



全品作业本

QUANPIN ZUOYEBEN

主 编：肖德好

本册主编：陈庆新

编 者：陈庆新 吴金辉 慕泽刚
王 平 胡大波 何双桥

特约主审：杨 帆

高中数学
选修 2-2

新课标(RJA)

开明出版社

第一章 导数及其应用

01

1.1 变化率与导数	1
1.1.1 变化率问题	1
1.1.2 导数的概念	1
1.1.3 导数的几何意义	3
1.2 导数的计算	5
1.2.1 几个常用函数的导数	5
1.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则	5
第1课时 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则(一)	5
第2课时 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则(二)	7
滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]	9
1.3 导数在研究函数中的应用	11
1.3.1 函数的单调性与导数	11
第1课时 函数的单调性与导数(一)	11
第2课时 函数的单调性与导数(二)	13
1.3.2 函数的极值与导数	15
1.3.3 函数的最大(小)值与导数	17
第1课时 函数的最大(小)值与导数(一)	17
第2课时 函数的最大(小)值与导数(二)	19
导数综合专训	21
滚动习题(二) [范围 1.2~1.3]	23
1.4 生活中的优化问题举例	25
1.5 定积分的概念	27
1.5.1 曲边梯形的面积	27
1.5.2 汽车行驶的路程	27
1.5.3 定积分的概念	27
1.6 微积分基本定理	29
1.7 定积分的简单应用	31
1.7.1 定积分在几何中的应用	31
1.7.2 定积分在物理中的应用	31
滚动习题(三) [范围 1.4~1.7]	33
热点题型探究(一)	35
题型1 导数的几何意义	35
题型2 利用导数研究函数的性质	35
题型3 利用导数处理不等式问题	36
题型4 定积分与曲边梯形的面积	36

本章基础排查(一)	37
本章能力测评(一)	39

第二章 推理与证明

02

2.1 合情推理与演绎推理	43
2.1.1 合情推理	43
2.1.2 演绎推理	45
2.2 直接证明与间接证明	47
2.2.1 综合法和分析法	47
2.2.2 反证法	49
2.3 数学归纳法	51
热点题型探究(二)	53
题型1 合情推理与演绎推理	53
题型2 直接证明与间接证明	53
本章基础排查(二)	55
本章能力测评(二)	57

第三章 数系的扩充与复数的引入

03

3.1 数系的扩充和复数的概念	61
3.1.1 数系的扩充和复数的概念	61
3.1.2 复数的几何意义	63
3.2 复数代数形式的四则运算	65
3.2.1 复数代数形式的加、减运算及其几何意义	65
3.2.2 复数代数形式的乘除运算	67
热点题型探究(三)	69
题型1 复数的概念	69
题型2 复数的计算	70
本章基础排查(三)	71
本章能力测评(三)	73

综合测评

模块结业测评(一)	77
模块结业测评(二)	81

参考答案	85
------	----

第一章 导数及其应用

1.1 变化率与导数

1.1.1 变化率问题

1.1.2 导数的概念

基础巩固

- ① [2018·江西新余四中高二期末] 若函数 $y=f(x)$ 的图像过 $A(1,3), B(3,1)$ 两点, 则这两点间的平均变化率是 ()
- A. -1 B. 1
C. -2 D. 2
- ② 函数 $y=f(x)$ 的自变量 x 由 x_0 改变到 $x_0+\Delta x$ 时, 函数值的改变量 Δy 为 ()
- A. $f(x_0+\Delta x)$ B. $f(x_0)+\Delta x$
C. $f(x_0)\cdot\Delta x$ D. $f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$
- ③ 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数可表示为 ()
- A. $f'(x_0)=\lim_{\Delta x\rightarrow 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$
B. $f'(x_0)=\lim_{\Delta x\rightarrow 0}[f(x_0+\Delta x)-f(x_0)]$
C. $f'(x_0)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$
D. $f'(x_0)=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$
- ④ [2018·宁夏育才中学高二期末] 根据导数的定义, $f'(x_1)=$ ()
- A. $\lim_{x\rightarrow x_0}\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$
B. $\lim_{\Delta x\rightarrow 0}\frac{f(x_1)-f(x_0)}{\Delta x}$
C. $\lim_{\Delta x\rightarrow 0}\frac{f(x_1+2\Delta x)-f(x_1)}{2\Delta x}$
D. $\frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}$
- ⑤ [2018·河南南阳一中高二月考] 若某质点的运动方程为 $s=t^2+3$ (s 为位移, 单位为 m; t 为时间, 单位为 s), 则在 $(3, 3+\Delta t)$ 这段时间里, 该质点的平均速度 (单位: m/s) 等于 ()
- A. $6+\Delta t$ B. $12+\Delta t$
C. $9+\Delta t$ D. $3+\Delta t$
- ⑥ 若函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 在 \mathbf{R} 上恒大于 0, 则对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}, x_1 \neq x_2$, $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ 的符号为 _____ (填“正”或“负”).

能力提升

- ⑦ [2018·河南天一大联考] 已知函数 $f(x)=x^2$ 从 $x=1$ 至 $x=1+\Delta x$ 的平均变化率的取值范围是 $(1.975, 2.025)$, 则增量 Δx 的取值范围为 ()
- A. $(-0.025, 0.025)$ B. $(0, 0.025)$
C. $(0.025, 1)$ D. $(-0.025, 0)$
- ⑧ [2018·咸阳高二期末] 设函数 $f(x)$ 可导, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{3\Delta x} =$ ()
- A. $\frac{1}{3}f'(1)$ B. $3f'(1)$
C. $f'(1)$ D. $f'(3)$
- ⑨ 过函数 $f(x)=\frac{x}{1-x}$ 的图像上一点 $(2, -2)$ 及邻近一点 $(2+\Delta x, -2+\Delta y)$ 作割线, 则当 $\Delta x=\frac{1}{2}$ 时割线的斜率为 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. $-\frac{5}{3}$
- ⑩ 若做直线运动的物体的位移 s 与时间 t 的关系是 $s=2t-t^2$, 则该物体的初速度是 ()
- A. 0 B. 3
C. 2 D. $3-2t$
- ⑪ 设 $f(x)=ax+4$, 若 $f'(1)=2$, 则 $a=$ ()
- A. 2 B. -2
C. 3 D. 不确定
- ⑫ [2018·石家庄二中高二月考] 设函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导, 且 $f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=a\Delta x+b(\Delta x)^2$, 其中 a, b 为常数, 则 ()
- A. $f'(x)=a$ B. $f'(x)=b$
C. $f'(x_0)=a$ D. $f'(x_0)=b$
- ⑬ [2018·安徽定远重点中学月考] 已知 $f'(2)=2$, $f(2)=3$, 则 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-3}{x-2}+1$ 的值为 ()
- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

- ⑭ 下面是利用导数的定义求函数 $f(x) = \sqrt{x+2}$ 在 $x=2$ 处的导数的解题过程:

因为 $\Delta y = \sqrt{(2+\Delta x)+2} - \sqrt{2+2} = \sqrt{4+\Delta x} - 2$,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{4+\Delta x}-2}{\Delta x}, \text{ 所以 } f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+\Delta x}-2}{\Delta x} = 0.$$

试分析该解题过程是否正确,若不正确请指出错误,并加以纠正.

- ⑮ 若一物体的运动方程为 $s = \begin{cases} 3t^2 + 2, & t \geq 3, \\ 29 + 3(t-3)^2, & 0 \leq t < 3 \end{cases}$ (其

中 s 为位移,单位为 m; t 为时间,单位为 s).

(1) 求物体在 $t \in [3, 5]$ 内的平均速度 \bar{v} ;

(2) 求物体的初速度 v_0 ;

(3) 求物体在 $t=1$ 时的瞬时速度.

难点突破

- ⑯ 已知函数 $f(x) = 3x^2 + 2$, 函数在 $x_0 = 1, 2, 3$ 附近, Δx 取 0.5 时的平均变化率分别为 k_1, k_2, k_3 , 则 ()

A. $k_1 < k_2 < k_3$

B. $k_2 < k_1 < k_3$

C. $k_3 < k_2 < k_1$

D. $k_2 < k_3 < k_1$

- ⑰ 利用导数的定义证明奇函数的导数是偶函数, 偶函数的导数是奇函数.

