



全品作业本

QUANPIN ZUOYEBEN

主 编:肖德好

本册主编:高明山

编 者:高明山 苗孟义 吴旻玲

特约主审:沈新权 叶利民

高中数学
选修 2-3
新高考(RJA)

开明出版社

第一章 计数原理

01

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	1
第1课时 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(一)	1
第2课时 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(二)	3
1.2 排列与组合	5
1.2.1 排列	5
1.2.2 组合	7
1.2.3 排列与组合的综合	9
第1课时 排列与组合的综合(一)	9
第2课时 排列与组合的综合(二)	11
▶ 滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]	13
1.3 二项式定理	15
1.3.1 二项式定理	15
1.3.2 “杨辉三角”与二项式系数的性质	17
▶ 热点题型探究(一)	19
题型1 分类(分步)型、先取后排型	19
题型2 至多(至少)型	19
题型3 插空、捆绑、隔板型	19
题型4 特殊元素(位置)型	20
题型5 通项运用型、三项转二项型、系数和差求值型	20
▶ 本章基础排查(一)	21
▶ 本章能力测评(一)	23

第二章 概率

02

2.1 随机事件的概率	27
2.1.1 随机事件的概率	27

2.1.2 概率的意义	29
2.1.3 概率的基本性质	31
2.2 古典概型	33
2.2.1 古典概型	33
2.3 离散型随机变量及其分布列	35
2.3.1 离散型随机变量	35
2.3.2 离散型随机变量的分布列	35
2.4 二项分布及其应用	37
2.4.1 条件概率	37
2.4.2 事件的相互独立性	39
2.4.3 独立重复试验与二项分布	41
▶ 滚动习题(二) [范围 2.1~2.4]	43
2.5 离散型随机变量的均值与方差	45
2.5.1 离散型随机变量的均值	45
2.5.2 离散型随机变量的方差	47
▶ 热点题型探究(二)	49
题型1 摸球问题	49
题型2 与比赛有关的概率问题	49
题型3 离散型随机变量的分布列、期望与方差	50
▶ 本章基础排查(二)	51
▶ 本章能力测评(二)	53

综合测评

▶ 模块结业测评(一)	57
▶ 模块结业测评(二)	61
▶ 模块结业测评(三)	65
参考答案	69

第一章 计数原理

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理

第1课时 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(一)

基础巩固

- ① 某中学需从某师范大学毕业的3名女大学生和2名男大学生中选聘1人,则不同的选法种数为 ()
- A. 6
B. 5
C. 3
D. 2
- ② [2018·茅盾中学高二期中] 证明某一数学问题时,有5名同学只会用综合法,有3名同学只会用分析法,现从这8名同学中任选1名同学证明这个问题,不同的选法种数为 ()
- A. 8
B. 15
C. 18
D. 30
- ③ 某乒乓球队里有男队员6人、女队员5人,现从中选取男、女队员各一人组成混合双打队,不同的组队方法有 ()
- A. 11种
B. 30种
C. 5^6 种
D. 6^5 种
- ④ 小明家的有线电视可以接收中央台12个频道、北京台10个频道、其他省市电视台46个频道的节目,若这些频道播放的节目不同,则小明共可以选择收看 _____ 个节目.
- ⑤ 个位数字大于十位数字的两位数共有 _____ 个.
- ⑥ 一位同学希望在暑假期间给他的4位好友每人发一条问候短信,为省下时间学习,他准备从手机草稿箱中直接选取已有短信内容发出.已知他的手机草稿箱中只有3条适合的短信,则该同学共有 _____ 种不同的发短信的方法.

能力提升

- ⑦ 从甲地到乙地一天内有6班汽车、4班火车、2班轮船,则从甲地到乙地的不同的走法种数为 ()
- A. 10
B. 12
C. 24
D. 48

- ⑧ [2018·湖州高二期末] 若集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则从集合 A 到集合 B 的不同映射的个数是 ()
- A. 12
B. 24
C. 64
D. 81
- ⑨ 一个袋子里放有4个球,另一个袋子里放有5个球,每个球各不相同,从这两个袋子里各取一个球,不同取法的种数为 ()
- A. 4
B. 5
C. 9
D. 20
- ⑩ 从 a, b, c, d, e 这5个人中选1名组长和1名副组长,但 a 不能当副组长,则不同的选法种数为 ()
- A. 20
B. 16
C. 10
D. 6
- ⑪ 从数字 $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 中取两个数相加,其和是偶数,共有 _____ 种取法.
- ⑫ 电视台连续播放6个不同的广告,其中2个是公益广告,4个是商业广告,若要求首尾必须播放公益广告,则共有 _____ 种不同的播放形式.
- ⑬ 李芳有4件不同颜色的衬衣,3件不同颜色的半身裙,另有2套不同样式的连衣裙,现李芳需选择1套服装参加歌舞演出,则李芳选择服装的不同方法共有 _____ 种.
- ⑭ [2018·北仑中学高二期中] 用6种不同的颜色给如图1-1-1所示的4个格子涂色,每个格子涂一种颜色,要求相邻的两个格子颜色不同,且两端的格子的颜色也不同,则不同的涂色方法共有 _____ 种.



图 1-1-1



15 [2018·山西忻州一中月考] 已知曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,

其中 $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

(1) 若曲线 C 表示椭圆, 求不同的椭圆的个数;

(2) 若曲线 C 表示焦点在 x 轴上的椭圆, 求不同的椭圆的个数.

16 现有 4 幅不同的水彩画, 2 幅不同的油画, 6 幅不同的国画.

(1) 从中任选一幅画, 有几种不同的选法?

(2) 从这些水彩画、油画、国画中各选一幅画, 有几种不同的选法?

(3) 从这些画中选出两幅不同种类的画, 有几种不同的选法?

难点突破

17 [2018·诸暨牌头中学高二期中] 一个三位自然数的百位、十位、个位上的数字依次为 a, b, c , 当且仅当 $a > b$, $b < c$ 时称这个自然数为“凹数”(如 213). 若 $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4\}$, 且 a, b, c 互不相同, 则这个三位数为“凹数”的情况有 ()

- A. 6 种
B. 7 种
C. 8 种
D. 9 种



18 [2018·湖南新田一中月考] 已知集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 集合 $B = \{b_1, b_2\}$, 其中 $a_i, b_j (i=1, 2, 3, 4, j=1, 2)$ 均为实数.

(1) 从集合 A 到集合 B 有多少个不同的映射?

(2) 有多少个以集合 A 为定义域, 集合 B 为值域的不同函数?

第2课时 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(二)

基础巩固

- ① 从 6 名班委中选出 2 人分别担任正、副班长,不同的选法种数为 ()
- A. 11 B. 12
C. 30 D. 36
- ② 已知 $A = \{x | -1 < x < 3, x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | 2 < x < 5, x \in \mathbf{N}\}$, 若从集合 A 和集合 B 中各取一个元素作为直角坐标系中点的坐标, 则可以得到不同的点的个数为 ()
- A. 12 B. 6
C. 24 D. 3
- ③ 已知 $a \in \{3, 4, 6\}$, $b \in \{1, 2\}$, $r \in \{1, 4, 9, 16\}$, 则方程 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 可表示的不同圆的个数是 ()
- A. 6 B. 9
C. 16 D. 24
- ④ 用 $0, 1, \dots, 9$ 这十个数字可以组成有重复数字的三位数的个数为 ()
- A. 243 B. 252
C. 261 D. 279
- ⑤ [2018 · 萧山一中月考] 5 位同学报名参加 2 个课外活动小组, 每位同学限报其中的 1 个小组, 则不同的报名方法共有 ()
- A. 10 种
B. 20 种
C. 25 种
D. 32 种
- ⑥ 现有 4 种不同的颜色为如图 1-1-2 所示的 4 个词语染色, 要求 1 个词语只涂 1 种颜色, 相邻的词语涂不同的颜色, 则不同的涂法种数为 ()

