

小题必刷卷(一)

预备知识

考查范围:第1讲~第4讲

◎ 题组一 刷真题

角度1 集合及其运算

1. [2019·全国卷I] 已知集合 $M=\{x|-4<x<2\}$, $N=\{x|x^2-x-6<0\}$, 则 $M\cap N=$ ()
 A. $\{x|-4<x<3\}$
 B. $\{x|-4<x<-2\}$
 C. $\{x|-2<x<2\}$
 D. $\{x|2<x<3\}$
2. [2019·北京卷] 已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$, $B=\{x|x>1\}$, 则 $A\cup B=$ ()
 A. $(-1,1)$ B. $(1,2)$
 C. $(-1,+\infty)$ D. $(1,+\infty)$
3. [2017·全国卷III] 已知集合 $A=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$, $B=\{(x,y)|y=x\}$, 则 $A\cap B$ 中元素的个数为 ()
 A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
4. [2017·全国卷II] 设集合 $A=\{1,2,4\}$, $B=\{x|x^2-4x+m=0\}$. 若 $A\cap B=\{1\}$, 则 $B=$ ()
 A. $\{1,-3\}$ B. $\{1,0\}$
 C. $\{1,3\}$ D. $\{1,5\}$
5. [2019·天津卷] 设集合 $A=\{-1,1,2,3,5\}$, $B=\{2,3,4\}$, $C=\{x\in\mathbf{R}|1\leq x<3\}$, 则 $(A\cap C)\cup B=$ ()
 A. $\{2\}$
 B. $\{2,3\}$
 C. $\{-1,2,3\}$
 D. $\{1,2,3,4\}$
6. [2015·重庆卷] 已知集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,3\}$, 则 ()
 A. $A=B$ B. $A\cap B=\emptyset$
 C. $A\subsetneq B$ D. $B\subsetneq A$

角度2 充要条件

7. [2014·全国卷II] 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处导数存在. 若 $p:f'(x_0)=0$, $q:x=x_0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 则 ()
 A. p 是 q 的充分必要条件
 B. p 是 q 的充分条件, 但不是 q 的必要条件
 C. p 是 q 的必要条件, 但不是 q 的充分条件
 D. p 既不是 q 的充分条件, 也不是 q 的必要条件
8. [2018·浙江卷] 已知平面 α , 直线 m, n 满足 $m\not\subset\alpha$, $n\subset\alpha$, 则“ $m\parallel n$ ”是“ $m\parallel\alpha$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

9. [2019·天津卷] 设 $x\in\mathbf{R}$, 则“ $x^2-5x<0$ ”是“ $|x-1|<1$ ”的 ()
 A. 充分而不必要条件
 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
10. [2018·北京卷] 设 a, b, c, d 是非零实数, 则“ $ad=bc$ ”是“ a, b, c, d 成等比数列”的 ()
 A. 充分而不必要条件
 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件
 D. 既不充分也不必要条件
11. [2019·北京卷] 设点 A, B, C 不共线, 则“ \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 的夹角为锐角”是“ $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|>|\overrightarrow{BC}|$ ”的 ()
 A. 充分而不必要条件
 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件
 D. 既不充分也不必要条件

角度3 含量词的命题

12. [2015·全国卷I] 设命题 $p:\exists n\in\mathbf{N}, n^2>2^n$, 则 $\neg p$ 为 ()
 A. $\forall n\in\mathbf{N}, n^2>2^n$
 B. $\exists n\in\mathbf{N}, n^2\leq 2^n$
 C. $\forall n\in\mathbf{N}, n^2\leq 2^n$
 D. $\exists n\in\mathbf{N}, n^2=2^n$

角度4 一元二次不等式

13. [2019·天津卷] 设 $x\in\mathbf{R}$, 使不等式 $3x^2+x-2<0$ 成立的 x 的取值范围为_____.

角度5 基本不等式

14. [2019·天津卷] 设 $x>0, y>0, x+2y=5$, 则 $\frac{(x+1)(2y+1)}{\sqrt{xy}}$ 的最小值为_____.
15. [2015·山东卷] 定义运算“ \otimes ”: $x\otimes y=\frac{x^2-y^2}{xy}$ ($x, y\in\mathbf{R}, xy\neq 0$). 当 $x>0, y>0$ 时, $x\otimes y+(2y)\otimes x$ 的最小值为_____.