1.1.3 导数的几何意义

基础巩固

- ① 函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数 $f'(x_0)$ 的几何意义是 ()

A. 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处与 $y=f(x)$ 的图像只有一个交点的直线的斜率
 B. 过点 $(x_0, f(x_0))$ 的切线的倾斜角的正切值
 C. 点 $(x_0, f(x_0))$ 与点 $(0, 0)$ 的连线的斜率
 D. 函数 $y=f(x)$ 的图像在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的倾斜角的正切值

- ② [2018·重庆江津中学高二月考] 若 $f(x)$ 存在导函数且满足 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1 - \Delta x)}{\Delta x} = -1$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为 ()

A. -1 B. -2
 C. 1 D. 2

- ③ [2018·龙岩高二期末] 已知函数 $f(x)$ 的图像如图 1-1-1 所示, 则 $f'(x_A)$ 与 $f'(x_B)$ 的大小关系是 ()

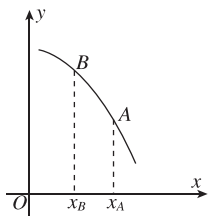


图 1-1-1

- A. $f'(x_A) > f'(x_B)$ B. $f'(x_A) < f'(x_B)$
 C. $f'(x_A) = f'(x_B)$ D. 不能确定
- ④ 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{4} - 3\ln x$ 的导函数为 $f'(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{x}$, 且函数 $f(x)$ 的图像的一条切线的斜率为 $\frac{1}{2}$, 则切点的横坐标为 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

- ⑤ 曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 - 2$ 在 $x = -1$ 处的切线的斜率为 ()
- A. -1 B. 1
 C. -2 D. 2

- ⑥ [2018·保定高二期中] 设函数 $f(x)$ 在某点处的导数值为 0, 则曲线 $y=f(x)$ 在该点处的切线 ()
- A. 垂直于 x 轴
 B. 垂直于 y 轴
 C. 既不垂直于 x 轴也不垂直于 y 轴
 D. 方向不能确定

能力提升

- ⑦ 已知函数 $f(x)$ 为可导函数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{2x} = -1$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率为 ()

A. 2 B. -2 C. -1 D. 1

- ⑧ [2018·太原高二期末] 已知函数 $f(x)$ 的图像与直线 $y = -x + 8$ 相切于点 $(5, f(5))$, 则 $f(5) + f'(5) =$ ()

A. 1 B. 2 C. 0 D. $\frac{1}{2}$

- ⑨ [2018·揭阳三高二月考] 抛物线 $y = x^2$ 在点 $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ 处的切线的倾斜角是 ()

A. 30° B. 45°
 C. 60° D. 90°

- ⑩ 设 P 为曲线 $C: y = x^2 + 2x + 3$ 上一点, 且曲线 C 在点 P 处切线的倾斜角的取值范围为 $[0, \frac{\pi}{4}]$, 则点 P 的横坐标的取值范围为 ()

A. $[-1, -\frac{1}{2}]$ B. $[-1, 0]$
 C. $[0, 1]$ D. $[\frac{1}{2}, 1]$

- ⑪ 设曲线 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 在点 $(3, 2)$ 处的切线与直线 $ax + y + 1 = 0$ 垂直, 则 $a =$ ()

A. 2 B. -2
 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

- ⑫ 若函数 $f(x) = x^3 - 2ax^2 + 2ax (a \in \mathbb{Z})$ 的图像在任意点处的切线的倾斜角都是锐角, 则 $a =$ _____.

- ⑬ 设 $f(x)$ 是偶函数, 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率为 1, 则该曲线在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线的斜率为 _____.

- ⑭ 如图 1-1-2 所示, 函数 $y=f(x)$ 的图像是折线段 ABC , 其中 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 4), (2, 0), (6, 4)$, 则

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

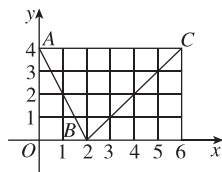


图 1-1-2

- 15 [2018·成都新都一中高二月考] 已知曲线 $y=x^2+1$, 问是否存在实数 a , 使得经过点 $(1, a)$ 能够作出该曲线的两条切线? 若存在, 求出实数 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

难点突破

- 17 设曲线 $f(x)=x^2+1$ 在点 $(x, f(x))$ 处的切线的斜率为 $g(x)$, 则函数 $y=g(x)\cos x$ 的部分图像可以为 ()

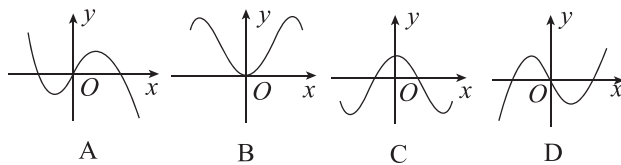


图 1-1-3

- 18 已知函数 $f(x)=x^3-4x^2+5x-4$.
 (1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线的方程;
 (2) 求经过点 $A(2, -2)$ 的曲线 $y=f(x)$ 的切线的方程.

- 16 设 P 为曲线 $C: y=x^2-x+1$ 上一点, 曲线 C 在点 P 处切线的斜率的取值范围是 $[-1, 3]$, 求点 P 的纵坐标的取值范围.

1.2 导数的计算

1.2.1 几个常用函数的导数

1.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则

第1课时 基本初等函数的导数公式及

导数的运算法则(一)

基础巩固

- ① 函数 $y=3x^2$ 的导函数是 ()
- A. $y'=3x^2$ B. $y'=6x$
C. $y'=6$ D. $y'=3x$

- ② 函数 $f(x)=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$) 的导函数为 ()
- A. $f'(x)=x\left(\frac{1}{a}\right)^{x-1}$
B. $f'(x)=\left(\frac{1}{a}\right)^x \ln a$
C. $f'(x)=-a^{-x} \ln a$
D. $f'(x)=-xa^{-x-1}$

- ③ [2018·驻马店高二期末] 若函数 $f(x)=\sin a-\cos x$, 则 $f'(a)=$ ()
- A. $\sin a$ B. $\cos a$
C. $\sin a+\cos a$ D. $2\sin a$

- ④ 若曲线 $y=x^4$ 的一条切线 l 与直线 $x+4y-8=0$ 垂直, 则 l 的方程为 ()
- A. $4x-y-3=0$
B. $x+4y-5=0$
C. $4x-y+3=0$
D. $x+4y+3=0$

- ⑤ 给出下列结论: ① $(\cos x)'=\sin x$; ② $\left(\sin \frac{\pi}{3}\right)'=\cos \frac{\pi}{3}$; ③ 若 $y=\frac{1}{x^2}$, 则 $y'|_{x=3}=-\frac{2}{27}$. 其中正确结论的个数为 ()

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

- ⑥ [2018·成都新都一中高二月考] 已知直线 $y=kx$ 是曲线 $y=e^x$ 的切线, 则实数 k 的值为 ()
- A. $\frac{1}{e}$ B. $-\frac{1}{e}$
C. $-e$ D. e

- ⑦ 若函数 $f(x)=x^6$, 则 $f'(-1)=$.

- ⑧ 已知函数 $f(x)=x^3$ 在点 P 处的导数值为 3, 则点 P 的坐标为 .

能力提升

- ⑨ 已知点 P 为曲线 $y=\sin x$ 上一点, 以点 P 为切点的切线为直线 l , 则直线 l 的倾斜角的取值范围是 ()
- A. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ B. $[0, \pi)$
C. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ D. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$

- ⑩ 质点沿直线运动的路程 s (单位: m) 与时间 t (单位: s) 的关系式是 $s=\sqrt[5]{t}$, 则质点在 $t=4$ s 时的瞬时速度为 ()

- A. $\frac{1}{2\sqrt[5]{2^3}}$ m/s B. $\frac{1}{10\sqrt[5]{2^3}}$ m/s
C. $\frac{2}{5\sqrt[5]{2^3}}$ m/s D. $\frac{1}{10\sqrt[5]{2^3}}$ m/s

- ⑪ 设 $f_0(x)=\sin x, f_1(x)=f_0'(x), f_2(x)=f_1'(x), \dots, f_{n+1}(x)=f_n'(x), n \in \mathbf{N}$, 则 $f_{2017}(0)=$.

- ⑫ [2018·吉林扶余一中期末] 已知函数 $f(x)=x^2+2f'(1)\ln x$, 则曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线斜率为 .

- ⑬ 设曲线 $y=x^{n+1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 在点 $(1, 1)$ 处的切线与 x 轴的交点的横坐标为 x_n , 令 $a_n=\lg x_n$, 则 $a_1+a_2+\dots+a_{99}$ 的值为 .

- ⑭ 求曲线 $y=x^3+2$ 在点 $(1, 3)$ 处的切线方程.

- 15 求曲线 $xy=1$ 在其上任意一点处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积.

- 16 求过曲线 $y=e^x$ 上的点 $P(1,e)$ 且与曲线在该点处的切线垂直的直线方程.