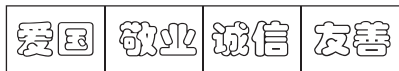


图 1-1-2

- A. 144
B. 108
C. 54
D. 27

能力提升

- 7** 从 0, 2 中选一个数字, 从 1, 3, 5 中选两个数字, 组成无重复数字的三位数, 其中奇数的个数为 ()
A. 24 B. 18
C. 12 D. 6
- 8** 某体育彩票规定: 从 01 到 36 共 36 个号码中抽出 7 个号码为一注, 每注 2 元. 某人想先选定号码 18, 然后再从 01 到 17 中选 3 个连续的号, 从 19 到 29 中选 2 个连

续的号,从 30 到 36 中选 1 个号组成一注,则此人要把符合这种要求的号各买一注,要花 ()

- A. 1050 元
B. 1052 元
C. 2100 元
D. 2102 元

- ⑨ 如图 1-1-3 所示,在 A, B 之间有四个焊接点,若焊接点脱落,则可能导致线路不通,现发现 A, B 之间线路不通,则焊接点脱落的不同情况有 ()

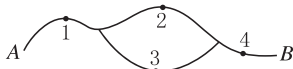



图 1-1-3

- A. 10 种
B. 13 种
C. 12 种
D. 15 种
- ⑩ [2018·烟台二中月考] 从 1, 3, 5, 7, 9 这五个数中, 每次取出两个不同的数分别记为 a, b , 共可得到 $\lg a - \lg b$ 的不同值的个数是 ()
A. 9
B. 10
C. 18
D. 20
- ⑪ 5 位同学站成一排准备照相的时候, 有 2 位老师碰巧路过, 同学们强烈要求与老师合影留念, 如果 5 位同学顺序一定, 那么 2 位老师与同学们站成一排照相的站法总数为 ()
A. 6 种
B. 20 种
C. 30 种
D. 42 种
- ⑫ 已知集合 $M = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, $a, b \in M$, 则 $P(a, b)$ 可表示 _____ 个第二象限的点.
- ⑬ [2018·河北巨鹿中学月考] 甲、乙、丙、丁 4 人进行篮球训练时互相传球, 且每人接球后立即传给别人. 若由甲发球, 并开始第一次传球, 则传球四次后, 球又回到甲手中的传球方法共有 _____ 种.
- 



- ⑫ 已知集合 $M = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, $a, b \in M$, 则 $P(a, b)$ 可表示 _____ 个第二象限的点.
- ⑬ [2018 · 河北巨鹿中学月考] 甲、乙、丙、丁 4 人进行篮球训练时互相传球, 且每人接球后立即传给别人. 若由甲发球, 并开始第一次传球, 则传球四次后, 球又回到甲手中的传球方法共有 _____ 种.
- ⑭ 将 2 个 a 和 2 个 b 共 4 个字母填在如图 1-1-4 所示的 16 个小方格内, 每个小方格内至多填 1 个字母. 若要使所有字母既不同行也不同于列, 则不同的填法共有 _____ 种. (用数字作答)

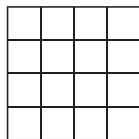


图 1-1-4



- 15 在某种信息传输过程中,用4个数字的一个排列(数字允许重复)表示一个信息,不同排列表示不同信息.若所用数字只有0和1,则与信息0110至多有两个对应位置上的数字相同的信息有多少个?

- 16 [2018·台州高二期末] (1)用 $1,2,3,\dots,9$ 这9个数字,可以组成多少个没有重复数字的三位数?
(2)用 $1,2,3,\dots,9$ 这9个数字,可以组成多少个没有重复数字的两位偶数?

难点突破

- 17 已知 $a,b\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $u=\log_a b$,则 u 的不同取值的个数为_____.
- 18 为回馈顾客,某通信运营商推出了“优惠卡活动”.已知卡号的前七位是固定的,后四位为“0000”到“9999”这10 000组数字中的一组.若规定凡卡号后四位带有“6”或“8”的一律作为“优惠卡”,则“优惠卡”的总张数为_____.

1.2 排列与组合

1.2.1 排列

基础巩固

- ① $(x-3)(x-4)(x-5)\cdots(x-12)(x-13)$, $x \in \mathbf{N}_+$, $x > 13$ 可表示为 ()
- A. A_{x-3}^{10} B. A_{x-3}^{11}
C. A_{x-13}^{10} D. A_{x-13}^{11}
- ② 已知 $A_n^2 = 7A_{n-4}^2$, 则 n 的值是 ()
- A. 2 B. 6
C. 7 D. 8
- ③ 6 位选手依次演讲, 其中选手甲不排在第一个也不排在最后一个演讲, 则不同的演讲次序共有 ()
- A. 240 种 B. 360 种
C. 480 种 D. 720 种
- ④ 从 0, 1, 2, 3, 4 中选取三个不同的数字组成一个三位数, 其中偶数有 ()
- A. 30 个 B. 27 个
C. 36 个 D. 60 个
- ⑤ 将 1 个白球、1 个红球、3 个相同的黄球摆放成一排, 则白球与红球不相邻的排法有 _____ 种.
- ⑥ 从 5 名学生中任选 4 名分别参加数学、物理、化学、生物竞赛, 且每科竞赛只有 1 人参加. 若甲不能参加生物竞赛, 则不同的选择方案共有 _____ 种.

能力提升

- ⑦ 已知 6 位选手依次演讲, 其中选手甲的演讲顺序已经确定, 则不同的演讲次序共有 ()
- A. 120 种 B. 240 种
C. 480 种 D. 720 种
- ⑧ 已知自然数 x 满足 $3A_{x+1}^3 = 2A_{x+2}^2 + 6A_{x+1}^2$, 则 $x =$ ()
- A. 3 B. 5
C. 4 D. 6
- ⑨ 某航空母舰在某次舰载机起降飞行训练中, 有甲、乙、丙、丁、戊 5 架舰载机准备着舰. 如果甲、乙两机必须相邻着舰, 而丙、丁两机不能相邻着舰, 那么不同的着舰方法共有 ()
- A. 12 种 B. 18 种
C. 24 种 D. 48 种
- ⑩ 在由数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成的没有重复数字的四位数中, 能被 5 整除的有 ()
- A. 512 个 B. 192 个
C. 240 个 D. 108 个

- ⑪ 三个人坐在一排八个座位上, 若每人的两边都要有空位, 则不同的坐法种数为 _____.

- ⑫ 若 $q < 19$, 则将 $(x-q)(x-q-1)(x-q-2)\cdots(x-19)$ 写成 A_n^m 的形式是 _____.

- ⑬ [2018 · 湖州高二期末] 由数字 0, 1, 2, 3 可组成 _____ 个没有重复数字的四位数, 其中数字 0, 1 相邻的四位数有 _____ 个. (用数字作答)

- ⑭ 解下列方程或不等式:

(1) $3A_8^x = 4A_9^{x-1}$; (2) $A_{x-2}^2 + x \geq 2$.



15 [2018·重庆彭水一中月考] 现将四位师傅和四名徒弟排成一排.

- (1)若四名徒弟必须排在一起,共有多少种排法?
- (2)若四名徒弟都不相邻,共有多少种排法?
- (3)若师傅之间互不相邻,徒弟之间也互不相邻,共有多少种排法?

16 用0,1,2,3,4,5六个数字排成没有重复数字的六位数,满足下列条件的分别有多少个?

- (1)0不在个位;
- (2)1与2相邻;
- (3)1与2不相邻;
- (4)0与1之间恰有两个数;
- (5)1不在个位;
- (6)偶数数字从左向右按从小到大排列.