◎ 题组二 刷模拟

16. [2019·天津红桥区二模] 已知集合 $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{0, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$
 C. $\{0, 1\}$ D. $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$
17. [2019·湖北部分重点中学联考] 命题“ $\forall x > 1, x^2 - x > 0$ ”的否定是 ()
 A. $\exists x_0 \leq 1, x_0^2 - x_0 \leq 0$ B. $\forall x > 1, x^2 - x \leq 0$
 C. $\exists x_0 > 1, x_0^2 - x_0 \leq 0$ D. $\forall x \leq 1, x^2 - x > 0$
18. [2019·河南八市重点高中联考] 设集合 $A = \{y | y = 2^x - 1\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$ ()
 A. $(-\infty, -1]$ B. $(-\infty, 1)$
 C. $(-1, 1)$ D. $[1, +\infty)$
19. (多选题) 给出下列四个条件: ① $xt^2 > yt^2$; ② $xt > yt$; ③ $x^2 > y^2$; ④ $0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{y}$. 其中能成为 $x > y$ 的充分条件的是 ()
 A. ① B. ②
 C. ③ D. ④
20. (多选题) [2019·临沂期中] 下列说法中正确的是 ()
 A. 已知非零向量 a, b , 若 $|a+b| = |a-b|$, 则 $a \perp b$
 B. 命题 $p: \exists x_0 \in (0, +\infty), x_0 - 1 \leq \ln x_0$ 的否定是假命题
 C. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ ”是“ $A = B$ ”的充要条件
 D. 若定义在 \mathbb{R} 上的函数 $y = f(x)$ 是奇函数, 则 $y = f[f(x)]$ 也是奇函数
21. [2019·保定二模] 下列关于不等式的推理正确的是 ()
 A. 若 $x > y > z$, 则 $|xy| > |yz|$ B. 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则 $ab > b^2$
 C. 若 $a > b, c > d$, 则 $ac > bd$ D. 若 $a^2x > a^2y$, 则 $x > y$
22. [2019·南昌东湖区第二中学期末] 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$, 若对任意的正数 x, y , 不等式 $x + 2y > m^2 + 2m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 ()
 A. $m \geq 4$ 或 $m \leq -2$ B. $m \geq 2$ 或 $m \leq -4$
 C. $-2 < m < 4$ D. $-4 < m < 2$
23. [2019·北京昌平区二模] 设 a, b 是非零向量, 则“存在实数 λ , 使得 $a = \lambda b$ ”是“ $|a+b| = |a| + |b|$ ”的 ()
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
24. [2019·宣城调研] 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_9 = a_8 + 2a_7$, 若存在两项 a_m, a_n , 使得 $a_m a_n = 2a_1^2$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$ 的最小值为 ()
 A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{8}{3}$
 C. 3 D. $3\sqrt{2}$
25. [2019·台州椒江区期中] 设函数 $y = \sqrt{4-x^2}$ 的定义域为 A , 不等式 $2x-1 \geq 0$ 的解集为 B , 则 $A =$ _____, $A \cap B =$ _____.
26. [2019·天津和平区质检] 已知 $x > 0, y > -1$, 且 $x+y=1$, 则 $\frac{x^2+3}{x} + \frac{y^2}{y+1}$ 的最小值为 _____.
27. [2019·石家庄模拟] 若关于 x 的不等式 $x^2 - 2ax + 2 \geq a$ 在 $[-1, +\infty)$ 上恒成立, 则 a 的取值范围是 _____.
28. [2019·北京房山区一模] 已知曲线 $F(x, y) = 0$ 关于 x 轴、 y 轴和直线 $y = x$ 均对称, 设集合 $S = \{(x, y) | F(x, y) = 0, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$. 给出下列命题:
 ① 若 $(1, 2) \in S$, 则 $(-2, -1) \in S$;
 ② 若 $(0, 2) \in S$, 则 S 中至少有 4 个元素;
 ③ S 中元素的个数一定为偶数;
 ④ 若 $\{(x, y) | y^2 = 4x, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\} \subseteq S$, 则 $\{(x, y) | x^2 = -4y, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\} \subseteq S$.
 其中所有真命题的序号为 _____.

