x|-4<x<3\}$   
B.  $\{x|-4<x<-2\}$   
C.  $\{x|-2<x<2\}$   
D.  $\{x|2<x<3\}$
- [2019·北京卷] 已知集合  $A=\{x|-1<x<2\}$ ,  $B=\{x|x>1\}$ , 则  $A\cup B=$  ( )  
A.  $(-1,1)$  B.  $(1,2)$   
C.  $(-1,+\infty)$  D.  $(1,+\infty)$
- [2017·全国卷III] 已知集合  $A=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$ ,  $B=\{(x,y)|y=x\}$ , 则  $A\cap B$  中元素的个数为 ( )  
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- [2017·全国卷II] 设集合  $A=\{1,2,4\}$ ,  $B=\{x|x^2-4x+m=0\}$ . 若  $A\cap B=\{1\}$ , 则  $B=$  ( )  
A.  $\{1,-3\}$  B.  $\{1,0\}$   
C.  $\{1,3\}$  D.  $\{1,5\}$
- [2019·天津卷] 设集合  $A=\{-1,1,2,3,5\}$ ,  $B=\{2,3,4\}$ ,  $C=\{x\in\mathbf{R}|1\leq x<3\}$ , 则  $(A\cap C)\cup B=$  ( )  
A.  $\{2\}$   
B.  $\{2,3\}$   
C.  $\{-1,2,3\}$   
D.  $\{1,2,3,4\}$
- [2015·重庆卷] 已知集合  $A=\{1,2,3\}$ ,  $B=\{2,3\}$ , 则 ( )  
A.  $A=B$  B.  $A\cap B=\emptyset$   
C.  $A\subsetneq B$  D.  $B\subsetneq A$

### 角度2 充要条件

- [2014·全国卷II] 函数  $f(x)$  在  $x=x_0$  处导数存在. 若  $p:f'(x_0)=0$ ,  $q:x=x_0$  是  $f(x)$  的极值点, 则 ( )  
A.  $p$  是  $q$  的充分必要条件  
B.  $p$  是  $q$  的充分条件, 但不是  $q$  的必要条件  
C.  $p$  是  $q$  的必要条件, 但不是  $q$  的充分条件  
D.  $p$  既不是  $q$  的充分条件, 也不是  $q$  的必要条件
- [2018·浙江卷] 已知平面  $\alpha$ , 直线  $m, n$  满足  $m\not\subset\alpha$ ,  $n\subset\alpha$ , 则“ $m\parallel n$ ”是“ $m\parallel\alpha$ ”的 ( )

- 充分不必要条件
- 必要不充分条件
- 充分必要条件
- 既不充分也不必要条件

- [2019·天津卷] 设  $x\in\mathbf{R}$ , 则“ $x^2-5x<0$ ”是“ $|x-1|<1$ ”的 ( )  
A. 充分而不必要条件  
B. 必要而不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- [2018·北京卷] 设  $a, b, c, d$  是非零实数, 则“ $ad=bc$ ”是“ $a, b, c, d$  成等比数列”的 ( )  
A. 充分而不必要条件  
B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- [2019·北京卷] 设点  $A, B, C$  不共线, 则“ $\overrightarrow{AB}$  与  $\overrightarrow{AC}$  的夹角为锐角”是“ $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$ ”的 ( )  
A. 充分而不必要条件  
B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件  
D. 既不充分也不必要条件

### 角度3 含量词的命题

- [2015·全国卷I] 设命题  $p:\exists n\in\mathbf{N}, n^2>2^n$ , 则  $\neg p$  为 ( )  
A.  $\forall n\in\mathbf{N}, n^2>2^n$   
B.  $\exists n\in\mathbf{N}, n^2\leq 2^n$   
C.  $\forall n\in\mathbf{N}, n^2\leq 2^n$   
D.  $\exists n\in\mathbf{N}, n^2=2^n$

### 角度4 一元二次不等式

- [2019·天津卷] 设  $x\in\mathbf{R}$ , 使不等式  $3x^2+x-2<0$  成立的  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

### 角度5 基本不等式

- [2019·天津卷] 设  $x>0, y>0, x+2y=5$ , 则  $\frac{(x+1)(2y+1)}{\sqrt{xy}}$  的最小值为\_\_\_\_\_.
- [2015·山东卷] 定义运算“ $\otimes$ ”:  $x\otimes y=\frac{x^2-y^2}{xy}$  ( $x, y\in\mathbf{R}, xy\neq 0$ ). 当  $x>0, y>0$  时,  $x\otimes y+(2y)\otimes x$  的最小值为\_\_\_\_\_.