难点突破

- 17 [2018·南阳一中高二月考] 给出定义: 设 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, $f''(x)$ 是函数 $f'(x)$ 的导函数, 若方程 $f''(x)=0$ 有实数解 x_0 , 则称点 $(x_0, f(x_0))$ 为函数 $f(x)$ 的“拐点”. 已知函数 $f(x)=3x+4\sin x-\cos x$ 的拐点是 $M(x_0, f(x_0))$, 则点 M ()
- A. 在直线 $y=3x$ 上 B. 在直线 $y=-3x$ 上
C. 在直线 $y=-4x$ 上 D. 在直线 $y=4x$ 上
- 18 [2018·洛阳高二质检] 若直线 $y=x+1$ 与曲线 $y=a\ln x$ 相切, 且 $a\in(n, n+1) (n\in\mathbf{N}^+)$, 则 $n=$ ()
- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
- 19 已知两条曲线 $y_1=\sin x, y_2=\cos x$, 是否存在这两条曲线的一个公共点, 使在这一点处的两条曲线的切线互相垂直? 并说明理由.



第2课时 基本初等函数的导数公式及

导数的运算法则(二)

基础巩固

- ① [2018·福安一中月考] 已知 $f(x) = e^{-x} + ex$, 则 $f'(1) =$ ()

A. $e - \frac{1}{e}$ B. $e + \frac{1}{e}$
C. $1 + \frac{1}{e}$ D. 0

- ② 若 $f(x) = x \cos x$, 则函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x) =$ ()

A. $1 - \sin x$ B. $x - \sin x$
C. $\sin x - x \cos x$ D. $\cos x - x \sin x$

- ③ [2018·新余高二期末] 下列求导运算正确的是 ()

A. $\left(x + \frac{3}{x}\right)' = 1 + \frac{3}{x^2}$ B. $(\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$
C. $(3^x)' = 3^x \log_3 e$ D. $(x^2 \cos x)' = -2x \sin x$

- ④ [2018·长春、四平重点中学高二期末] 已知函数 $f(x) = 6 - x^3$, $g(x) = e^x - 1$, 则这两个函数的导函数分别为 ()

A. $f'(x) = 6 - 3x^2$, $g'(x) = e^x$
B. $f'(x) = -3x^2$, $g'(x) = e^x - 1$
C. $f'(x) = -3x^2$, $g'(x) = e^x$
D. $f'(x) = 6 - 3x^2$, $g'(x) = e^x - 1$

- ⑤ 函数 $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x-1}$ 的导函数是 ()

A. $y' = \frac{2+x}{\sqrt{x^2+1}(2x-1)^2}$
B. $y' = -\frac{2+x}{\sqrt{x^2+1}(2x-1)^2}$
C. $y' = \frac{4x^2-x+2}{(2x-1)^2}$
D. $y' = \frac{4x^2-x+2}{(2x-1)^2 \sqrt{x^2+1}}$

- ⑥ [2018·四川广安二中月考] 已知 $f(x) = x^2 + 3xf'(2)$, 则 $1 + f'(1) =$ _____.

- ⑦ [2018·遵义高二期末] 若函数 $f(x) = 13 - 8x + \sqrt{2}x^2$, 且 $f'(a) = 4$, 则实数 a 的值为 _____.

能力提升

- ⑧ [2018·西安长安一中高二期中] 若函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导, 且 $f(x) = x^2 + 2f'(2)x - 3$, 则 ()

A. $f(0) < f(4)$ B. $f(0) = f(4)$
C. $f(0) > f(4)$ D. 以上都不对

- ⑨ [2018·安徽定远重点中学月考] 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 \sin x + x \cos x$, 则其导函数 $f'(x)$ 的图像大致是 ()

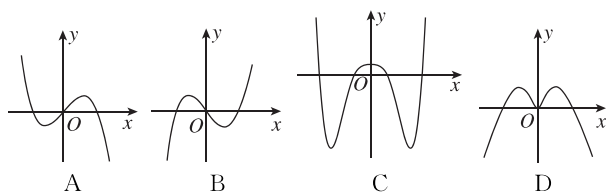


图 1-2-1

- ⑩ 若函数 $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ 满足 $f'(1) = 2$, 则 $f'(-1) =$ ()

A. -1 B. -2
C. 2 D. 0

- ⑪ 若 $f(x) = x^2 - 2x - 4 \ln x$, 则 $f'(x) > 0$ 的解集为 ()

A. $(0, +\infty)$ B. $(-1, 0) \cup (2, +\infty)$
C. $(2, +\infty)$ D. $(-1, 0)$

- ⑫ [2018·唐山海港高中高二月考] 若 $f(x) = \sqrt{ax^2 - 1}$ 且 $f'(1) = 2$, 则 a 的值为 _____.

- ⑬ [2018·大庆实验中学高三期中] 设 $f'(x)$ 为函数 $f(x)$ 的导函数, 且 $f(x) = x^2 - 2x + f'(1)$, 则 $f(-1) =$ _____.

- ⑭ 求下列函数的导函数:

(1) $y = x^2 \sin x$; (2) $y = \frac{\ln x}{x}$; (3) $y = a^{\cos x}$ ($a > 0, a \neq 1$).

- ⑮ 已知函数 $f(x) = \frac{a \ln x}{x+1} + \frac{b}{x}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + 2y - 3 = 0$, 求 a, b 的值.

难点突破

- ⑯ [2018 · 邢台一中月考] 已知直线 l 是曲线 $y = e^x$ 与曲线 $y = e^{2x} - 2$ 的一条公切线, 直线 l 与曲线 $y = e^{2x} - 2$ 相切于点 (a, b) , 且 a 是函数 $f(x)$ 的零点, 则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()
- A. $f(x) = e^{2x}(2x + 2\ln 2 - 1) - 1$
B. $f(x) = e^{2x}(2x + 2\ln 2 - 1) - 2$
C. $f(x) = e^{2x}(2x - 2\ln 2 - 1) - 1$
D. $f(x) = e^{2x}(2x - 2\ln 2 - 1) - 2$
- ⑰ [2018 · 南昌高二期末] 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x$, $g(x) = 3\ln x + a$, 若两曲线 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 有公共点, 且在公共点处的切线相同, 求 a 的值.

滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

- ① 已知函数 $f(x) = -x^2 + x$ 的图像上两点 $A(-1, -2)$, $B(-1 + \Delta x, -2 + \Delta y)$, 则 $\frac{\Delta y}{\Delta x} =$ ()

A. 3 B. $3\Delta x$
C. $3 - \Delta x$ D. $4 + 2(\Delta x)^2$

- ② [2018 · 周口高二期末] 已知函数 $f(x) = x \ln x$, 若 $f'(x_0) = 2$, 则 $x_0 =$ ()

A. e B. e^2
C. $\frac{\ln 2}{2}$ D. $\ln 2$

- ③ [2018 · 北京四中月考] 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} + x \sin x$, 则 $f'(x) =$ ()

A. $\frac{e^x(x-1)}{x^2} + \sin x + \cos x$
B. $\frac{e^x(x-1)}{x^2} + \sin x + x \cos x$
C. $\frac{e^x(x-1)}{x^2} + \sin x - x \cos x$
D. $\frac{e^x(x-1)}{x^2} + \sin x - \cos x$

- ④ 幂函数 $y = x^3$ 的图像在点 $(2, 8)$ 处的切线方程为 ()

A. $y = 12x - 16$ B. $y = 12x + 16$
C. $y = -12x - 16$ D. $y = -12x + 16$

- ⑤ [2018 · 河北曲周一中高二期末] 给出下列求导运算:

① $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$; ② $(a^x)' = a^2 \ln x$; ③ $(\sin 2x)' = \cos 2x$; ④ $\left(\frac{1}{x+1}\right)' = \frac{1}{x+1}$. 其中正确的有 ()

A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 3 个

- ⑥ [2018 · 邢台一中高二月考] 若曲线 $y = a(x-1) - \ln x$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为 $y = 2x - 2$, 则 $a =$ ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

- ⑦ [2018 · 荆门高二期末] 已知函数 $f(x)$ 及其导数 $f'(x)$, 若存在 x_0 使得 $f(x_0) = f'(x_0)$, 则称 x_0 是 $f(x)$ 的一个“巧值点”. 给出下列函数: ① $f(x) = x^2$; ② $f(x) = e^{-x}$; ③ $f(x) = \ln x$; ④ $f(x) = \tan x$. 其中有“巧值点”的函数的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

- ⑧ 若函数 $f(x)$ 满足 $f'(1) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - f(1)}{2x} =$ _____.

- ⑨ [2018 · 海南文昌中学高二期中] 已知点 $P(2, 2)$ 在曲线 $y = ax^3 + bx$ 上, 如果该曲线在点 P 处切线的斜率为 9, 那么 $ab =$ _____.

- ⑩ [2018 · 南阳六校高二联考] 已知函数 $F(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导, $F(x) = f(x^3 - 1) + f(1 - x^3)$, 则 $F'(1) =$ _____.

- ⑪ 曲线 $y = \frac{1}{e^x}$ (e 为自然对数的底数) 在点 $M\left(1, \frac{1}{e}\right)$ 处的切线 l 与 x 轴和 y 轴所围成的三角形的面积为 _____.