小题必刷卷(二)

函数的概念与函数的性质

考查范围: 第5讲~第7讲

◎ 题组一 刷真题

角度1 分段函数

1. [2015·全国卷Ⅱ] 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1+\log_2(2-x), & x < 1, \\ 2^{x-1}, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $f(-2) + f(\log_2 12) =$ ()

A. 3 B. 6
C. 9 D. 12

2. [2017·山东卷] 设 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x < 1, \\ 2(x-1), & x \geq 1, \end{cases}$ 若 $f(a) = f(a+1)$, 则 $f\left(\frac{1}{a}\right) =$ ()

A. 2
B. 4
C. 6
D. 8

3. [2019·天津卷] 已知 $a \in \mathbf{R}$, 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 2a, & x \leq 1, \\ x - a \ln x, & x > 1. \end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq 0$ 在 \mathbf{R} 上恒成立, 则 a 的取值范围为 ()

A. $[0, 1]$
B. $[0, 2]$
C. $[0, e]$
D. $[1, e]$

4. [2014·全国卷Ⅰ] 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & x < 1, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x \geq 1, \end{cases}$ 则使得 $f(x) \leq 2$ 成立的 x 的取值范围是 _____.

5. [2017·全国卷Ⅲ] 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ 2^x, & x > 0, \end{cases}$ 则满足 $f(x) + f\left(x - \frac{1}{2}\right) > 1$ 的 x 的取值范围是 _____.

6. [2018·江苏卷] 函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4) = f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$), 且在区间 $(-2, 2]$ 上, $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & 0 < x \leq 2, \\ \left|x + \frac{1}{2}\right|, & -2 < x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f(f(15))$ 的值为 _____.

◎ 题组二 刷模拟

17. [2019·承德一中三模] 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)} + \sqrt{4-x^2}$ 的定义域为 ()
- A. $[-2, 0) \cup (0, 2]$ B. $(-1, 0) \cup (0, 2]$ C. $[-2, 2]$ D. $(-1, 2]$

18. [2019·武汉调研] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & 0 < x < 1, \\ \frac{1}{x^2}, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $f[f(2)] =$ ()
- A. 2 B. -1 C. 1 D. -2

角度2 函数的性质

7. [2016·全国卷Ⅱ] 下列函数中, 其定义域和值域分别与函数 $y = 10^{\lg x}$ 的定义域和值域相同的是 ()

A. $y = x$
B. $y = \lg x$
C. $y = 2^x$
D. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

8. [2017·全国卷Ⅰ] 已知函数 $f(x) = \ln x + \ln(2-x)$, 则 ()

A. $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 单调递增
B. $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 单调递减
C. $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称
D. $y = f(x)$ 的图像关于点 $(1, 0)$ 对称

9. [2018·全国卷Ⅱ] 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$. 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50) =$ ()

A. -50 B. 0
C. 2 D. 50

10. [2019·全国卷Ⅱ] 已知 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = -e^{ax}$. 若 $f(\ln 2) = 8$, 则 $a =$ _____.

11. [2016·天津卷] 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增. 若实数 a 满足 $f(2^{1a-1}) > f(-\sqrt{2})$, 则 a 的取值范围是 _____.

12. [2014·全国卷Ⅱ] 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递减, $f(2) = 0$, 若 $f(x-1) > 0$, 则 x 的取值范围是 _____.

13. [2014·全国卷Ⅱ] 偶函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 2$ 对称, $f(3) = 3$, 则 $f(-1) =$ _____.

14. [2019·江苏卷] 函数 $y = \sqrt{7+6x-x^2}$ 的定义域是 _____.

15. [2017·山东卷] 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(x+4) = f(x-2)$. 若当 $x \in [-3, 0]$ 时, $f(x) = 6^{-x}$, 则 $f(919) =$ _____.

16. [2016·四川卷] 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的周期为 2 的奇函数, 当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) = 4^x$, 则 $f\left(-\frac{5}{2}\right) + f(1) =$ _____.