难点突破

17 [2018·温州十五校高二期末] 用数字1,2,3,4,5构成无重复数字的五位数,要求数字1,3不相邻,数字2,5相邻,则这样的五位数的个数是_____.(用数字作答)



18 [2018·河南南阳一中月考] 现有0,1,2,3,4,5六个数字.

- (1)这六个数字能组成多少个无重复数字的四位偶数?
- (2)这六个数字能组成多少个无重复数字且为5的倍数的五位数?
- (3)这六个数字能组成多少个无重复数字且比1325大的四位数?



1.2.2 组合

基础巩固

- ①圆上有10个点,每过3个点画一个圆内接三角形,则共可以画的三角形个数为 ()
- A. 720 B. 360
- C. 240 D. 120
- ② $C_{10}^9 + C_{10}^8 =$ ()
- A. 45
- B. 55
- C. 65
- D. 以上都不对
- ③已知 $C_n^8 = 56$ (其中 $0 \leq n \leq 8$, 且 $n \in \mathbf{N}$), 则 n 的值是 ()
- A. 7 B. 6
- C. 5 D. 3 或 5
- ④5个人分4本相同的书,若每人至多分1本,且必须分完,则不同的分发种数为 ()
- A. A_5^4 B. 4^5
- C. C_5^4 D. 5^4
- ⑤从4名同学中选出3人参加一项活动,则不同的选法有 _____ 种. (用数字作答)
- ⑥从7名志愿者中安排6人在周六、周日两天参加社区公益活动,若每天安排3人,则不同的安排方案共有 _____ 种. (用数字作答)

能力提升

- ⑦ $\frac{m(m+1)(m+2)\cdots(m+20)}{20!}$ 可表示为 ()
- A. A_{m+20}^{20}
- B. C_{m+20}^{20}
- C. $21C_{m+20}^{20}$
- D. $21C_{m+20}^{21}$
- ⑧ [2018·桐乡茅盾中学高二期中] 某数学教研组开设了3门职业技能类选修课、4门知识类选修课,若一位同学要从中选3门课,且每类选修课中至少选1门,则不同的选法共有 ()
- A. 48种 B. 35种
- C. 42种 D. 30种
- ⑨ [2018·大庆铁人中学期中] 若将身高互不相同的6个人排成2横行3纵列,且要求第一行的每个人都比他同列的第二行的人矮,则所有不同的排法种数是 ()
- A. 15
- B. 84
- C. 90
- D. 540

- ⑩ [2018·宁波九校高二期末] 从1,2,3,⋯,9这九个数中取出四个不同的数,若其和为偶数,则不同的取法共有 ()
- A. 62种 B. 64种
- C. 65种 D. 66种
- ⑪ [2018·东阳中学月考] 某班级有一个7人的小组,现从该小组中选出3人调整座位,且3人的座位都有变动,其余4人的座位不变,则不同的调整方法共有 ()
- A. 35种
- B. 70种
- C. 210种
- D. 105种
- ⑫ 计算: $C_8^2 + C_8^3 + C_9^2 =$ _____.
- ⑬ 在1,3,5,7,11,13,17这七个数中取两个数作乘法,可得 _____ 个不同的积. (用数字作答)
- ⑭ [2018·江西宁师中学、会昌中学联考] 学校将5个参加知识竞赛的名额全部分配给高二年级的4个班级,若甲班至少分配2个名额,则不同的分配方法共有 _____ 种.
- ⑮ 解方程 $3C_{x-3}^{x-7} = 5A_{x-4}^2$.



- 16 现有 8 名青年,其中有 5 名能胜任英语翻译工作,有 4 名能胜任德语翻译工作(有 1 名青年两项工作都能胜任).现在要从中挑选 5 名青年承担一项任务,其中 3 名从事英语翻译工作,2 名从事德语翻译工作,则有多少种不同的选法?

难点突破

- ⑪ 某班有 60 名学生,其中正、副班长各 1 人,现要选派 5 人参加一项社区活动,要求正、副班长至少 1 人参加,问共有多少种选派方法? 下面是学生提供的四个计算式,其中错误的是 ()
- A. $C_2^1 C_{59}^4$ B. $C_{60}^5 - C_{58}^5$
- C. $C_2^1 C_{59}^4 - C_2^2 C_{58}^3$ D. $C_2^1 C_{58}^4 + C_2^2 C_{58}^3$
- ⑫ [2018·诸暨牌头中学高二期中] 在四面体的顶点和各棱的中点这 10 个点中取 4 个不共面的点,不同的取法共有 _____ 种.
- ⑬ [2018·桂林一中期中] 有 8 件产品,其中一等品 3 件,二等品 3 件,三等品 2 件,从中任意抽取 4 件.
- (1) 没有一等品的不同取法共有多少种?
- (2) 一等品、二等品、三等品至少各有 1 件的不同取法共有多少种?



1.2.3 排列与组合的综合

第1课时 排列与组合的综合(一)

层级一:排列的应用

- ① [2018·西安一中月考] 用数字1,2,3,4,5组成的无重复数字的四位偶数的个数为 ()
- A. 8
B. 24
C. 48
D. 120
- ② 从0,1,2,3,4,5共6个数中任取3个组成无重复数字的三位数,其中能被5整除的有 ()
- A. 40个
B. 36个
C. 28个
D. 60个
- ③ 用1,2,3,4,5这五个数字可以组成比20 000大,并且百位数不是数字3的没有重复数字的五位数共有 ()
- A. 96个
B. 78个
C. 72个
D. 64个
- ④ 一天有语文、数学、英语、物理、化学、生物、体育七节课,体育不在第一节上,数学不在第六、七节上,这天课表的不同排法种数为 ()
- A. $A_7^7 - A_5^5$
B. $A_4^2 A_5^5$
C. $A_5^1 A_6^1 A_5^5$
D. $A_6^6 + A_4^1 A_5^1 A_5^5$
- ⑤ 有5盆互不相同的玫瑰花,其中黄玫瑰2盆、白玫瑰2盆、红玫瑰1盆,现把它们摆放成一行,要求2盆白玫瑰不能相邻,则这5盆玫瑰花的不同摆放方法种数是 ()
- A. 120
B. 72
C. 12
D. 36
- ⑥ [2018·宁波九校高二期末] 小明的爸爸、妈妈、爷爷、奶奶和小明一起参加《中国诗词大会》的录制时,5人坐成一排.若小明的父母至少有一人与小明相邻,则不同的排法总数为_____.

层级二:组合的应用

- ① [2018·烟台二中月考] 某班在5名男生、4名女生中选择4人参加演讲比赛,若选中的4人中既有男生又有女生,且男生甲和女生乙最少有1人被选中,则不同的选择方法共有 ()
- A. 91种
B. 90种
C. 89种
D. 86种
- ② 现有16个不同的小球,其中红色、黄色、蓝色、绿色小球各4个.从16个小球中任取3个,要求这3个小球不能是同一种颜色,且红色小球至多取1个,则不同的取法种数为 ()
- A. 232
B. 256
C. 408
D. 472
- ③ 某校要求每位学生从7门课程中选修4门,其中甲、乙两门课程不能都选,则不同的选课方案有 ()
- A. 35种
B. 16种
C. 20种
D. 25种
- ④ 将12名同学分配到三个企业进行社会调查,若每个企业分配4人,则不同的分配方案共有 ()
- A. $C_{12}^4 C_8^4 C_4^4$ 种
B. $3C_{12}^4 C_8^4 C_4^4$ 种
C. $C_{12}^4 C_8^4 A_3^3$ 种
D. $\frac{C_{12}^4 C_8^4 C_4^4}{A_3^3}$ 种
- ⑤ [2018·温州十五校期中] 某高中举办“情系母校”活动,学校安排6名大学生到高一年级A,B,C三个班级中参加活动,且每个班级安排2名同学.若甲同学必须到A班级,乙同学和丙同学均不能到C班级,则不同的安排方法共有 ()
- A. 12种
B. 9种
C. 6种
D. 5种
- ⑥ 2018年某地春季高考有10所高校招生,如果有3位同学恰好被其中2所高校录取,那么录取方式有_____种.