## ◎ 题组二 刷模拟

16. [2019·天津红桥区二模] 已知集合  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x | x^2 \leq 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $\{0, 2\}$  B.  $\{-1, 0, 1\}$   
 C.  $\{0, 1\}$  D.  $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$
17. [2019·湖北部分重点中学联考] 命题“ $\forall x > 1, x^2 - x > 0$ ”的否定是 ( )  
 A.  $\exists x_0 \leq 1, x_0^2 - x_0 \leq 0$  B.  $\forall x > 1, x^2 - x \leq 0$   
 C.  $\exists x_0 > 1, x_0^2 - x_0 \leq 0$  D.  $\forall x \leq 1, x^2 - x > 0$
18. [2019·河南八市重点高中联考] 设集合  $A = \{y | y = 2^x - 1\}$ ,  $B = \{x | x \geq 1\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$  ( )  
 A.  $(-\infty, -1]$  B.  $(-\infty, 1)$   
 C.  $(-1, 1)$  D.  $[1, +\infty)$
19. (多选题) 给出下列四个条件: ①  $xt^2 > yt^2$ ; ②  $xt > yt$ ; ③  $x^2 > y^2$ ; ④  $0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ . 其中能成为  $x > y$  的充分条件的是 ( )  
 A. ① B. ②  
 C. ③ D. ④
20. (多选题) [2019·临沂期中] 下列说法中正确的是 ( )  
 A. 已知非零向量  $a, b$ , 若  $|a+b| = |a-b|$ , 则  $a \perp b$   
 B. 命题  $p: \exists x_0 \in (0, +\infty), x_0 - 1 \leq \ln x_0$  的否定是假命题  
 C. 在  $\triangle ABC$  中, “ $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ ”是“ $A = B$ ”的充要条件  
 D. 若定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $y = f(x)$  是奇函数, 则  $y = f[f(x)]$  也是奇函数
21. [2019·保定二模] 下列关于不等式的推理正确的是 ( )  
 A. 若  $x > y > z$ , 则  $|xy| > |yz|$  B. 若  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ , 则  $ab > b^2$   
 C. 若  $a > b, c > d$ , 则  $ac > bd$  D. 若  $a^2x > a^2y$ , 则  $x > y$
22. [2019·南昌东湖区第二中学期末] 已知  $x > 0, y > 0$ , 且  $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$ , 若对任意的正数  $x, y$ , 不等式  $x + 2y > m^2 + 2m$  恒成立, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )  
 A.  $m \geq 4$  或  $m \leq -2$  B.  $m \geq 2$  或  $m \leq -4$   
 C.  $-2 < m < 4$  D.  $-4 < m < 2$
23. [2019·北京昌平区二模] 设  $a, b$  是非零向量, 则“存在实数  $\lambda$ , 使得  $a = \lambda b$ ”是“ $|a+b| = |a| + |b|$ ”的 ( )  
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件  
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
24. [2019·宣城调研] 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_9 = a_8 + 2a_7$ , 若存在两项  $a_m, a_n$ , 使得  $a_m a_n = 2a_1^2$ , 则  $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$  的最小值为 ( )  
 A.  $2\sqrt{2}$  B.  $\frac{8}{3}$   
 C. 3 D.  $3\sqrt{2}$
25. [2019·台州椒江区期中] 设函数  $y = \sqrt{4-x^2}$  的定义域为  $A$ , 不等式  $2x-1 \geq 0$  的解集为  $B$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_,  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.
26. [2019·天津和平区质检] 已知  $x > 0, y > -1$ , 且  $x+y=1$ , 则  $\frac{x^2+3}{x} + \frac{y^2}{y+1}$  的最小值为 \_\_\_\_\_.
27. [2019·石家庄模拟] 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - 2ax + 2 \geq a$  在  $[-1, +\infty)$  上恒成立, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
28. [2019·北京房山区一模] 已知曲线  $F(x, y) = 0$  关于  $x$  轴、 $y$  轴和直线  $y = x$  均对称, 设集合  $S = \{(x, y) | F(x, y) = 0, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$ . 给出下列命题:  
 ① 若  $(1, 2) \in S$ , 则  $(-2, -1) \in S$ ;  
 ② 若  $(0, 2) \in S$ , 则  $S$  中至少有 4 个元素;  
 ③  $S$  中元素的个数一定为偶数;  
 ④ 若  $\{(x, y) | y^2 = 4x, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\} \subseteq S$ , 则  $\{(x, y) | x^2 = -4y, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\} \subseteq S$ .  
 其中所有真命题的序号为 \_\_\_\_\_.