19. [2020·山东模拟] 函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x+1)$ 与 $f(x+2)$ 都为奇函数, 则 ()
- A. $f(x)$ 为奇函数 B. $f(x)$ 为周期函数
C. $f(x+3)$ 为奇函数 D. $f(x+4)$ 为偶函数
20. [2020·合肥一中、安庆一中联考] 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) = x^3 - 2x^2$, 则 $f(3) =$ ()
- A. 9 B. -9 C. 45 D. -45
21. [2019·东莞模拟] 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且在 $(-\infty, 0]$ 上为增函数, $f(3) = 0$, 则不等式 $f(1-2x) > 0$ 的解集为 ()
- A. $(-1, 0)$ B. $(-1, 2)$ C. $(0, 2)$ D. $(2, +\infty)$
22. [2020·大庆铁人中学月考] 已知 $f(x)$ 是定义在 $(-2b, b+1)$ 上的偶函数, 且在 $(-2b, 0]$ 上为增函数, 则 $f(x-1) \leq f(2x)$ 的解集为 ()
- A. $[-1, \frac{2}{3}]$ B. $(-1, \frac{1}{3}]$ C. $[-1, \frac{1}{3}]$ D. $[\frac{1}{3}, 1]$
23. [2019·山西运城模拟] 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = f(x)$, $f(x+2) = f(x-2)$, 当任意的 $x_1, x_2 \in [1, 3] (x_1 \neq x_2)$ 时, $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0$, 则 $f(2018), f(2019), f(2020)$ 的大小关系为 ()
- A. $f(2018) > f(2019) > f(2020)$ B. $f(2020) > f(2018) > f(2019)$
C. $f(2020) = f(2018) > f(2019)$ D. $f(2018) > f(2019) = f(2020)$
24. [2019·开封模拟] 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数,} \\ 0, & x \text{ 为无理数,} \end{cases}$ 则下列结论正确的是 ()
- A. $f(x)$ 的值域为 $[0, 1]$ B. $f(x)$ 是偶函数
C. $f(x)$ 是周期函数 D. $f(x)$ 是单调函数
25. [2019·成都模拟] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & x \leq -1, \\ \frac{1}{2}(x+1), & x > -1, \end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $f(x) < m(x+2)$ 恰有 2 个整数解, 则实数 m 的取值范围为 ()
- A. $[-\frac{8}{3}, 0) \cup (0, \frac{1}{4}]$ B. $[-\frac{8}{3}, 0) \cup (0, \frac{1}{3}]$
C. $[-\frac{3}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{4}]$ D. $[-\frac{3}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{3}]$
26. [2019·绵阳三诊] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & -1 \leq x < 3, \\ f(x-4), & x \geq 3, \end{cases}$ 则 $f(9) =$ _____.
27. [2019·咸阳三模] 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 的图像关于点 $(2, 0)$ 对称, 且 $f(3) = 3$, 则 $f(-1) =$ _____.
28. [2019·北京延庆区一模] 若函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq a, \\ \frac{1}{x}, & x > a \end{cases}$ 的值域为 $[-1, 1]$, 则 a 的取值范围是 _____.
29. [2019·黄冈模拟] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & 0 < x < 2, \\ -2x + 8, & x \geq 2, \end{cases}$ 若 $f(m) < 0$, 则实数 m 的取值范围是 _____; 若 $f(a) = f(a+2)$, 则 $f(\frac{1}{a}) =$ _____.
30. [2019·荆州中学、宜昌一中期末] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0, \\ -3x, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f[f(x)] = 10$, 则 $x =$ _____.
31. [2019·济南一模] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 9, & x \leq 1, \\ x + \frac{4}{x} + a, & x > 1, \end{cases}$ 若 $f(x)$ 的最小值为 $f(1)$, 则实数 a 的取值范围是 _____.
32. [2019·杭州模拟] 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + f(x+2) = 0$, 且 $f(1) = -2$, 则 $f(2019) + f(2018)$ 的值为 _____.

小题必刷卷(三)

函数

考查范围:第8讲~第13讲

◎ 题组一 刷真题

角度1 指数对数的运算

1. [2018·全国卷Ⅲ] 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x) + 1$, $f(a) = 4$, 则 $f(-a) =$ _____.
2. [2015·浙江卷] 若 $a = \log_4 3$, 则 $2^a + 2^{-a} =$ _____.

角度2 基本初等函数的性质

3. [2019·全国卷Ⅰ] 已知 $a = \log_2 0.2$, $b = 2^{0.2}$, $c = 0.2^{0.3}$, 则 ()
 A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
 C. $c < a < b$ D. $b < c < a$
4. [2017·全国卷Ⅱ] 函数 $f(x) = \ln(x^2 - 2x - 8)$ 的单调递增区间是 ()
 A. $(-\infty, -2)$ B. $(-\infty, 1)$
 C. $(1, +\infty)$ D. $(4, +\infty)$
5. [2018·全国卷Ⅲ] 下列函数中, 其图像与函数 $y = \ln x$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称的是 ()
 A. $y = \ln(1-x)$ B. $y = \ln(2-x)$
 C. $y = \ln(1+x)$ D. $y = \ln(2+x)$
6. [2019·天津卷] 已知 $a = \log_5 2$, $b = \log_{0.5} 0.2$, $c = 0.5^{0.2}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 A. $a < c < b$ B. $a < b < c$
 C. $b < c < a$ D. $c < a < b$
7. [2017·浙江卷] 若函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值是 M , 最小值是 m , 则 $M - m$ ()
 A. 与 a 有关, 且与 b 有关
 B. 与 a 有关, 但与 b 无关
 C. 与 a 无关, 且与 b 无关
 D. 与 a 无关, 但与 b 有关
8. [2015·全国卷Ⅰ] 若函数 $f(x) = x \ln(x + \sqrt{a + x^2})$ 为偶函数, 则 $a =$ _____.