层级三:排列与组合的综合应用

- ① 现有两门不同科目的考试要安排在5天之内进行,每天最多进行一门考试,且不能连续两天有考试,那么不同的考试安排方案种数为 ()
- A. 6 B. 8
C. 12 D. 16
- ② 将四个不同的小球放入编号为1,2,3,4的四个盒子中,则恰有一个空盒的放法共有 ()
- A. 24种 B. 6种
C. 96种 D. 144种
- ③ 将甲、乙等5名学生分配到三个不同的班级,每个班级至少一人,则甲、乙在同一班级的分配方案共有 ()
- A. 72种 B. 36种
C. 18种 D. 12种
- ④ 某高中的4名高三学生计划在高考结束后到西藏、新疆、香港3个地区去旅游,要求每个地区都要有学生去,每个学生只去一个地区,且学生甲不到香港,则不同的出行安排有 ()
- A. 36种 B. 28种
C. 24种 D. 22种
- ⑤ [2018·河北邢台一中月考] 7个人排成一排,甲排中间,且乙与丙相邻的总排法数为 ()
- A. 120 B. 192
C. 240 D. 960
- ⑥ [2018·烟台二中月考] 六个人从左至右排成一行,最左端只能排甲或乙,最右端不能排甲,则不同的排法共有 ()
- A. 192种 B. 216种
C. 240种 D. 288种
- ⑦ 某校选定甲、乙、丙、丁、戊共5名教师去3个边远地区支教(每个地区至少1人),其中甲和乙一定不在同一地区,甲和丙必须在同一地区,则不同的选派方案共有 ()
- A. 27种
B. 30种
C. 33种
D. 36种
- ⑧ 分配4名水暖工去3个不同的居民家里检查暖气管道,要求4名水暖工都分配出去,且每个居民家都要有人去检查,那么分配方案共有 ()
- A. A_4^3 种
B. $A_3^3 A_3^1$ 种
C. $C_4^2 A_3^3$ 种
D. $C_4^1 C_3^1 A_3^3$ 种



- ⑨ 现安排甲、乙、丙、丁、戊5名同学参加某运动会志愿服务活动,每人从事翻译、导游、礼仪、司机四项工作之一,每项工作至少有一人参加.甲、乙不会开车但能从事其他三项工作,丙、丁、戊都能胜任四项工作,则不同安排方案的种数为 ()
- A. 152
B. 126
C. 90
D. 54
- ⑩ [2018·河南南阳一中月考] 甲、乙、丙3人站到共有7级的台阶上,若每级台阶最多站2人,同一级台阶上的人不区分站的位置,则不同的站法种数是_____. (用数字作答)
- ⑪ [2018·北仑中学高二期中] 有5个男生和3个女生,从中选出5人担任语文、数学、英语、物理、历史5门学科的课代表,分别求符合下列条件的选法数.
- (1)有女生但人数必须少于男生;
(2)男生甲必须包括在内,但不担任数学课代表;
(3)语文课代表由女生乙担任,男生丙担任数学课代表或物理课代表.



第2课时 排列与组合的综合(二)

层级一:排列的应用

- ①从6名志愿者中选出4人分别从事翻译、导游、导购、保洁四项不同的工作,若甲、乙2名志愿者不能从事翻译工作,则选派方案共有 ()
- A. 280种 B. 240种
C. 180种 D. 96种
- ②航空母舰“辽宁舰”将进行一次编队配置科学试验,要求2艘攻击型核潜艇一前一后,3艘驱逐舰和3艘护卫舰分列左右,每侧3艘,同侧不能都是同种舰艇,则编队方案的种数为 ()
- A. 72 B. 324
C. 648 D. 1296
- ③6把椅子摆成一行,3人随机就座,任何2人不相邻的坐法种数为 ()
- A. 144 B. 120
C. 72 D. 24
- ④将A,B,C,D,E排成一列,要求A,B,C在排列中顺序为“A,B,C”或“C,B,A”(可以不相邻),这样的排列有 ()
- A. 12种 B. 20种
C. 40种 D. 60种
- ⑤[2018·台州高二期末]用6种不同颜色的涂料给如图1-2-1所示的几何体的9个顶点涂色,若每个顶点只能涂1种颜色的涂料,A和 C_1 同色、B和 D_1 同色、C和 A_1 同色、D和 B_1 同色,且图中每条线段的2个端点涂不同的颜色,则不同的涂色方法共有 ()

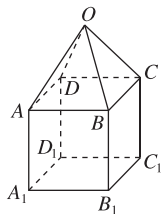


图 1-2-1

- A. 720种 B. 360种
C. 120种 D. 60种
- ⑥[2018·温州十五校期中]某公共汽车站有7个候车位(成一排),现有甲、乙、丙、丁、戊5名同学随机坐在座位上候车.若甲、乙相邻且丙、丁不相邻,则不同的坐法种数为_____.(用数字作答)

层级二:组合的应用

- ①某医院的儿科有6名男医生、5名女医生,从中选出2名男医生、1名女医生组成一个医疗小组,则不同的选法共有 ()
- A. 60种 B. 70种
C. 75种 D. 150种
- ②[2018·哈尔滨六中月考]某公司共有5个不同的部门,现有4名在校大学生来该公司实习,要求将这4名在校大学生安排到该公司的2个不同部门,且每个部门安排2名,则不同的安排方法种数为 ()
- A. 40 B. 60
C. 120 D. 240
- ③某单位要邀请10位教师中的6位参加一个会议,其中甲、乙2位教师不能同时参加,则邀请的不同方法有 ()
- A. 84种 B. 98种
C. 112种 D. 140种
- ④[2018·西安一中月考]将10个完全相同的小球全部装入3个编号为1,2,3的盒子中,要求每个盒子里球个数不少于盒子的编号数,则这样的装法种数是 ()
- A. 9 B. 12
C. 15 D. 18
- ⑤学校计划利用周五下午第一、二、三节课举办语文、数学、英语、理综4科的专题讲座,每节课至少有一科,且数学、理综不安排在同一节,则不同的安排方法共有 ()
- A. 36种 B. 30种
C. 24种 D. 6种
- ⑥已知直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (a, b 均是非零常数)与圆 $x^2 + y^2 = 100$ 有公共点,且公共点的横坐标和纵坐标均为整数,那么这样的直线共有 ()
- A. 52条 B. 60条
C. 66条 D. 78条



层级三:排列与组合的综合应用

- ① 身穿红、黄两种颜色衣服的各有两人,身穿蓝色衣服的一人,现将这五人排成一行,要求穿相同颜色衣服的人不能相邻,则不同的排法种数为 ()
- A. 24 B. 28
C. 36 D. 48
- ② [2018·金华十校高二期末] A,B,C,D,E 五个人参加抽奖活动,现有 5 个红包,其中 2 个 8 元红包,1 个 18 元红包,1 个 28 元红包,1 个 0 元红包(红包中金额相同视为相同红包),若每人各抽 1 个红包,则 A,B 两人都获奖(抽中 0 元红包视为不获奖)的情况有 ()
- A. 18 种 B. 24 种
C. 36 种 D. 48 种
- ③ 如果小明在某一周的第一天和第七天分别吃了 3 个水果,且从这周的第二天开始,每天所吃水果的个数与前一天相比,仅存在三种可能:“多一个”“持平”“少一个”.那么小明在这一周中每天所吃水果个数的不同选择方案共有 ()
- A. 50 种
B. 51 种
C. 140 种
D. 141 种
- ④ 某班组织文艺晚会,准备从 A,B 等 8 个节目中选出 4 个节目演出,要求 A,B 两个节目至少有一个被选中,且 A,B 同时被选中时,它们的演出顺序不能相邻,那么不同演出顺序的种数为 ()
- A. 1860
B. 1320
C. 1140
D. 1020
- ⑤ 五项不同的工程,由三个工程队全部承包下来,每队至少承包一项工程,则不同的承包方案有 ()
- A. 30 种
B. 60 种
C. 150 种
D. 180 种
- ⑥ 现有 4 名选手参加比赛,共有 4 道备选题目,若每位选手从中有放回地随机选出 1 道题进行解答,则恰有 1 道题没有被这 4 名选手选中的情况共有 ()
- A. 120 种
B. 96 种
C. 144 种
D. 240 种