- ⑫ [2018 · 邢台一中月考] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x) + f'(x) = 2xe^{-x}$, 若 $f(0) = 1$, 则函数 $y = \frac{f'(x)}{f(x)}$ 的值域是 _____.

三、解答题(本大题共 4 小题,共 45 分)

- ⑬ (10 分) [2018 · 咸阳高二期末] 求下列函数的导函数:

(1) $f(x) = (1 + \sin x)(1 - 4x)$;

(2) $f(x) = \frac{x}{x+1} - 2^x$;

(3) $f(x) = x^2 \cos 2x$.

- 14 (10 分)[2018·南阳一中月考] 设函数 $f(x) = ax - \frac{b}{x}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $7x - 4y - 12 = 0$.

(1) 求 $y = f(x)$ 的解析式;

(2) 证明: 曲线 $y = f(x)$ 上任一点处的切线与直线 $x = 0$ 和直线 $y = x$ 所围成的三角形的面积为定值, 并求出此定值.

- 15 (12 分) 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 及曲线 $y = f(x)$ 上一点 $P(1, -2)$, 过点 P 作直线 l .

(1) 若直线 l 与曲线 $y = f(x)$ 相切于点 P , 求直线 l 的方程;

(2) 若直线 l 与曲线 $y = f(x)$ 相切, 且切点异于点 P , 求直线 l 的方程.

- 16 (13 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 3x + a \ln x (a > 0)$.

(1) 若 $a = 1$, 求函数 $f(x)$ 的图像上切线斜率为 0 的切点的横坐标;

(2) 设函数 $f(x)$ 图像上任意一点处的切线 l 的斜率为 k , 当 k 取得最小值 1 时, 求此时切线 l 的方程.

1.3 导数在研究函数中的应用

1.3.1 函数的单调性与导数

第1课时 函数的单调性与导数(一)

基础巩固

- ① 如图 1-3-1 所示为导函数 $y=f'(x)$ 的图像,那么函数 $y=f(x)$ 的单调递减区间是 ()

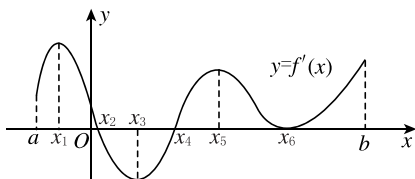


图 1-3-1

- A. (x_1, x_3) B. (x_2, x_4)
C. (x_4, x_6) D. (x_5, x_6)
- ② 函数 $f(x)=\frac{4}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2-x+210$ 的单调递减区间是 ()
- A. $(-\infty, -\frac{1}{4}]$ B. $[-\frac{1}{4}, 1]$
C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{1}{4}], [1, +\infty)$
- ③ 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^3+ax+4$, 则“ $a>0$ ”是“ $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增”的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- ④ [2018·赣州高二期中] 函数 $y=\frac{\ln x}{x}$ 的单调递增区间是 ()
- A. $(0, e)$ B. $(-\infty, e)$
C. $(e^{-1}, +\infty)$ D. $(e, +\infty)$
- ⑤ [2018·成都新都一中高二月考] 设函数 $f(x)$ 在定义域内可导, $y=f(x)$ 的图像如图 1-3-2 所示, 则其导函数 $y=f'(x)$ 的图像可能是 ()

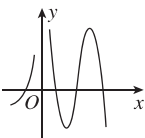
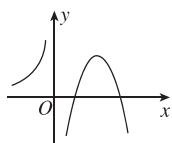
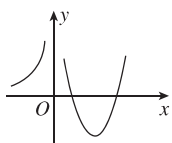


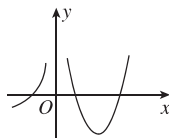
图 1-3-2



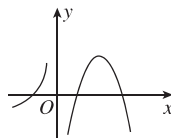
A



B



C



D

图 1-3-3

- ⑥ [2018·襄阳四校联考] 函数 $f(x)=\ln x-x$ 的单调递增区间是 ()
- A. $(-\infty, 1)$ B. $(0, e)$
C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$
- ⑦ 函数 $f(x)=xe^{-x}$ 的单调递减区间是_____.

能力提升

- ⑧ 函数 $y=\frac{1}{2}x^2-\ln x$ 的单调递减区间是 ()
- A. $(0, 1)$
B. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
C. $(-\infty, 1)$
D. $(-\infty, +\infty)$
- ⑨ [2018·淄博一中高二月考] 下列函数中, 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是 ()
- A. $y=\sin^2 x$ B. $y=x^3-x$
C. $y=xe^x$ D. $y=-x+\ln(1+x)$
- ⑩ 已知函数 $f(x)=\sin x-\frac{1}{2}x, x \in [0, \pi]$, 那么下列结论正确的是 ()
- A. $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上是增函数
B. $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \pi]$ 上是减函数
C. 存在 $x_0 \in [0, \pi]$, 使得 $f(x_0) > f(\frac{\pi}{3})$
D. 任意 $x \in [0, \pi]$, 都有 $f(x) \leq f(\frac{\pi}{3})$
- ⑪ [2018·成都七中高二月考] 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 对任意 x 都有 $f(2+x)=f(2-x)$, 且其导函数 $f'(x)$ 满足 $\frac{f'(x)}{2-x} > 0$, 则当 $2 < a < 4$ 时, 有 ()
- A. $f(2^a) < f(\log_2 a) < f(2)$
B. $f(\log_2 a) < f(2) < f(2^a)$
C. $f(2^a) < f(2) < f(\log_2 a)$
D. $f(\log_2 a) < f(2^a) < f(2)$

- 12 [2018·济宁一中高二期中] 若函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$,

则不等式 $f(1-x) > f(2x-1)$ 的解集为 ()

- A. $(-\infty, \frac{2}{3})$ B. $(0, \frac{2}{3})$
C. $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$ D. $(\frac{2}{3}, 1)$

- 13 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ 的图像如图 1-3-4 所示, 则函数 $y = f'(x)$ 的单调递减区间为_____.

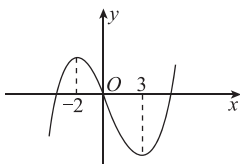


图 1-3-4

- 14 [2018·衡阳八中高二期] 已知函数 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 2$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的图像在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
(2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

- 15 已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - 2x - f'(0)x^2 + 2$.

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
(2) 求 $f(x)$ 的单调递减区间.

难点突破

- 16 [2018·银川一中月考] 已知函数 $f(x) = e^x + x - 2$, $g(x) = \ln x + x^2 - 3$. 若实数 a, b 满足 $f(a) = 0, g(b) = 0$, 则 ()

- A. $g(a) < 0 < f(b)$ B. $f(b) < 0 < g(a)$
C. $0 < g(a) < f(b)$ D. $f(b) < g(a) < 0$

- 17 [2017·全国卷 I 改编] 已知函数 $f(x) = ae^{2x} + (a-2)e^x - x$, 讨论 $f(x)$ 的单调性.

第2课时 函数的单调性与导数(二)

基础巩固

- ① “ $a \leq -1$ ”是“函数 $f(x) = \ln x + ax + \frac{1}{x}$ 在 $[1, +\infty)$ 上是单调函数”的 ()

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

- ② [2018·江西南城二中高二月考] 若函数 $f(x) = ax^3 - x$ 在 \mathbf{R} 上是减函数, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $a \leq 0$ B. $a < 1$
C. $a < 2$ D. $a < \frac{1}{3}$

- ③ 函数 $f(x) = (x^2 - 2x)e^x$ (e 为自然对数的底数) 的图像大致是 ()

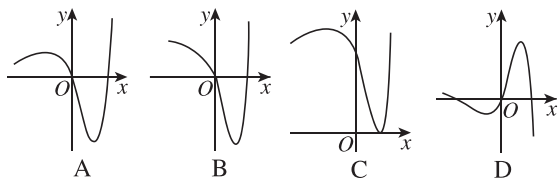


图 1-3-5

- ④ [2018·重庆江津中学高二月考] 已知定义在 \mathbf{R} 上的可导函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, $f(-2) = 2018$, 若对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f'(x) < 2x$ 成立, 则不等式 $f(x) < x^2 + 2014$ 的解集为 ()

A. $(-2, +\infty)$ B. $(-2, 2)$
C. $(-\infty, 2)$ D. \mathbf{R}

- ⑤ [2018·南通启东高二期末] 函数 $f(x) = x + 2\cos x$, $x \in (0, \pi)$ 的单调递减区间是_____.