角度3 函数的图像及应用

9. [2019·浙江卷] 在同一直角坐标系中, 函数 $y = \frac{1}{a^x}$, $y = \log_a(x + \frac{1}{2})$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图像可能是 ()

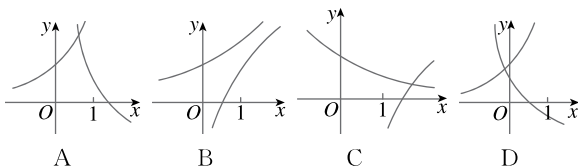


图 X3-1

10. [2019·全国卷Ⅰ] 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图像大致为 ()

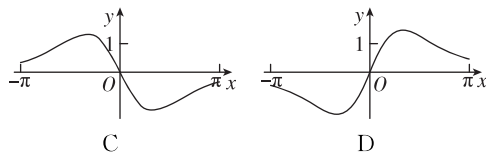
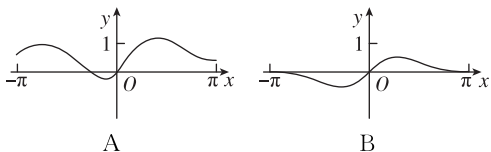


图 X3-2

11. [2019·全国卷Ⅲ] 函数 $y = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$ 在 $[-6, 6]$ 的图像大致为 ()

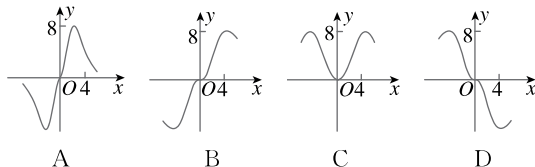


图 X3-3

12. [2017·山东卷] 已知当 $x \in [0, 1]$ 时, 函数 $y = (mx - 1)^2$ 的图像与 $y = \sqrt{x} + m$ 的图像有且只有一个交点, 则正实数 m 的取值范围是 ()
 A. $(0, 1] \cup [2\sqrt{3}, +\infty)$
 B. $(0, 1] \cup [3, +\infty)$
 C. $(0, \sqrt{2}] \cup [2\sqrt{3}, +\infty)$
 D. $(0, \sqrt{2}] \cup [3, +\infty)$

角度4 函数与方程、函数的零点

13. [2018·全国卷Ⅰ] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ \ln x, & x > 0, \end{cases}$ $g(x) = f(x) + x + a$. 若 $g(x)$ 存在 2 个零点, 则 a 的取值范围是 ()
 A. $[-1, 0)$ B. $[0, +\infty)$
 C. $[-1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
14. [2018·浙江卷] 已知 $\lambda \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x - 4, & x \geq \lambda, \\ x^2 - 4x + 3, & x < \lambda. \end{cases}$ 当 $\lambda = 2$ 时, 不等式 $f(x) < 0$ 的解集是 _____. 若函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点, 则 λ 的取值范围是 _____.
15. [2018·天津卷] 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2ax + a, & x \leq 0, \\ -x^2 + 2ax - 2a, & x > 0. \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = ax$ 恰有 2 个互异的实数解, 则 a 的取值范围是 _____.
16. [2019·江苏卷] 设 $f(x), g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的两个周期函数, $f(x)$ 的周期为 4, $g(x)$ 的周期为 2, 且 $f(x)$ 是奇函数. 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = \sqrt{1 - (x - 1)^2}$, $g(x) = \begin{cases} k(x + 2), & 0 < x \leq 1, \\ -\frac{1}{2}, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$ 其中 $k > 0$. 若在区间 $(0, 9]$ 上, 关于 x 的方程 $f(x) = g(x)$ 有 8 个不同的实数根, 则 k 的取值范围是 _____.