- ⑦ 某兴趣小组计划组织一次诗词鉴赏活动,若本次活动中共有十首诗词可供鉴赏,《将进酒》《山居秋暝》《望岳》《送杜少府之任蜀州》和另外确定的两首诗词排在后六位鉴赏,且《将进酒》排在《望岳》的前面,《山居秋暝》与《送杜少府之任蜀州》不相邻且均不排在最后,则后六位的排法共有 ()
- A. 144 种 B. 288 种
C. 360 种 D. 720 种
- ⑧ 将 4 个不同的小球放入编号为 1,2,3,4 的 4 个盒中,则恰有 1 个空盒的放法共有 _____ 种.(用数字作答)
- ⑨ 由 1,2,3,4,5,6 组成没有重复数字的六位数,要求奇数不相邻,且 4 不在第四位,则这样的六位数共有 _____ 个.
- ⑩ [2018·诸暨牌头中学高二期中] 7 人站成一排,分别求满足下列条件的不同站法.
- (1)甲、乙两人相邻;
- (2)甲、乙之间隔着 2 人;
- (3)若 7 人的顺序确定,再加入 3 个人,要求保持原先 7 人的顺序不变;
- (4)甲、乙、丙 3 人从左向右看由高到低排列(3 人身高不同).

滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、选择题(本大题共 9 小题,每小题 5 分,共 45 分)

- ① [2018·诺丁汉大学附属中学高二期末] 若 $C_{10}^x = C_{10}^2$, 则正整数 x 的值为 ()
 A. 2 B. 8 C. 2 或 6 D. 2 或 8
- ② [2018·重庆彭水一中月考] 用 1,2,3,4,5,6 组成一个无重复数字的六位数,要求三个奇数 1,3,5 有且只有两个相邻,则不同的排法种数为 ()
 A. 18 B. 108 C. 216 D. 432
- ③ 某电视台的一个综艺栏目对六个不同的节目安排演出顺序,若第一个只能排甲或乙,最后一个不能排甲,则不同的排法共有 ()
 A. 192 种 B. 216 种
 C. 240 种 D. 288 种
- ④ 如图 G1-1 所示,使电路接通,开关不同的开闭方式有 ()

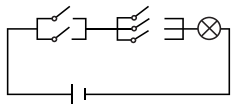


图 G1-1

- A. 11 种 B. 12 种 C. 20 种 D. 21 种
- ⑤ 某台小型晚会由 6 个节目组成,演出顺序有如下要求:节目甲必须排在前两个,节目乙不能排在第一个,节目丙必须排在最后一个,该台晚会节目演出顺序的编排方案共有 ()
 A. 36 种 B. 42 种
 C. 48 种 D. 54 种
- ⑥ 设 a_1, a_2, \dots, a_n 是 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列,把排在 a_i 的左边且比 a_i 小的数的个数称为 a_i 的顺序数 ($i=1, 2, \dots, n$),如在排列 6,4,5,3,2,1 中,5 的顺序数为 1,3 的顺序数为 0. 则在 1 至 8 这八个数字构成的全排列中,同时满足 8 的顺序数为 2,7 的顺序数为 3,5 的顺序数为 3 的不同排列的种数为 ()
 A. 144 B. 48 C. 288 D. 60
- ⑦ 某国际会议结束后,中、美、俄等 21 国领导人合影留念,他们共站成两排,其中前排 11 人、后排 10 人,中国领导人站在前排正中间的位置,美、俄两国领导人也站在前排并与中国领导人相邻,如果对其他国家领导人所站位置没有要求,那么不同的站法共有 ()
 A. A_{18}^{18} 种 B. A_{20}^{20} 种
 C. $A_3^2 A_{18}^3 A_{10}^{10}$ 种 D. $A_2^2 A_{18}^{18}$ 种

- ⑧ 某宾馆安排 A,B,C,D,E 五人入住三个房间,每个房间至少住一人,且 A,B 不能住同一房间,则不同的安排方法有 ()
 A. 24 种 B. 48 种 C. 96 种 D. 114 种
- ⑨ [2018·抚州金溪一中期末] 某单位从 6 男 4 女共 10 名员工中,选出 3 男 2 女共 5 名员工,安排这 5 名员工在周一到周五的 5 个晚上值班,每名员工值一个夜班且不重复值班.若女员工甲不能在星期一和星期二值班,男员工乙不能在星期二值班,男员工丙必须被选且必须在星期五值班,则这个单位安排值班的方案共有 ()
 A. 960 种 B. 984 种 C. 1080 种 D. 1440 种

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

- ⑩ 学校体育组新买了 2 个相同的篮球,3 个相同的排球,从中取出 4 个发放给高一 4 个班,每班 1 个,则共有 _____ 种不同的发放方法.
- ⑪ 已知数集 A 中有 n 个元素,其中有一个 0,现从 A 中任取两个元素 x, y 组成有序实数对 (x, y) . 在平面直角坐标系中,若 (x, y) 对应的点中不在坐标轴上的共有 56 个,则 n 的值为 _____.
- ⑫ 若甲、乙两人从 6 门课程中各选修 3 门,则甲、乙所选的课程中恰有 2 门相同的选法有 _____ 种.(用数字作答)
- ⑬ [2018·衡水中学月考] 设集合 $A = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) | x_i \in \{-1, 0, 1\}, i=1, 2, 3, 4, 5\}$, 那么集合 A 中满足条件 " $1 \leq |x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4| + |x_5| \leq 3$ " 的元素个数为 _____.

三、解答题(本大题共 3 小题,共 35 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

- ⑭ (10 分) [2018·烟台二中月考] 4 个男生,3 个女生站成一排,求满足下列条件的排法种数.
- (1) 3 个女生必须排在一起;
- (2) 任何 2 个女生彼此不相邻;
- (3) 甲、乙 2 人之间恰好有 3 个人.

- 15 (12 分) 学校选派 5 名同学参加“华约”“北约”“卓越联盟”自主招生考试, 每项考试至少选派 1 人参加, 共有多少种不同的选派方法?

- 16 (13 分) 为了鼓舞足球队员的士气, 足协想派五名官员给 A, B, C, D 四支球队做动员工作, 每支球队至少派一名官员, 且甲、乙两名官员不能去同一支球队, 共有多少种不同的安排方法?

1.3 二项式定理

1.3.1 二项式定理

基础巩固

- ① 在 $(1+x)^8$ 的展开式中, 含 x^2 的项的系数为 ()
- A. 28 B. 56
- C. 70 D. 8
- ② 二项式 $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{12}$ 的展开式中的常数项是 ()
- A. 第 7 项 B. 第 8 项
- C. 第 9 项 D. 第 10 项
- ③ [2018 · 温州十五校高二期末] 已知 $(1+ax)^6 = 1 + 12x + bx^2 + \cdots + a^6 x^6$, 则实数 b 的值为 ()
- A. 15 B. 20
- C. 40 D. 60
- ④ [2018 · 金华十校高二期末] 在 $(x^2 - 4)^5$ 的展开式中, 含 x^6 的项的系数为 ()
- A. 20 B. 40
- C. 80 D. 160
- ⑤ 若 $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$ 的二项展开式中第 5 项是常数项, 则中间项的系数为 _____.
- ⑥ 在 $(x - \sqrt{2}y)^8$ 的展开式中, $x^6 y^2$ 项的系数是 _____.