能力提升

- ⑥ 函数 $y = \frac{x}{\sin x}$, $x \in (-\pi, 0) \cup (0, \pi)$ 的图像大致是 ()

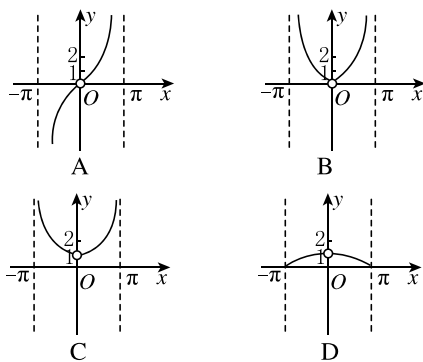


图 1-3-6

- ⑦ [2019·江西奉新一中月考] 已知 $f(x) = x^3 + x$, $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a + b > 0$, 则 $f(a) + f(b)$ 的值 ()

A. 一定大于零 B. 一定等于零
C. 一定小于零 D. 正负都有可能

- ⑧ 若函数 $f(x) = x + \frac{b}{x}$ ($b \in \mathbf{R}$) 的导函数在区间 $(1, 2)$ 上有零点, 则 $f(x)$ 的单调递增区间可能是 ()
A. $(-\infty, -1]$ B. $(-1, 0)$
C. $(0, 1)$ D. $(2, +\infty)$

- ⑨ [2018·江西高安中学高二期中] 已知可导函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, $f(0) = 2018$, 若对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) > f'(x)$, 则不等式 $f(x) < 2018e^x$ 的解集为 ()

A. $(0, +\infty)$ B. $(\frac{1}{e^2}, +\infty)$
C. $(-\infty, \frac{1}{e^2})$ D. $(-\infty, 0)$

- ⑩ [2018·湖北荆州中学月考] 已知函数 $y = ax^3 - 1$ 在 \mathbf{R} 上是减函数, 则实数 a 的取值范围为_____.

- ⑪ [2018·内蒙古赤峰高二期末] 已知定义在 \mathbf{R} 上的可导函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $f'(x) > 2x$ 恒成立, 则不等式 $f(4-x) < f(x) - 8x + 16$ 的解集为_____.

- ⑫ 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的可导函数, 其导函数 $f'(x)$ 满足 $f'(x) < 1$, 若 $f(1-m) - f(m) > 1 - 2m$, 则实数 m 的取值范围是_____.

- ⑬ 已知函数 $f(x) = 4x^3 + 3tx^2 - 6t^2x + t - 1$, $x \in \mathbf{R}$, $t \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $t = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 当 $t \neq 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

- 14 [2018·烟台高二期末] 已知二次函数 $h(x) = ax^2 + bx + 2$ 的导函数 $h'(x)$ 的图像如图 1-3-7 所示, $f(x) = 6\ln x + h(x)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(1, m + \frac{1}{2})$ 上是单调函数, 求实数 m 的取值范围.

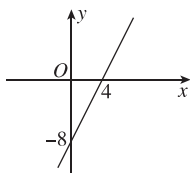


图 1-3-7

难点突破

- 15 [2018·金华十校调研] 已知定义在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 $f'(x) > 0$ 和 $f'(x) + f(x)\tan x < 0$ 都恒成立, 则对于 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, 下列结论中不一定成立的是 ()
- A. $f(\alpha)\cos\beta > f(\beta)\cos\alpha$
 B. $f(\alpha)\cos\alpha < f(\beta)\cos\beta$
 C. $f(\alpha)\sin\beta < f(\beta)\sin\alpha$
 D. $f(\alpha)\sin\alpha > f(\beta)\sin\beta$
- 16 设函数 $f(x) = x - \frac{1}{x} - 2m\ln x (m \in \mathbf{R})$, 讨论 $f(x)$ 的单调性.

1.3.2 函数的极值与导数

基础巩固

- ① 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 则“ $f'(x_0)=0$ ”是“ $x=x_0$ 是函数 $f(x)$ 的一个极值点”的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

- ② 对于函数 $f(x)=x^3-3x^2$, 给出下列结论:
- ① $f(x)$ 是增函数, 无极值;
② $f(x)$ 是减函数, 无极值;
③ $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty, 0), (2, +\infty)$, 单调递减区间为 $(0, 2)$;
④ $f(0)=0$ 是极大值, $f(2)=-4$ 是极小值.
- 其中正确的结论有 ()
- A. 1 个
B. 2 个
C. 3 个
D. 4 个

- ③ [2018·河北枣强中学高二期末] 若函数 $f(x)=e^x-2x$, 则 ()

- A. $x=\frac{2}{e}$ 为 $f(x)$ 的极小值点
B. $x=\frac{2}{e}$ 为 $f(x)$ 的极大值点
C. $x=\ln 2$ 为 $f(x)$ 的极小值点
D. $x=\ln 2$ 为 $f(x)$ 的极大值点

- ④ 在以下所给函数中, 存在极值点的函数是 ()
- A. $y=e^x+x$
B. $y=\ln x-\frac{1}{x}$
C. $y=-x^3$
D. $y=\sin x$

- ⑤ [2018·广东揭阳三中月考] 函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图像如图 1-3-8 所示, 则 ()

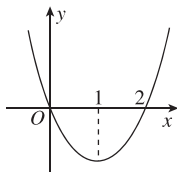


图 1-3-8

- A. $x=1$ 是 $f(x)$ 的极小值点
B. $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点
C. $x=2$ 是 $f(x)$ 的极小值点
D. 函数 $f(x)$ 在 $(1, 2)$ 上单调递增

- ⑥ 函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4}x^4$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的极值点为_____.

- ⑦ [2018·湖北襄阳四校高二期中] 若函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}$ 在 $x=a$ 处有极小值, 则实数 a 的值是_____.

- ⑧ 已知函数 $f(x)=2x^3-3x^2+a$ 的极大值为 6, 那么实数 a 的值是_____.

能力提升

- ⑨ [2018·甘肃甘谷一中高二月考] 已知实数 a, b, c, d 依次成等差数列, 且函数 $f(x)=\ln(x+2)-x$ 在 $x=b$ 处取得极大值 c , 则 $a+d$ 等于 ()

- A. -1
B. 0
C. 1
D. 2

- ⑩ 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+(a+6)x+1$ 有极大值和极小值, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $-1 < a < 2$
B. $-3 < a < 6$
C. $a < -3$ 或 $a > 6$
D. $a < -1$ 或 $a > 2$

- ⑪ [2018·内蒙古杭锦后旗奋斗中学月考] 已知函数 $f(x)=\ln x+ax^2-\frac{3}{2}x$, 若 $x=1$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点, 则函数 $f(x)$ 的极小值为 ()

- A. $\ln 2-2$
B. $\ln 2-1$
C. $\ln 3-2$
D. $\ln 3-1$

- ⑫ 设 $a \in \mathbf{R}$, 若函数 $f(x)=e^{ax}-x$ 有小于零的极值点, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $0 < a < 1$
B. $a > 1$
C. $0 < a < \frac{1}{e}$
D. $a > \frac{1}{e}$

- ⑬ [2018·四川南充中学高二期末] 设二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a, b, c \in \mathbf{R})$, 若函数 $g(x)=f(x)e^x$ (e 为自然对数的底数) 在 $x=-1$ 处取得极值, 则下列图像不可能为函数 $f(x)$ 的图像的是 ()

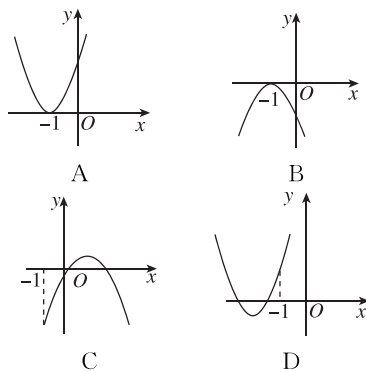


图 1-3-9

- ⑭ 若直线 $y=a$ 与函数 $y=x^3-3x$ 的图像有三个交点, 则实数 a 的取值范围是_____.

- ⑮ [2018·衡水中学高二期中] 已知函数 $f(x)=\ln x-ax-\frac{1}{2}x^3(a \in \mathbf{R})$, 若 $f(x)$ 在 $(1, 2)$ 内存在极值, 则 a 的取值范围为_____.

- 16 [2018·河北黄骅中学月考] 已知 $f(x) = a(x-5)^2 + 6\ln x$, 其中 $a \in \mathbf{R}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 y 轴相交于点 $(0, 6)$.

- (1) 确定 a 的值;
(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值.

- 17 [2018·福建莆田六中高二期] 已知 a 为实数, 函数 $f(x) = x^3 - ax^2 - 4x + 4a$ 满足 $f'(-1) = 0$.

- (1) 求 a 的值;
(2) 求 $f(x)$ 的单调区间和极值;
(3) 若方程 $f(x) = m$ 只有一个实数根, 求实数 m 的取值范围.