# 小题必刷卷(二)

## 函数的概念与函数的性质

考查范围: 第5讲~第7讲

### ◎ 题组一 刷真题

#### 角度1 分段函数

1. [2015·全国卷Ⅱ] 设函数  $f(x) = \begin{cases} 1+\log_2(2-x), & x < 1, \\ 2^{x-1}, & x \geq 1, \end{cases}$  则  $f(-2) + f(\log_2 12) =$  ( )

A. 3                      B. 6  
C. 9                      D. 12

2. [2017·山东卷] 设  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x < 1, \\ 2(x-1), & x \geq 1, \end{cases}$  若  $f(a) = f(a+1)$ , 则  $f(\frac{1}{a}) =$  ( )

A. 2  
B. 4  
C. 6  
D. 8

3. [2019·天津卷] 已知  $a \in \mathbf{R}$ , 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 2a, & x \leq 1, \\ x - a \ln x, & x > 1. \end{cases}$  若关于  $x$  的不等式  $f(x) \geq 0$  在  $\mathbf{R}$  上恒成立, 则  $a$  的取值范围为 ( )

A.  $[0, 1]$   
B.  $[0, 2]$   
C.  $[0, e]$   
D.  $[1, e]$

4. [2014·全国卷Ⅰ] 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & x < 1, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x \geq 1, \end{cases}$  则使得  $f(x) \leq 2$  成立的  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

5. [2017·全国卷Ⅲ] 设函数  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ 2^x, & x > 0, \end{cases}$  则满足  $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$  的  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

6. [2018·江苏卷] 函数  $f(x)$  满足  $f(x+4) = f(x) (x \in \mathbf{R})$ , 且在区间  $(-2, 2]$  上,  $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & 0 < x \leq 2, \\ |x + \frac{1}{2}|, & -2 < x \leq 0, \end{cases}$  则  $f(f(15))$  的值为 \_\_\_\_\_.

### ◎ 题组二 刷模拟

17. [2019·承德一中三模] 函数  $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)} + \sqrt{4-x^2}$  的定义域为 ( )
- A.  $[-2, 0) \cup (0, 2]$                       B.  $(-1, 0) \cup (0, 2]$                       C.  $[-2, 2]$                       D.  $(-1, 2]$

18. [2019·武汉调研] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & 0 < x < 1, \\ \frac{1}{x^2}, & x \geq 1, \end{cases}$  则  $f[f(2)] =$  ( )
- A. 2                      B. -1                      C. 1                      D. -2

#### 角度2 函数的性质

7. [2016·全国卷Ⅱ] 下列函数中, 其定义域和值域分别与函数  $y = 10^{\lg x}$  的定义域和值域相同的是 ( )

A.  $y = x$   
B.  $y = \lg x$   
C.  $y = 2^x$   
D.  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

8. [2017·全国卷Ⅰ] 已知函数  $f(x) = \ln x + \ln(2-x)$ , 则 ( )

A.  $f(x)$  在  $(0, 2)$  单调递增  
B.  $f(x)$  在  $(0, 2)$  单调递减  
C.  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = 1$  对称  
D.  $y = f(x)$  的图像关于点  $(1, 0)$  对称

9. [2018·全国卷Ⅱ] 已知  $f(x)$  是定义域为  $(-\infty, +\infty)$  的奇函数, 满足  $f(1-x) = f(1+x)$ . 若  $f(1) = 2$ , 则  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50) =$  ( )