能力提升

- ⑦ [2018 · 延边二中质检] 化简 $(x-1)^4 + 4(x-1)^3 + 6(x-1)^2 + 4(x-1)$ 所得结果为 ()
- A. x^4
- B. $x^4 - 1$
- C. $(x-1)^4 - 1$
- D. $(x+1)^4 - 1$
- ⑧ $(1+\sqrt{x})^6$ 的展开式中有理项的系数之和为 ()
- A. 64 B. 32
- C. 24 D. 16
- ⑨ [2018 · 台州高二期末] 已知在 $\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$ 的展开式中, 第 6 项为常数项, 则 $n =$ ()
- A. 9 B. 8
- C. 7 D. 6

- ⑩ [2018 · 海南文昌中学期中] 在二项式 $\left(x + \frac{1}{2\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 的展开式中, 若前三项的系数成等差数列, 则展开式中的常数项为 ()
- A. $\frac{7}{16}$ B. 7
- C. 16 D. 28
- ⑪ 在 $(1+x)^6(2+y)^4$ 的展开式中, 含 $x^4 y^3$ 项的系数为 ()
- A. 210 B. 120
- C. 80 D. 60
- ⑫ $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ 的展开式中的常数项是 _____.
- ⑬ [2018 · 茅盾中学高二期中] 二项式 $\left(3x^2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 的展开式中含有常数项, 则 n 的最小取值是 _____.
- ⑭ 已知 $\left(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中含 x^2 项的系数为 12, 则展开式中的常数项为 _____.
- ⑮ $f(x) = (1+x)^m + (1+x)^n$, $m, n \in \mathbf{N}^*$ 的展开式中 x 的系数为 19, 求 x^2 的系数的最小值及此时展开式中 x^7 的系数.

1.3.2 “杨辉三角”与二项式系数的性质

基础巩固

- ① 在 $(1+x)^n$ 的展开式中, 只有第 4 项的系数最大, 则 n 等于 ()
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
- ② 若 $(x - \frac{1}{2x})^n$ 的展开式中第 3 项的二项式系数是 15, 则 n 的值为 ()
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
- ③ 设 $x^6 = a_0 + a_1(1+x) + a_2(1+x)^2 + \dots + a_6(1+x)^6$, 则 $a_0 + a_1 + \dots + a_6 =$ ()
- A. -1 B. 0 C. 1 D. -2
- ④ 在二项式 $(2 - \sqrt{x})^8$ 的展开式中, 不含 x^4 项的系数的和为 ()
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
- ⑤ [2018 · 温州十五校期中] 设 $(3x + \sqrt{x})^n$ 的展开式的各项系数之和为 M , 二项式系数之和为 N , 若 $M - 17N = 480$, 则 $(3x + \sqrt{x})^n$ 的展开式中含 x^3 项的系数为 ()
- A. 40 B. 30 C. 20 D. 15
- ⑥ 如图 1-3-1 所示, 在由二项式系数所构成的杨辉三角图形中, 第 _____ 行中从左至右第 14 个数与第 15 个数的比为 2 : 3.

第 0 行	1
第 1 行	1 1
第 2 行	1 2 1
第 3 行	1 3 3 1
第 4 行	1 4 6 4 1
第 5 行	1 5 10 10 5 1
.....

图 1-3-1

能力提升

- ⑦ [2018 · 西安一中月考] $C_n^0 + 3C_n^1 + 9C_n^2 + \dots + 3^n C_n^n$ 的值等于 ()
- A. 4^n B. 3×4^n C. $\frac{4^n - 1}{3}$ D. $\frac{4^n - 1}{3}$

- ⑧ [2018 · 湖州高二期末] 若 $(x + \frac{a}{x})(2x - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中各项系数的和为 2, 则其展开式的常数项是 ()
- A. -40 B. -20 C. 40 D. 20

- ⑨ 已知 $(1-x)^{10} = a_0 + a_1(1+x) + a_2(1+x)^2 + \dots + a_{10}(1+x)^{10}$, 则 $a_7 =$ ()
- A. -120 B. 120 C. -960 D. 960



- ⑩ 在 $(1+x)^4 + (1+x)^5 + \dots + (1+x)^9$ 的展开式中, x^3 项的系数为 ()
- A. 120 B. 119 C. 210 D. 209

- ⑪ $(1-2x)^6$ 的展开式中各二项式系数的和为 _____.

- ⑫ [2018 · 诺丁汉大学附属中学高二期末] 若 $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 729$, 则 $n =$ _____, $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n =$ _____.

- ⑬ [2018 · 河北滦县二中期中] 已知 $(1-2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^7$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 的值为 _____.

- ⑭ 已知关于 x 的二项式 $(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt[3]{x}})^n$ 的展开式的二项式系数之和为 32, 常数项为 80, 则实数 a 的值为 _____.

- ⑮ 已知 $(1-2x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2019}x^{2019}$.

(1) 求 $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2018}$ 的值;

(2) 求 $|a_1| + |a_2| + \dots + |a_{2019}|$ 的值.

16 [2018·河南南阳一中月考] 在二项式 $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{2\sqrt[3]{x}}\right)^n$

的展开式中,前三项系数的绝对值成等差数列.

- (1)求展开式的常数项;
- (2)求展开式中二项式系数最大的项;
- (3)求展开式中各项的系数和.

难点突破

17 将二项式 $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式按 x 的降幂排列,若前三项的系数成等差数列,则该展开式中 x 的指数是整数的项共有 ()

- A. 3 个 B. 4 个
C. 5 个 D. 6 个

18 [2018·南昌二中月考] 若 $(1-3x)^{2018} = a_0 + a_1x + \cdots + a_{2018}x^{2018}$ ($x \in \mathbf{R}$), 则 $\frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3^2} + \cdots + \frac{a_{2018}}{3^{2018}}$ 的值为 ()

- A. 2 B. 0
C. -1 D. -2

19 [2018·诸暨牌头中学高二期中] 设 $f(n) = (a+b)^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 2$), 若 $f(n)$ 的展开式中,存在某连续的3项,其二项式系数依次成等差数列,则称 $f(n)$ 具有性质 P .

- (1)求证: $f(7)$ 具有性质 P ;
- (2)若存在 $n \leq 2016$, 使 $f(n)$ 具有性质 P , 求 n 的最大值.

热点题型探究(一)

题型 1 分类(分步)型、先取后排型

- ① 四名同学报名参加三项课外活动,每人限报其中一项,则不同的报名方法共有 ()

A. 12 种
B. 64 种
C. 81 种
D. 7 种

② [2018·贵州安顺期末] 用数字 1,2,3,4,5 组成没有重复数字的五位数,其中偶数的个数为 ()
- A. 24
B. 48
C. 60
D. 72

③ [2018·西安一中月考] 形如 45 132 的数称为“波浪数”,即十位数字、千位数字均比与它们各自相邻的数字大,则由 1,2,3,4,5 可构成不重复的五位“波浪数”的个数为_____.