难点突破

- 18 [2018·长沙麓山国际实验学校月考] 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 满足 $2f(x) + xf'(x) < xf(x)$, 则 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的零点个数为 ()

- A. 1
B. 3
C. 5
D. 1 或 3

- 19 [2018·北京卷] 设函数 $f(x) = [ax^2 - (4a+1)x + 4a+3]e^x$.

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行, 求 a ;
(2) 若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极小值, 求 a 的取值范围.



1.3.3 函数的最大(小)值与导数

第1课时 函数的最大(小)值与导数(一)

基础巩固

1 下列说法正确的是 ()

- A. 函数的极大值就是函数的最大值
 B. 函数的极小值就是函数的最小值
 C. 函数的最值一定是极值
 D. 在闭区间上的连续函数一定存在最值

2 函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的最大值是 M , 最小值是 m , 若 $M=m$, 则 $f'(x)$ ()

- A. 等于 0
 B. 大于 0
 C. 小于 0
 D. 以上都有可能

3 函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x$ 在 $[-3,4]$ 上的最大值与最小值分别为 ()

- A. $\frac{16}{3}, -\frac{16}{3}$ B. $\frac{24}{3}, -\frac{16}{3}$
 C. $\frac{16}{3}, 3$ D. $\frac{24}{3}, 3$

4 函数 $f(x)=e^x-x$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值为 ()

- A. $1+\frac{1}{e}$ B. 1
 C. $e+1$ D. $e-1$

5 函数 $f(x)=\ln x-x$ 在区间 $(0,e]$ (e 为自然对数的底数) 上的最大值为 ()

- A. -1 B. 0
 C. 1 D. $1-e$

6 [2018·南京外国语学校高二期中] 函数 $y=x^4-4x+3$ 在区间 $[-2,3]$ 上的最小值为_____.

7 函数 $y=x+2\cos x$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上取得最大值时, x 的值为_____.

能力提升

8 若函数 $f(x)=x \cdot 2^x$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 当 $x=\frac{1}{\ln 2}$ 时, $f(x)$ 取得最大值
 B. 当 $x=\frac{1}{\ln 2}$ 时, $f(x)$ 取得最小值
 C. 当 $x=-\frac{1}{\ln 2}$ 时, $f(x)$ 取得最大值
 D. 当 $x=-\frac{1}{\ln 2}$ 时, $f(x)$ 取得最小值

9 函数 $y=\frac{\ln x}{x}$ 的最大值为 ()

- A. e^2 B. e^{-1}
 C. e D. $\frac{10}{3}$

10 [2018·赣州高二期中] 已知函数 $f(x)=x^3-12x+8$ 在区间 $[-3,3]$ 上的最大值与最小值分别为 M, m , 则 $M-m$ 的值为 ()

- A. 16 B. 12
 C. 32 D. 6

11 设直线 $x=t$ 与函数 $f(x)=x^2, h(x)=\ln x$ 的图像分别交于点 M, N , 则当 $|MN|$ 取到最小值时 t 的值为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12 [2018·安徽定远中学月考] 已知函数 $f(x)=x^3-\frac{(3+a)}{2}x^2+ax$ 在 $(1,2)$ 上不存在最值, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(1,2)$ B. $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$
 C. $(-\infty, 3] \cup [6, +\infty)$ D. $(3,6)$

13 [2018·浙江诸暨中学高二期中] 已知函数 $f(x)=-\frac{1}{x}+2x-3\ln x$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 当 $x \in \left[\frac{1}{e}, 2\right]$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值.

14 [2018·温州十五校联合体期末] 已知函数 $f(x) = (x^2 + x - 1)e^x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $m \geq -2$, 求函数 $f(x)$ 在 $[m, m+1]$ 上的最小值.

15 已知函数 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + a$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调递减区间;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值是 20, 求 $f(x)$ 在该区间上的最小值.

难点突破

16 [2018·全国卷 I] 已知函数 $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$, 则 $f(x)$ 的最小值是_____.

17 [2017·北京卷] 已知函数 $f(x) = e^x \cos x - x$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

第2课时 函数的最大(小)值与导数(二)

基础巩固

- ① 已知 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + m$ (m 为常数) 在区间 $[-2, 2]$ 上有最大值 3, 则此函数在区间 $[-2, 2]$ 上的最小值为 ()

A. -37 B. -29
C. -5 D. -11

- ② 已知函数 $y = \frac{ax^2}{x-1}$ ($x > 1$) 有最大值 -4, 则 a 的值为 ()

A. 1 B. -1 C. 4 D. -4

- ③ [2018 · 蚌埠二期中] 若函数 $f(x) = -\frac{2f'(1)}{3}\sqrt{x} - x^2$ 的最大值为 $f(a)$, 则 $a =$ ()

A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{\sqrt[3]{4}}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt[3]{4}}{8}$

- ④ 已知 e 是自然对数的底数, 若函数 $f(x) = e^x - x + a$ 的图像始终在 x 轴的上方, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $(-1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1)$
C. $[-1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$

- ⑤ 已知函数 $f(x) = x^3 - 3ax - a$ 在区间 $(0, 1)$ 内有最小值, 则实数 a 的取值范围是_____.

- ⑥ [2019 · 天津天和城实验中学高二检测] 已知函数 $y = -x^2 - 2x + 3$ 在区间 $[a, 2]$ 上的最大值为 $\frac{15}{4}$, 则 a 等于_____.

- ⑦ 将正数 a 表示成两个非负数之和, 使这两个非负数的立方和最小, 则这两个非负数应为_____和_____.

能力提升

- ⑧ [2018 · 广东中山一中高二月考] 已知函数 $f(x) = \ln x + x^2 + x$, 正实数 x_1, x_2 满足 $f(x_1) + f(x_2) + x_1 x_2 = 0$, 则下列结论中正确的是 ()

A. $x_1 + x_2 \geq \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $x_1 + x_2 < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
C. $x_1 + x_2 \geq \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ D. $x_1 + x_2 < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

- ⑨ [2018 · 抚州七校高二期末] 设函数 $f(x) = e^x(3x - 1) - ax + a$, 其中 $a < 1$, 若有且仅有两个整数 x_1, x_2 , 使得 $f(x_1) < 0, f(x_2) < 0$, 则 a 的取值范围是 ()

A. $\left[-\frac{2}{e}, 1\right)$ B. $\left[\frac{7}{3e^2}, 1\right)$
C. $\left[0, \frac{2}{e}\right)$ D. $\left[\frac{7}{3e^2}, \frac{2}{e}\right)$

- ⑩ [2018 · 甘肃天水一中高二期末] 已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}, g(x) = 2^x + a$, 若对任意的 $x_1 \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, 存在 $x_2 \in [2, 3]$, 使得 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 1]$ B. $[1, +\infty)$
C. $(-\infty, 2]$ D. $[2, +\infty)$

- ⑪ 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $f(1) = \frac{1}{2}$, 不等式 $f'(x) \leq \frac{1}{x} + x$ 的解集为 $(0, 1]$, 则

不等式 $\frac{f(x) - \ln x}{x^2} > \frac{1}{2}$ 的解集为 ()

A. $(0, 1)$ B. $(0, +\infty)$
C. $(1, +\infty)$ D. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

- ⑫ 若函数 $f(x) = -x^3 + mx^2 + 1$ ($m \neq 0$) 在区间 $(0, 2)$ 内的极大值为最大值, 则 m 的取值范围是_____.

- ⑬ [2018 · 遵义四中月考] 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (1 - a^2)x$ 在 $(0, 1)$ 上存在最小值, 则实数 a 的取值范围为_____.

- ⑭ [2018 · 张家口高二期末] 已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$, $g(x) = \frac{a \ln x}{x}$ ($a > 0$). 若对任意的实数 x_1 , 都存在正数 x_2 , 使得 $g(x_2) = f(x_1)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

- ⑮ 已知函数 $f(x) = x \ln x$.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的单调区间和最小值;

(2) 若函数 $F(x) = \frac{f(x) - a}{x}$ 在 $[1, e]$ 上的最小值为 $\frac{3}{2}$, 求实数 a 的值.

16 [2018·济宁一中高二期中] 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} +$

$\ln x - 1$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若对任意的 $x > 0$, 都有 $f(x) \geq 1 - a$, 求实数 a 的取值范围.

难点突破

17 [2018·成都外国语学校月考] 已知函数 $f(x) = \frac{f'(1)}{e} e^x + \frac{f(0)}{2} x^2 - x$, 若存在实数 m 使得不等式

$f(m) \leq 2n^2 - n$ 成立, 则实数 n 的取值范围为 ()

A. $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [0, +\infty)$

B. $(-\infty, -1] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

C. $(-\infty, 0] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

D. $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [1, +\infty)$

18 已知函数 $f(x) = \ln x + a(1-x)$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $f(x)$ 有最大值, 且最大值大于 $2a - 2$ 时, 求 a 的取值范围.