A. -50                      B. 0  
C. 2                      D. 50

10. [2019·全国卷Ⅱ] 已知  $f(x)$  是奇函数, 且当  $x < 0$  时,  $f(x) = -e^{ax}$ . 若  $f(\ln 2) = 8$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

11. [2016·天津卷] 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递增. 若实数  $a$  满足  $f(2^{1-a-1}) > f(-\sqrt{2})$ , 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

12. [2014·全国卷Ⅱ] 已知偶函数  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上单调递减,  $f(2) = 0$ , 若  $f(x-1) > 0$ , 则  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

13. [2014·全国卷Ⅱ] 偶函数  $y = f(x)$  的图像关于直线  $x = 2$  对称,  $f(3) = 3$ , 则  $f(-1) =$  \_\_\_\_\_.

14. [2019·江苏卷] 函数  $y = \sqrt{7+6x-x^2}$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

15. [2017·山东卷] 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且  $f(x+4) = f(x-2)$ . 若当  $x \in [-3, 0]$  时,  $f(x) = 6^{-x}$ , 则  $f(919) =$  \_\_\_\_\_.

16. [2016·四川卷] 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的周期为 2 的奇函数, 当  $0 < x < 1$  时,  $f(x) = 4^x$ , 则  $f(-\frac{5}{2}) + f(1) =$  \_\_\_\_\_.

19. [2020·山东模拟] 函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x+1)$  与  $f(x+2)$  都为奇函数, 则 ( )
- A.  $f(x)$  为奇函数 B.  $f(x)$  为周期函数  
C.  $f(x+3)$  为奇函数 D.  $f(x+4)$  为偶函数
20. [2020·合肥一中、安庆一中联考] 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 当  $x \in (-\infty, 0)$  时,  $f(x) = x^3 - 2x^2$ , 则  $f(3) =$  ( )
- A. 9 B. -9 C. 45 D. -45
21. [2019·东莞模拟] 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且在  $(-\infty, 0]$  上为增函数,  $f(3) = 0$ , 则不等式  $f(1-2x) > 0$  的解集为 ( )
- A.  $(-1, 0)$  B.  $(-1, 2)$  C.  $(0, 2)$  D.  $(2, +\infty)$
22. [2020·大庆铁人中学月考] 已知  $f(x)$  是定义在  $(-2b, b+1)$  上的偶函数, 且在  $(-2b, 0]$  上为增函数, 则  $f(x-1) \leq f(2x)$  的解集为 ( )
- A.  $[-1, \frac{2}{3}]$  B.  $(-1, \frac{1}{3}]$  C.  $[-1, \frac{1}{3}]$  D.  $[\frac{1}{3}, 1]$
23. [2019·山西运城模拟] 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(2-x) = f(x)$ ,  $f(x+2) = f(x-2)$ , 当任意的  $x_1, x_2 \in [1, 3] (x_1 \neq x_2)$  时,  $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0$ , 则  $f(2018), f(2019), f(2020)$  的大小关系为 ( )
- A.  $f(2018) > f(2019) > f(2020)$  B.  $f(2020) > f(2018) > f(2019)$   
C.  $f(2020) = f(2018) > f(2019)$  D.  $f(2018) > f(2019) = f(2020)$
24. [2019·开封模拟] 设函数  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数,} \\ 0, & x \text{ 为无理数,} \end{cases}$  则下列结论正确的是 ( )
- A.  $f(x)$  的值域为  $[0, 1]$  B.  $f(x)$  是偶函数  
C.  $f(x)$  是周期函数 D.  $f(x)$  是单调函数
25. [2019·成都模拟] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & x \leq -1, \\ \frac{1}{2}(x+1), & x > -1, \end{cases}$  若关于  $x$  的不等式  $f(x) < m(x+2)$  恰有 2 个整数解, 则实数  $m$  的取值范围为 ( )
- A.  $[-\frac{8}{3}, 0) \cup (0, \frac{1}{4}]$  B.  $[-\frac{8}{3}, 0) \cup (0, \frac{1}{3}]$   
C.  $[-\frac{3}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{4}]$  D.  $[-\frac{3}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{3}]$
26. [2019·绵阳三诊] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & -1 \leq x < 3, \\ f(x-4), & x \geq 3, \end{cases}$  则  $f(9) =$  \_\_\_\_\_.
27. [2019·咸阳三模] 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  的图像关于点  $(2, 0)$  对称, 且  $f(3) = 3$ , 则  $f(-1) =$  \_\_\_\_\_.
28. [2019·北京延庆区一模] 若函数  $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq a, \\ \frac{1}{x}, & x > a \end{cases}$  的值域为  $[-1, 1]$ , 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
29. [2019·黄冈模拟] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & 0 < x < 2, \\ -2x + 8, & x \geq 2, \end{cases}$  若  $f(m) < 0$ , 则实数  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_; 若  $f(a) = f(a+2)$ , 则  $f(\frac{1}{a}) =$  \_\_\_\_\_.
30. [2019·荆州中学、宜昌一中期末] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0, \\ -3x, & x > 0, \end{cases}$  若  $f[f(x)] = 10$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.
31. [2019·济南一模] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 9, & x \leq 1, \\ x + \frac{4}{x} + a, & x > 1, \end{cases}$  若  $f(x)$  的最小值为  $f(1)$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
32. [2019·杭州模拟] 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足  $f(x) + f(x+2) = 0$ , 且  $f(1) = -2$ , 则  $f(2019) + f(2018)$  的值为 \_\_\_\_\_.