题型 2 至多(至少)型

- ① 甲、乙、丙三位志愿者安排在周一至周五参加某项志愿者活动,要求每人参加一天且每天至多安排一人,并要求甲安排在另外两位前面,不同的安排方案共有 ()

A. 20 种
B. 30 种
C. 40 种
D. 60 种

② [2018·北仑中学高二期中] 某班班会准备从甲、乙等 7 名学生中选 4 名发言,要求甲、乙两人至少有一人发言,当甲、乙都发言时,他们两人的发言不能相邻.那么不同的发言顺序的种数为 ()

A. 360
B. 520
C. 600
D. 720

③ [2018·包头一中期中] 某学校高三年级有 2 个文科班、3 个理科班,现每个班指定 1 人对各班的卫生进行检查,若每班的卫生只由 1 人检查,且文科班的学生不检查文科班,理科班的学生不检查自己所在的班,则不同的安排方法的种数是 ()

A. 24
B. 32
C. 48
D. 84
- ④ 从 3 名骨科、4 名脑外科和 5 名内科医生中选派 5 人组成一个抗震救灾医疗小组,求骨科、脑外科和内科医生都至少有 1 人的选派方法种数.

题型 3 插空、捆绑、隔板型

- ① [2018·河北天一联考] 有 7 个灯泡排成一排,现要求至少点亮其中的 3 个灯泡,且相邻的灯泡不能同时点亮,则不同的点亮方法有 ()

A. 11 种
B. 21 种
C. 120 种
D. 126 种

② 设集合 $I=\{1,2,3,4,5\}$,选择集合 I 的两个非空子集 A 和 B ,若集合 B 中最小的元素大于集合 A 中最大的元素,则不同的选择方法共有 ()
- A. 50 种
B. 49 种
C. 48 种
D. 47 种

③ [2018·诺丁汉大学附属中学高二期末] 现有 5 本不同的书,其中有 2 本数学书,将这 5 本书排成一排,则数学书不能相邻且又不同时排在两边的排法有_____种;将这 5 本书分给 3 个同学,每人至少得 1 本,则所有不同的分法有_____种.

- ④ 在市数学竞赛中, A, B, C 三间学校分别有 1 名、2 名、3 名同学获一等奖, 将这 6 名同学排成一排合影, 要求同学校的同学相邻, 那么不同的排法共有多少种?

题型 4 特殊元素(位置)型

- ① 5 个人排成一排, 其中甲、乙两人至少有一人在两端的排法种数为 ()
- A. $A_5^5 - A_3^2 A_3^3$
 B. A_3^3
 C. $4A_3^3$
 D. $A_2^2 A_3^3 + A_2^1 A_3^1 A_3^3$
- ② [2018·榆林一中期末] 将 5 名同学分到甲、乙、丙 3 个组, 若甲组至少有 2 人, 乙组、丙组均至少有 1 人, 则不同的分法种数为 ()
- A. 80
 B. 120
 C. 140
 D. 50

- ③ 数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 按如图 R1-1 形式随机排列, 设第一行的数为 N_1 , 其中 N_2, N_3 分别表示第二、三行中的最大数, 求满足 $N_1 < N_2 < N_3$ 的所有排列的个数.



图 R1-1

题型 5 通项运用型、三项转二项型、系数和差求值型

- ① 二项式 $(x-2)^5$ 的展开式中 x 的系数为 ()
- A. 5
 B. 16
 C. 80
 D. -80
- ② 已知 $(x - \frac{1}{x})^n$ 的展开式中第 3 项与第 6 项的二项式系数相等, 则展开式中系数最大的项为 ()
- A. 第 5 项
 B. 第 4 项
 C. 第 4 或第 5 项
 D. 第 5 或第 6 项

- ③ [2018·金华十校高二期末] 在 $(\frac{x}{2} - \frac{1}{x})^n$ 的展开式中, 只有第 5 项的二项式系数最大, 则 $n =$ _____, 其展开式中的常数项是 _____.

- ④ 若 $a_1(x-1)^4 + a_2(x-1)^3 + a_3(x-1)^2 + a_4(x-1) + a_5 = x^4$, 则 $a_2 + a_3 + a_4 =$ _____.



本章基础排查(一)

(时间:40 分钟 分值:100 分)

一、选择题(本大题共 9 小题,每小题 5 分,共 45 分)

- ① [2018·河北天一联考] 某高中要从该校三个年级中各选 1 名学生参加校外的一项知识问答活动,若高一、高二、高三年级分别有 5,6,8 个学生备选,则不同的选法种数为 ()
- A. 19
B. 38
C. 120
D. 240
- ② [2018·诺丁汉大学附属中学高二期末] 设 $m \in \mathbf{N}^*$, 且 $m < 25$, 则 $(20-m)(21-m)\cdots(26-m)$ 等于 ()
- A. A_{26-m}^7
B. C_{26-m}^7
C. A_{20-m}^7
D. A_{26-m}^6
- ③ 有 10 件不同的电子产品,其中有 2 件产品运行不稳定. 技术人员对它们进行一一测试,直到 2 件运行不稳定的产品全部找出后测试结束,则恰好测试 3 次就结束的方法种数为 ()
- A. 16
B. 24
C. 32
D. 48
- ④ 某市拟从 4 个重点项目和 6 个一般项目中各选 2 个项目作为本年度要启动的项目,则重点项目 A 和一般项目 B 至少有一个被选中的不同选法种数为 ()
- A. 15
B. 45
C. 60
D. 75
- ⑤ 将 A,B,C,D,E 这 5 名同学从左至右排成一排,则 A 与 B 相邻且 A 与 C 之间恰好有 1 名同学的排法共有 ()
- A. 18 种
B. 20 种
C. 21 种
D. 22 种
- ⑥ 一个五位自然数 $a_1a_2a_3a_4a_5$, $a_i \in \{0,1,2,3,4,5\}$, $i=1,2,3,4,5$, 当且仅当 $a_1 > a_2 > a_3$, $a_3 < a_4 < a_5$ 时称为“凹数”(如 32 014,53 134 等),则满足条件的五位自然数中“凹数”的个数为 ()
- A. 110
B. 137
C. 145
D. 146

- ⑦ 若 $(x+y)^9$ 按 x 的降幂排列的展开式中,第二项不大于第三项,且 $x+y=1$, $xy < 0$, 则 x 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, \frac{1}{5})$
B. $[\frac{4}{5}, +\infty)$
C. $(-\infty, -\frac{4}{5}]$
D. $(1, +\infty)$
- ⑧ [2018·衡水中学月考] A,B,C,D,E,F 这 6 个同学和 1 个数学老师站成一排合影留念,数学老师穿着白色文化衫,A,B 同学也穿着白色文化衫,C,D 同学穿着黑色文化衫,E 和 F 同学分别穿着红色和橙色的文化衫,若老师站正中间,穿着白色文化衫的不相邻,则不同的站法种数为 ()
- A. 72
B. 112
C. 160
D. 192
- ⑨ [2018·大庆中学期中] 从 1,2,3, \dots ,9 这 9 个整数中任意取出 3 个不同的数作为二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的系数,则满足 $\frac{f(1)}{2} \in \mathbf{Z}$ 的函数 $f(x)$ 共有 ()
- A. 44 个
B. 204 个
C. 264 个
D. 504 个
- 二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)
- ⑩ 如果 $(2x-1)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$, 那么 $a_1 + a_2 + \cdots + a_6$ 的值等于_____.
- ⑪ 在 $(2x + \frac{1}{4x})^5$ 的展开式中,含 x^3 的项的系数为_____.(用数字作答)
- ⑫ 三边长均为正整数,且最大边长为 11 的三角形的个数是_____.(用数字作答)
- ⑬ 某高校大一的五名同学打算参加学校组织的“小草文学社”“街舞俱乐部”“足球之家”“骑行者”四个社团. 若每个社团至少有一名同学参加,每名同学至少参加一个社团且只能参加一个社团,其中甲同学不参加“街舞俱乐部”,则这五名同学不同的参加方法共有_____种.

三、解答题(本大题共3小题,共35分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

- 14 (10分)[2018·延边二中检测] 已知 $A_n^5 = 56C_n^7$, 且 $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n$.
- (1)求 n 的值;
- (2)求 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ 的值.

- 15 (12分)[2018·西宁五中期中] 从1~9这9个数字中取3个偶数、4个奇数.
- (1)能组成多少个没有重复数字的七位数?
- (2)在(1)中的七位数中,3个偶数排在一起的有几个?
- (3)在(1)中的七位数中,偶数排在一起、奇数也排在一起的有几个?
- (4)在(1)中的七位数中,任意两个偶数都不相邻的有几个?