导数综合专训

① 已知函数 $f(x) = (ax-1)e^x$, $a \in \mathbf{R}$, e 是自然对数的底数.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上是增函数, 求实数 a 的取值范围.

② [2018 · 龙岩期末] 已知函数 $f(x) = x(a + \ln x)$, 其中 $a \in \mathbf{R}$, $g(x) = \frac{x}{e^x}$.

(1) 若函数 $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{1}{e}$, 求实数 a 的值;

(2) 当 $a > 0, x > 0$ 时, 求证: $g(x) - f(x) < \frac{2}{e}$.

③ [2018 · 山东济宁一中高二期中] 已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^x}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $a > 0$, 求函数 $f(x)$ 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值.

④ [2018 · 甘肃甘谷一中高二月考] 设函数 $f(x) = xe^x - x\left(\frac{a}{2}x + 1\right) + 2$.

(1) 若 $a=1$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $x \geq 0$ 时, 若 $f(x) \geq x^2 - x + 2$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

⑤ 函数 $f(x) = x \ln x - a(x-1)^2 - x$, $g(x) = \ln x - 2a(x-1)$, 其中常数 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论 $g(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a > 0$ 时, 若 $f(x)$ 有两个零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 求证: 在区间 $(1, +\infty)$ 上存在 $f(x)$ 的极值点 x_0 , 使得 $x_0 \ln x_0 + \ln x_0 - 2x_0 > 0$.

⑥ [2018 · 广东中山一中高二月考] 已知函数 $f(x) = a \ln x + x^2 - (2a+1)x$.

(1) 若函数 $f(x)$ 的图像在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + y + 3 = 0$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $a > 1$, 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最小值 $g(a)$;

(3) 若对任意的 $0 < x_1 < x_2$, 都有 $f(x_1) + x_1 < f(x_2) + x_2$, 求正实数 a 的取值范围.

滚动习题(二) [范围 1.2~1.3]

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

- ① [2018·沈阳铁路实验中学月考] 已知曲线 $y = \frac{x^2}{4} - 3\ln x$ 的一条切线的斜率为 $\frac{1}{2}$, 则切点的横坐标为 ()

A. -2 或 3 B. 3
C. -3 D. 2

- ② 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 - bx (a, b \in \mathbf{R})$ 的图像在点 $(1, -\frac{11}{3})$ 处的切线斜率为 -4, 则 ()

A. $a = -1, b = -3$
B. $a = -1, b = 3$
C. $a = 1, b = -3$
D. $a = 1, b = 3$

- ③ [2018·云南楚雄高二期末] 若函数 $f(x) = x^3 - ax - 2$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 3]$ B. $(-\infty, 9]$
C. $(-1, +\infty)$ D. $(-\infty, 3)$

- ④ 已知函数 $f(x) = \sin x - \cos x$, 若 $f'(a) = 2f(a)$, 则 $\tan a =$ ()

A. -3 B. 3
C. 1 D. -1

- ⑤ [2018·福建三明高二期末] 设函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 函数 $g(x) = xf'(x)$ 的图像如图 G2-1 所示, 则 ()

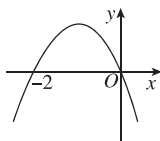


图 G2-1

- A. $f(x)$ 的极大值点为 $x = -2$, 极小值点为 $x = 0$
B. $f(x)$ 的极小值点为 $x = -2$, 极大值点为 $x = 0$
C. $f(x)$ 的极值点只有 $x = -2$
D. $f(x)$ 的极值点只有 $x = 0$
- ⑥ [2018·绵阳南山中学高二月考] 已知函数 $f(x) = x^{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$ 的图像与直线 $x = 1$ 交于点 P , 若函数 $f(x)$ 的图像在点 P 处的切线与 x 轴交点的横坐标为 x_n , 则 $\log_{2018} x_1 + \log_{2018} x_2 + \cdots + \log_{2018} x_{2017}$ 的值为 ()

A. -1 B. $1 - \log_{2018} 2017$
C. $-\log_{2018} 2017$ D. 1

- ⑦ [2018·河北黄骅中学高二月考] 若定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且满足 $f'(x) > 1 - f(x)$, $f(0) = 6$, 则不等式 $e^x f(x) > e^x + 5$ (其中 e 为自然对数

的底数) 的解集为 ()

A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$
C. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

- ⑧ 已知函数 $f(x) = \log_2 x$, 若 $f'(x_0) = 1$, 则 $x_0 =$ _____.

- ⑨ 函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的最大值和最小值分别为 _____.

- ⑩ 若函数 $f(x) = x^2 + a \ln x$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上存在极小值, 则实数 a 的取值范围为 _____.

- ⑪ [2018·甘肃甘谷一中高二月考] 若函数 $f(x) = \frac{x}{\ln x} - ax$ 在 $(1, +\infty)$ 上是减函数, 则实数 a 的最小值为 _____.

三、解答题(本大题共 4 小题,共 45 分)

- ⑫ (10 分) [2018·辽宁实验中学、沈阳东北育才学校等五校高二期末] 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + ax + 1$, 且函数 $f(x)$ 的图像在点 $(0, 1)$ 处的切线斜率为 -3.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 求 $f(x)$ 的极值.

13 (10 分) [2018 · 北京西城区高二期中] 已知函数

$$f(x) = \frac{x-1}{x} - \ln x.$$

(1) 求函数 $f(x)$ 的图像在点 $\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ 处的切线方程;

(2) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 求 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{4}, e\right]$ 上的最大值和最小值.

14 (12 分) [2018 · 金华十校调研] 已知函数 $f(x) = x^2 + ax - \ln x$.

(1) 若 $a=1$, 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数, 求实数 a 的取值范围.

15 (13 分) [2018 · 温州高二期末] 已知函数 $f(x) = x - \ln x - 2$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2) 如果不等式 $x \ln x + (1-k)x + k > 0 (k \in \mathbf{Z})$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上恒成立, 求 k 的最大值.

1.4 生活中的优化问题举例

基础巩固

- ① [2018·唐山海港中学高二月考] 炼油厂某分厂将原油炼为汽油,需对原油进行冷却和加热,如果第 x 小时,原油温度(单位:°C)为 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 8 (0 \leq x \leq 5)$,那么原油温度的瞬时变化率的最小值是 ()
- A. 8 B. $\frac{20}{3}$ C. -1 D. -8
- ② 某人以 6 m/s 的速度匀速前进追赶停在交通灯前的汽车,当他距离汽车 25 m 时,交通灯由红变绿,汽车以 1 m/s^2 的加速度开走,则人和汽车在行进中的最近距离是 ()
- A. 5 m B. 6 m C. 7 m D. 8 m
- ③ 某箱子的底面为正方形,其容积 $V(x)$ (单位: cm^3) 与底面边长 x (单位: cm) 的函数关系式为 $V(x) = x^2 \cdot \left(\frac{60-x}{2}\right)$,则当箱子的容积最大时,箱子的底面边长为 ()
- A. 30 cm B. 40 cm
C. 50 cm D. 以上都不正确
- ④ [2018·合肥一中高二期中] 正三棱柱的体积为 V ,则当其表面积最小时,底面边长为 ()
- A. $\sqrt[3]{V}$ B. $\sqrt[3]{2V}$ C. $2\sqrt[3]{V}$ D. $\sqrt[3]{4V}$
- ⑤ 用长为 90 cm,宽为 48 cm 的长方形铁皮做一个无盖的容器,先在四角各截去一个大小相同的小正方形,然后把四边翻转 90° 再焊接成一个长方体形容器,当容器的容积最大时,该容器的高为 ()
- A. 8 cm B. 9 cm C. 10 cm D. 12 cm
- ⑥ 内接于半径为 R 的球且体积最大的圆锥的高为 _____.

能力提升

- ⑦ 把长为 12 cm 的细铁丝锯成两段,各自围成一个正三角形,则这两个正三角形的面积之和的最小值是 ()
- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$ B. 4 cm^2
C. $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$ D. $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- ⑧ 一个内接于半径为 R 的半圆的矩形,当其周长最大时,矩形的两邻边长分别为 ()
- A. $\frac{R}{2}$ 和 $\frac{3}{2}R$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}R$ 和 $\frac{4\sqrt{5}}{5}R$
C. $\frac{4}{5}R$ 和 $\frac{7}{5}R$ D. 以上都不对

- ⑨ 某公司生产一种产品,固定成本为 20 000 元,每生产 1 件产品,成本增加 100 元,若销售该产品的总收入 $R(x)$ (单位:元) 与年产量 x (单位:件) 的关系式是

$$R(x) = \begin{cases} -\frac{x^3}{900} + 400x & (0 \leq x \leq 390), \\ 90\,090 & (x > 390), \end{cases}$$

则当总利润最大

时,每年生产该产品的件数是 ()

- A. 150 B. 200 C. 250 D. 300

- ⑩ 某房地产公司有 50 套公寓要出租,当月租金定为 1000 元时,公寓会全部租出去,月租金每增加 50 元,就会多 1 套租不出去.若租出去的公寓每月需花费 100 元维修费,则房租定为 _____ 元时可获得最大利润.