◎ 题组二 刷模拟

17. (多选题) [2019 · 桂林一模] 下列函数中是奇函数且有零点的是 ()
- A. $f(x) = x + |x|$ B. $f(x) = x^{-1} + x$
- C. $f(x) = \frac{1}{x} + \tan x$ D. $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$
18. [2019 · 大连双基测试] 函数 $y = \frac{2^x}{2^x + 1} (x \in \mathbf{R})$ 的值域为 ()
- A. $(0, +\infty)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$
19. [2019 · 南昌七校期末] 已知 $f(x) = x^2, g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - m$, 若对任意的 $x_1 \in [-1, 3]$, 存在 $x_2 \in [0, 1]$, 使得 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 则 m 的取值范围是 ()
- A. $\left[-\frac{17}{2}, +\infty\right)$ B. $[-8, +\infty)$ C. $[1, +\infty)$ D. $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$
20. [2019 · 石嘴山三中三模] 已知点 $(2, 8)$ 在幂函数 $f(x) = x^n$ 的图像上, 设 $a = f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right), b = f(\ln \pi), c = f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $a < c < b$
21. [2019 · 晋冀鲁豫中原名校联考] 已知 $3^a = e, b = \log_3 5 - \log_3 2, c = 2 \ln \sqrt{3}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $a > c > b$ B. $b > c > a$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$
22. [2019 · 咸阳三模] 函数 $f(x) = \frac{\ln |x|}{e^x}$ 的大致图像是 ()

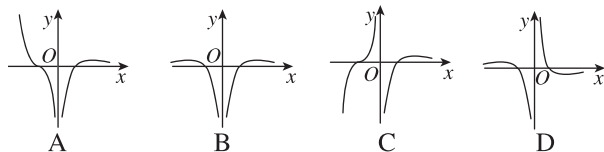


图 X3-4

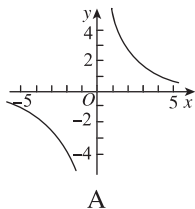
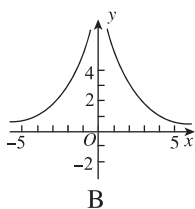
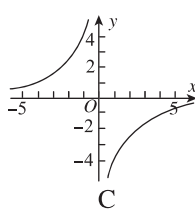
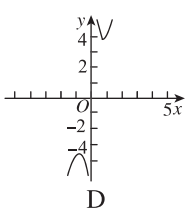
23. [2019 · 安徽 1 号卷 A10 联盟 4 月联考] 已知函数 $f(x) = \frac{10(x^2 + 1)}{x \cdot e^{|x|}}$, 则函数 $f(x)$ 的图像大致为 ()
- A.  B.  C.  D. 

图 X3-5

24. [2019 · 江西八校联考] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -|x| + 2, & x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - mx - m$ 的图像与 x 轴恰有 3 个交点, 则实数 m 的取值范围为 ()
- A. $(0, +\infty)$ B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ C. $(1, 2)$ D. $(1, +\infty)$
25. (多选题) [2019 · 湖北恩施质检] 设 $a = \log_{0.1} 2, b = \log_{30} 2$, 则 ()
- A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \in \left(\frac{3}{2}, 2\right)$ B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \in \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$
- C. $2ab < 3(a+b) < 4ab$ D. $4ab < 2(a+b) < 3ab$
26. [2019 · 深圳一模] 设函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x \leq 2 \\ -x + 5, & x > 2 \end{cases}$, 若互不相等的实数 a, b, c 满足 $f(a) = f(b) = f(c)$, 则 $2^a + 2^b + 2^c$ 的取值范围是 ()
- A. $(16, 32)$ B. $(18, 34)$ C. $(17, 35)$ D. $(6, 7)$
27. [2019 · 东北师大附中二模] 若函数 $f(x) = \log_a(x+5) + 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 的图像恒过定点 $P(m, n)$, 则 $m+n =$; 函数 $g(x) = \ln(bx-n)$ 在 $(-2, -1)$ 上单调递减, 则 b 的取值范围是 .
28. [2019 · 镇江三模] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 0 \\ 2^x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$, 若函数 $y = f(x) + x - a$ 有且只有一个零点, 则实数 a 的取值范围是 .
29. [2019 · 南昌一模] 若对任意 $t \in [1, 2]$, 函数 $f(x) = t^2 x^2 - (t+1)x + a$ 总有零点, 则实数 a 的取值范围是 .