# 小题必刷卷(三)

函数

考查范围:第8讲~第13讲

## ◎ 题组一 刷真题

### 角度1 指数对数的运算

- [2018·全国卷Ⅲ] 已知函数  $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x) + 1$ ,  $f(a) = 4$ , 则  $f(-a) =$  \_\_\_\_\_.
- [2015·浙江卷] 若  $a = \log_4 3$ , 则  $2^a + 2^{-a} =$  \_\_\_\_\_.

### 角度2 基本初等函数的性质

- [2019·全国卷Ⅰ] 已知  $a = \log_2 0.2$ ,  $b = 2^{0.2}$ ,  $c = 0.2^{0.3}$ , 则 ( )  
A.  $a < b < c$  B.  $a < c < b$   
C.  $c < a < b$  D.  $b < c < a$
- [2017·全国卷Ⅱ] 函数  $f(x) = \ln(x^2 - 2x - 8)$  的单调递增区间是 ( )  
A.  $(-\infty, -2)$  B.  $(-\infty, 1)$   
C.  $(1, +\infty)$  D.  $(4, +\infty)$
- [2018·全国卷Ⅲ] 下列函数中, 其图像与函数  $y = \ln x$  的图像关于直线  $x = 1$  对称的是 ( )  
A.  $y = \ln(1-x)$  B.  $y = \ln(2-x)$   
C.  $y = \ln(1+x)$  D.  $y = \ln(2+x)$
- [2019·天津卷] 已知  $a = \log_5 2$ ,  $b = \log_{0.5} 0.2$ ,  $c = 0.5^{0.2}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )  
A.  $a < c < b$  B.  $a < b < c$   
C.  $b < c < a$  D.  $c < a < b$
- [2017·浙江卷] 若函数  $f(x) = x^2 + ax + b$  在区间  $[0, 1]$  上的最大值是  $M$ , 最小值是  $m$ , 则  $M - m$  ( )  
A. 与  $a$  有关, 且与  $b$  有关  
B. 与  $a$  有关, 但与  $b$  无关  
C. 与  $a$  无关, 且与  $b$  无关  
D. 与  $a$  无关, 但与  $b$  有关
- [2015·全国卷Ⅰ] 若函数  $f(x) = x \ln(x + \sqrt{a + x^2})$  为偶函数, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

### 角度3 函数的图像及应用

- [2019·浙江卷] 在同一直角坐标系中, 函数  $y = \frac{1}{a^x}$ ,  $y = \log_a(x + \frac{1}{2})$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 的图像可能是 ( )

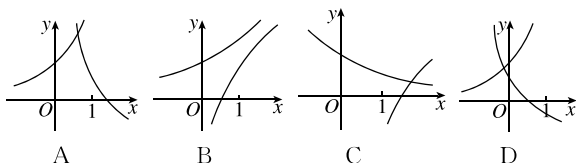


图 X3-1

- [2019·全国卷Ⅰ] 函数  $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$  在  $[-\pi, \pi]$  的图像大致为 ( )