- ⑪ 同学们经过市场调查,得出了某种商品在 2017 年的价格 y (单位:元) 与月份 t 的函数关系式为 $y = 2 + \frac{t^2}{20-t}$ ($1 \leq t \leq 12$),则 10 月份该商品价格上涨的速度是 _____ 元/月.

- ⑫ [2018·甘肃甘谷一中高二月考] 已知球的直径为 d ,则当其内接正四棱柱体积最大时,正四棱柱的高为 _____.

- ⑬ 某人用饲养箱饲养某水产品,研究表明,一个饲养周期内,该水产品的箱产量 m (单位:千克) 与该箱投入的饲料费用 x (单位:元, $0 < x \leq 5$) 满足关系 $m = \frac{2x}{x+1}$. 另外,饲养过程中每箱还需投入其他费用 $3x$. 若该水产品的市场价格为 32 元/千克,一箱水产品全部售完后,获得的利润为 y (单位:元).

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 当 x 为何值时,利润最大,最大利润是多少元?

- 14 [2018·济宁高二期末] 已知某商品的进价为 1 元/件, 商户甲往年以 2 元/件的价格销售该商品时, 年销量为 1 万件. 今年计划下调销售价格以提高销量并增加收益, 据估算, 若今年的实际销售价格为 x 元/件 ($1 \leq x \leq 2$), 则年销量可增加 $4(2-x)^2$ 万件.

(1) 写出今年商户甲的收益 $f(x)$ (单位: 万元) 与 x 的函数关系式.

(2) 商户甲今年采取降低销售价格以提高销量的营销策略, 是否能获得比往年更多的收益? 请说明理由.

难点突破

- 15 [2017·全国卷 I] 如图 1-4-1, 圆形纸片的圆心为 O , 半径为 5 cm, 该纸片上的等边三角形 ABC 的中心为 O . D, E, F 为圆 O 上的点, $\triangle DBC, \triangle ECA, \triangle FAB$ 分别是以 BC, CA, AB 为底边的等腰三角形. 沿虚线剪开后, 分别以 BC, CA, AB 为折痕折起 $\triangle DBC, \triangle ECA, \triangle FAB$, 使得 D, E, F 重合, 得到三棱锥. 当 $\triangle ABC$ 的边长变化时, 所得三棱锥体积 (单位: cm^3) 的最大值为_____.

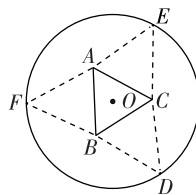


图 1-4-1

- 16 [2018·北京四中高二月考] 某地环保部门跟踪调查了一种有害昆虫的数量. 根据调查数据, 该昆虫的数量 y (单位: 万只) 与时间 x (单位: 年) (其中 $x \in \mathbf{N}^*$) 的关系为 $y = 2e^x$. 为有效控制有害昆虫的数量、保护生态环境,

环保部门通过实时监控比值 $M = \frac{ay}{x^2 - x + 1}$ (其中 a 为常数, 且 $a > 0$) 来进行生态环境分析.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求比值 M 取最小值时 x 的值.

(2) 经过调查, 环保部门发现: 当比值 M 不超过 e^4 (e 为自然对数的底数) 时不需要进行环境防护. 为确保恰好 3 年不需要进行保护, 求实数 a 的取值范围.



1.5 定积分的概念

1.5.1 曲边梯形的面积

1.5.2 汽车行驶的路程

1.5.3 定积分的概念

基础巩固

- ① 求由曲线 $y = e^x$, $x = 2$, $y = 1$ 围成的曲边梯形的面积时,若选择 x 为积分变量,则积分区间为 ()
A. $[0, e^2]$ B. $[0, 2]$ C. $[1, 2]$ D. $[0, 1]$
- ② 定积分 $\int_a^b f(x) dx$ 的大小 ()
A. 与 $f(x)$ 和积分区间 $[a, b]$ 有关,与 ξ_i 的取法无关
B. 与 $f(x)$ 有关,与区间 $[a, b]$ 以及 ξ_i 的取法无关
C. 与 $f(x)$ 以及 ξ_i 的取法有关,与区间 $[a, b]$ 无关
D. 与 $f(x)$ 、积分区间 $[a, b]$ 和 ξ_i 的取法都有关
- ③ 当 $a > b$, 且 $f(x) > 0$ 时, $\int_a^b f(x) dx$ 的值 ()
A. 一定是正的
B. 一定是负的
C. 当 $a > b > 0$ 时是正的,当 $0 > a > b$ 时是负的
D. 无法判断
- ④ [2018 · 吉林延边汪清六中高二月考] $\int_{-1}^1 |x| dx =$ ()
A. $\int_{-1}^1 x dx$
B. $\int_{-1}^1 (-x) dx$
C. $\int_{-1}^0 (-x) dx + \int_0^1 x dx$
D. $\int_{-1}^0 x dx + \int_0^1 (-x) dx$
- ⑤ [2018 · 延安延川中学月考] 定积分 $\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$ 表示 ()
A. 半径为 4 的圆的面积
B. 半径为 4 的半圆的面积
C. 半径为 4 的圆的面积的 $\frac{1}{4}$
D. 半径为 16 的圆的面积的 $\frac{1}{4}$
- ⑥ [2018 · 淄博一中高二月考] $\int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx =$ _____.

能力提升

- ⑦ 在“近似代替”中,函数 $f(x)$ 在区间 $[x_i, x_{i+1}]$ 上的近似值 ()
A. 只能是左端点的函数值 $f(x_i)$
B. 只能是右端点的函数值 $f(x_{i+1})$
C. 可以是该区间内的任一函数值 $f(\xi_i)$ ($\xi_i \in [x_i, x_{i+1}]$)
D. 以上答案均不正确
- ⑧ 下列说法不正确的是 ()
A. 若 $f(x)$ 是连续的奇函数,则 $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$
B. 若 $f(x)$ 是连续的偶函数,则 $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$
C. 若 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续且恒为正,则 $\int_a^b f(x) dx > 0$
D. 若 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续且 $\int_a^b f(x) dx > 0$, 则 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上恒为正
- ⑨ [2018 · 河南天一大联考] 设 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = K$, 则 $\int_0^{\frac{5\pi}{2}} |\sin x| dx =$ ()
A. K B. $2.5K$
C. $4K$ D. $5K$
- ⑩ [2018 · 咸阳高二期末] 如图 1-5-1 所示,阴影部分的面积可用定积分表示为 ()
A. $\int_0^1 2^x dx$
B. $\int_0^1 (2^x - 1) dx$
C. $\int_0^1 (2^x + 1) dx$
D. $\int_0^1 (1 - 2^x) dx$

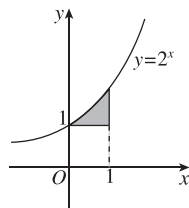


图 1-5-1

⑪ 已知 $a = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \left(\frac{i}{n}\right)^2$, $n \in \mathbf{N}^*$, $b = \int_0^1 x^2 dx$, 则 a, b 的大小关系是 ()

- A. $a > b$ B. $a = b$
C. $a < b$ D. 不确定

⑫ [2019 · 江西奉新一中高二月考] 求值: $\int_1^2 2x dx =$ _____.

⑬ 把 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{3}{n} + \cdots + \frac{n-1}{n} + 1 \right)$ 写成定积分式为 _____.

⑭ 利用定积分的性质和几何意义求定积分: $\int_0^2 (2 - |1 - x|) dx$.

⑮ 已知 $\int_0^e x dx = \frac{e^2}{2}$, $\int_0^e x^3 dx = \frac{e^4}{4}$, 计算下列定积分:

- (1) $\int_0^e (2x + x^3) dx$;
(2) $\int_0^e (2x^3 - x) dx$.

难点突破

⑯ [2018 · 亳州涡阳一中高二月考] $\int_{-2}^m \sqrt{-x^2 - 2x} dx = \frac{\pi}{2}$, 则 $m =$ ()

- A. -1 B. 0
C. 1 D. 2

⑰ [2018 · 太原五中月考] 由曲线 $y = \sin x$, $y = \cos x$ 和直线 $x = 0$, $x = \pi$ 所围成的平面图形的面积, 用定积分表示为 ()

- A. $\int_0^\pi (\cos x - \sin x) dx$
B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^\pi (\sin x - \cos x) dx$
C. $\int_0^\pi (\sin x - \cos x) dx$
D. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^\pi (\cos x - \sin x) dx$