- 16 (13分)有4个不同的球,4个不同的盒子,把球全部放入盒内.
- (1)共有多少种放法?
- (2)恰有1个盒内不放球,有多少种放法?
- (3)恰有1个盒内放2个球,有多少种放法?
- (4)恰有2个盒内不放球,有多少种放法?

本章能力测评(一)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.第Ⅰ卷50分,第Ⅱ卷100分,共150分,考试时间120分钟.

第Ⅰ卷 (选择题 共50分)

一、选择题(本大题10个小题,每小题5分,共50分)

① [2018·河南南阳一中月考] 已知 $n \in \mathbf{N}^*$, 则 $(20-n)(21-n)\cdots(100-n)$ 等于 ()

- A. A_{100-n}^{80} B. A_{100-n}^{20-n}
C. A_{100-n}^{81} D. A_{20-n}^{81}

② $\left(x - \frac{2}{x}\right)^5$ 的展开式中, x 的系数为 ()

- A. 40
B. -40
C. 80
D. -80

③ 甲、乙、丙、丁、戊、己六人围坐在一张圆桌周围开会, 甲是会议的中心发言人, 必须坐最北面的椅子, 乙、丙二人必须坐相邻的两把椅子, 其余三人坐剩余的三把椅子, 则不同的座次有 ()

- A. 60 种
B. 48 种
C. 30 种
D. 24 种

④ 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5, 6, 7\}$, $C = \{8, 9\}$. 现在从这三个集合中取出两个集合, 再从这两个集合中各取出一个元素, 组成一个含有两个元素的集合, 则一共可以组成集合 ()

- A. 24 个
B. 36 个
C. 26 个
D. 27 个

⑤ 3 名男生和 3 名女生站成一排, 若男生甲站在两端, 且任意两名女生都不相邻, 则不同的排法种数是 ()

- A. 24
B. 36
C. 84
D. 96

⑥ [2018·邢台一中月考] 已知 $a > 0$, $(2-x^3)\left(x + \frac{a}{x^2}\right)^6$ 的展开式的各项系数之和为 64, 则展开式中的常数项为 ()

- A. 10 B. 15
C. 15 或 810 D. 10 或 810

⑦ [2018·衡水中学月考] 将 5 位同学保送到北京大学、上海交通大学、中山大学这 3 所大学就读, 若这 5 位同学均被保送, 每位同学只能保送到 1 所大学, 且每所大学至少保送 1 人, 则不同的保送方法有 ()

- A. 150 种 B. 180 种
C. 240 种 D. 540 种

⑧ [2018·福建师大附中期末] 用红、黄、蓝三种颜色给如图 C1-1 所示的六个相连的圆涂色, 若每种颜色只能涂两个圆, 且相邻两个圆所涂的颜色不能相同, 则不同的涂色方法的种数是 ()



图 C1-1

- A. 12 B. 24
C. 30 D. 36

⑨ 学校组织同学参加社会调查, 某小组共有 5 名男同学, 4 名女同学. 现从该小组中选出 3 位同学分别到甲、乙、丙三地进行社会调查, 若选出的同学中男、女均有, 则不同的安排方法有 ()

- A. 70 种
B. 140 种
C. 840 种
D. 420 种



- ⑩ 身高从矮到高的甲、乙、丙、丁、戊 5 人排成高矮相间的一个波浪队形,则甲、丁不相邻的不同的排法共有 ()
- A. 12 种
B. 14 种
C. 16 种
D. 18 种

请将选择题答案填入下表:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总分
答案											

第 II 卷 (非选择题 共 100 分)

二、填空题 (本大题共 7 个小题,每小题 5 分,共 35 分)

- ⑪ 设 $(5x - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式的各项系数之和为 M ,二项式系数之和为 N ,若 $M - N = 240$,则 $n =$ _____.
- ⑫ 将甲、乙、丙、丁四名同学分到两个不同的班,每个班至少分到一名学生,且甲、乙两名学生不能分到同一个班,则不同的分法的种数为 _____. (用数字作答)
- ⑬ 若 $(3 - x)^n$ 的展开式中各项系数的和为 64,则展开式中含 x^5 项的系数为 _____.
- ⑭ 小明试图将一箱中的 24 瓶啤酒全部取出,如果小明在每次取出啤酒时只能取出 3 瓶或 4 瓶啤酒,那么小明取出啤酒的方式共有 _____ 种.
- ⑮ [2018 · 河北巨鹿中学月考] 若 $(2x - 3)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$,则 $a_1 - 2a_2 + 3a_3 - 4a_4 + 5a_5 =$ _____.
- ⑯ 某次联欢会要安排 3 个歌舞类节目,2 个小品类节目和 1 个相声类节目的演出顺序,则同类节目不相邻的排法种数为 _____. (用数字作答)
- ⑰ 某校准备举办主题为“祖国,你好”的诗歌朗诵比赛,该校高三年级准备从包括甲、乙、丙在内的 7 名同学中选派 4 名同学参加,要求甲、乙、丙这 3 名同学中至少有 1 人参加,且当这 3 名同学都参加时,甲和乙的朗诵顺序不能相邻,那么不同的朗诵顺序的种数为 _____.

三、解答题 (本大题共 5 小题,共 65 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

- ⑱ (12 分)某研究性学习小组有 6 名同学.
- (1)这 6 名同学排成一排照相,同学甲与同学乙相邻的排法有多少种?
- (2)从 6 名同学中选 4 人参加 4×100 接力比赛,则同学丙不跑第一棒的安排方法有多少种?

- 19 (12 分) 六人按下列要求站一横排, 分别有多少种不同的站法?
- (1) 甲不站两端;
 - (2) 甲、乙必须相邻;
 - (3) 甲、乙不相邻;
 - (4) 甲、乙按自左至右的顺序排队(可以不相邻);
 - (5) 甲、乙站在两端.

- 20 (13 分) [2018 · 河北天一联考] 将 $(ax^2 + bx)^7$ 的展开式按 x 的次数由大到小的顺序排列, 首、尾两项的系数之比为 128, 中间两项的系数之和为 840.
- (1) 求实数 a, b 的值;
 - (2) 求 $(ax^2 + bx)^7 \cdot x^{-10}$ 的展开式中的常数项.

②1 (14 分) $1, 4, 9, 16, \dots$ 这些数可以用如图 C1-2①所示的点阵表示, 古希腊毕达哥拉斯学派将其称为正方形数, 记第 n 个正方形数为 a_n . 在如图 C1-2②所示的杨辉三角中, 第 $n (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$ 行是 $(a+b)^{n-1}$ 的展开式的二项式系数 $C_{n-1}^0, C_{n-1}^1, \dots, C_{n-1}^{n-1}$, 记杨辉三角的前 n 行所有数之和为 T_n .

(1) 求 a_n 和 T_n 的通项公式;

(2) 当 $n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$ 时, 比较 a_n 与 T_n 的大小, 并加以证明.

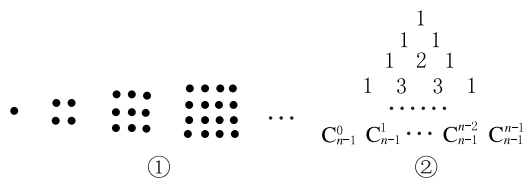


图 C1-2

②2 (14 分) 由四个不同的数字 $1, 2, 4, x$ 组成无重复数字的三位数.

(1) 若 $x=5$, 其中能被 5 整除的共有多少个?

(2) 若 $x=9$, 其中能被 3 整除的共有多少个?

(3) 若 $x=0$, 其中的偶数共有多少个?

(4) 若所有这些三位数的各位数字之和是 252, 求 x .