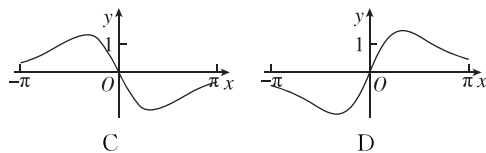
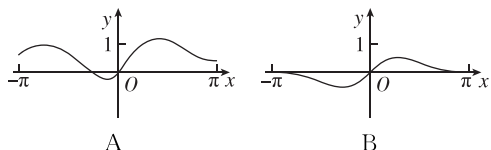


图 X3-2

- [2019·全国卷Ⅲ] 函数  $y = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$  在  $[-6, 6]$  的图像大致为 ( )

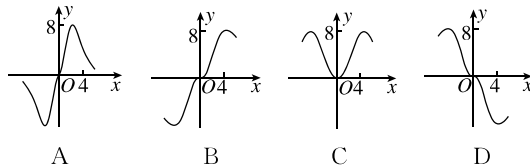


图 X3-3

- [2017·山东卷] 已知当  $x \in [0, 1]$  时, 函数  $y = (mx - 1)^2$  的图像与  $y = \sqrt{x} + m$  的图像有且只有一个交点, 则正实数  $m$  的取值范围是 ( )  
A.  $(0, 1] \cup [2\sqrt{3}, +\infty)$   
B.  $(0, 1] \cup [3, +\infty)$   
C.  $(0, \sqrt{2}] \cup [2\sqrt{3}, +\infty)$   
D.  $(0, \sqrt{2}] \cup [3, +\infty)$

### 角度4 函数与方程、函数的零点

- [2018·全国卷Ⅰ] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$   $g(x) = f(x) + x + a$ . 若  $g(x)$  存在 2 个零点, 则  $a$  的取值范围是 ( )  
A.  $[-1, 0)$  B.  $[0, +\infty)$   
C.  $[-1, +\infty)$  D.  $[1, +\infty)$
- [2018·浙江卷] 已知  $\lambda \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = \begin{cases} x - 4, & x \geq \lambda, \\ x^2 - 4x + 3, & x < \lambda. \end{cases}$  当  $\lambda = 2$  时, 不等式  $f(x) < 0$  的解集是 \_\_\_\_\_. 若函数  $f(x)$  恰有 2 个零点, 则  $\lambda$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
- [2018·天津卷] 已知  $a > 0$ , 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2ax + a, & x \leq 0, \\ -x^2 + 2ax - 2a, & x > 0. \end{cases}$  若关于  $x$  的方程  $f(x) = ax$  恰有 2 个互异的实数解, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
- [2019·江苏卷] 设  $f(x), g(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的两个周期函数,  $f(x)$  的周期为 4,  $g(x)$  的周期为 2, 且  $f(x)$  是奇函数. 当  $x \in (0, 2]$  时,  $f(x) = \sqrt{1 - (x - 1)^2}$ ,  $g(x) = \begin{cases} k(x + 2), & 0 < x \leq 1, \\ -\frac{1}{2}, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$  其中  $k > 0$ . 若在区间  $(0, 9]$  上, 关于  $x$  的方程  $f(x) = g(x)$  有 8 个不同的实数根, 则  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

## ◎ 题组二 刷模拟

17. (多选题)[2019·桂林一模] 下列函数中是奇函数且有零点的是 ( )
- A.  $f(x)=x+|x|$  B.  $f(x)=x^{-1}+x$
- C.  $f(x)=\frac{1}{x}+\tan x$  D.  $f(x)=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$
18. [2019·大连双基测试] 函数  $y=\frac{2^x}{2^x+1}$  ( $x\in\mathbf{R}$ ) 的值域为 ( )
- A.  $(0,+\infty)$  B.  $(0,1)$  C.  $(1,+\infty)$  D.  $\left(0,\frac{1}{2}\right)$
19. [2019·南昌七校期末] 已知  $f(x)=x^2$ ,  $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x-m$ , 若对任意的  $x_1\in[-1,3]$ , 存在  $x_2\in[0,1]$ , 使得  $f(x_1)\geq g(x_2)$ , 则  $m$  的取值范围是 ( )
- A.  $\left[-\frac{17}{2},+\infty\right)$  B.  $[-8,+\infty)$  C.  $[1,+\infty)$  D.  $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$
20. [2019·石嘴山三中三模] 已知点  $(2,8)$  在幂函数  $f(x)=x^n$  的图像上, 设  $a=f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ,  $b=f(\ln \pi)$ ,  $c=f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )
- A.  $b<a<c$  B.  $a<b<c$  C.  $b<c<a$  D.  $a<c<b$
21. [2019·晋冀鲁豫中原名校联考] 已知  $3^a=e$ ,  $b=\log_3 5-\log_3 2$ ,  $c=2\ln \sqrt{3}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )
- A.  $a>c>b$  B.  $b>c>a$  C.  $c>a>b$  D.  $c>b>a$
22. [2019·咸阳三模] 函数  $f(x)=\frac{\ln |x|}{e^x}$  的大致图像是 ( )

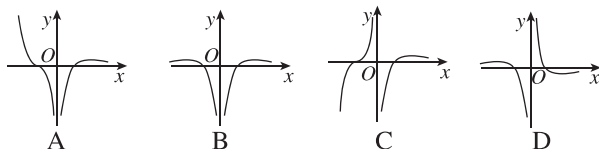


图 X3-4

23. [2019·安徽1号卷 A10 联盟 4 月联考] 已知函数  $f(x)=\frac{10(x^2+1)}{x\cdot e^{|x|}}$ , 则函数  $f(x)$  的图像大致为 ( )

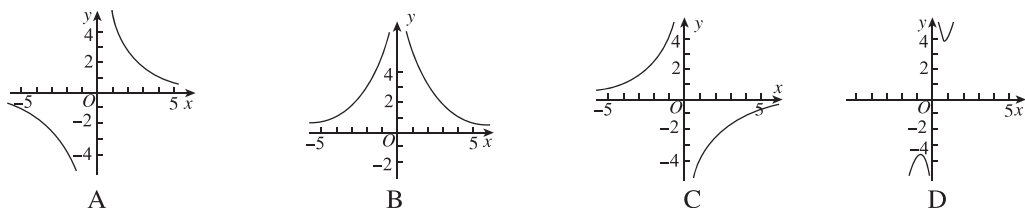


图 X3-5

24. [2019·江西八校联考] 已知函数  $f(x)=\begin{cases} -|x|+2, & x<1, \\ x^2, & x\geq 1, \end{cases}$  若函数  $g(x)=f(x)-mx-m$  的图像与  $x$  轴恰有 3 个交点, 则实数  $m$  的取值范围为 ( )
- A.  $(0,+\infty)$  B.  $\left(\frac{1}{2},1\right)$  C.  $(1,2)$  D.  $(1,+\infty)$
25. (多选题)[2019·湖北恩施质检] 设  $a=\log_{0.1} 2$ ,  $b=\log_{30} 2$ , 则 ( )
- A.  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\in\left(\frac{3}{2},2\right)$  B.  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\in\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$
- C.  $2ab<3(a+b)<4ab$  D.  $4ab<2(a+b)<3ab$
26. [2019·深圳一模] 设函数  $f(x)=\begin{cases} |2^x-1|, & x\leq 2, \\ -x+5, & x>2, \end{cases}$  若互不相等的实数  $a, b, c$  满足  $f(a)=f(b)=f(c)$ , 则  $2^a+2^b+2^c$  的取值范围是 ( )
- A.  $(16,32)$  B.  $(18,34)$  C.  $(17,35)$  D.  $(6,7)$
27. [2019·东北师大附中二模] 若函数  $f(x)=\log_a(x+5)+1$  ( $a>0$  且  $a\neq 1$ ) 的图像恒过定点  $P(m,n)$ , 则  $m+n=$  ; 函数  $g(x)=\ln(bx-n)$  在  $(-2,-1)$  上单调递减, 则  $b$  的取值范围是 .
28. [2019·镇江三模] 已知函数  $f(x)=\begin{cases} \ln x, & x>0, \\ 2^x+1, & x\leq 0, \end{cases}$  若函数  $y=f(x)+x-a$  有且只有一个零点, 则实数  $a$  的取值范围为 .
29. [2019·南昌一模] 若对任意  $t\in[1,2]$ , 函数  $f(x)=t^2x^2-(t+1)x+a$  总有零点, 则实数  $a$  的取值范围是 .