



全品作业本

QUANPIN ZUOYEBEN

主 编：肖德好
本册主编：高明山
编 者：高明山 骆永明
沈联晖 吴旻玲
特约主审：沈新权 叶利民

高中数学
选修 2-2
新高考(RJA)

开明出版社

第一章 导数及其应用

01

| | |
|-----------------------------|----|
| • 1.1 变化率与导数 | 1 |
| 1.1.1 变化率问题 | 1 |
| 1.1.2 导数的概念 | 1 |
| 1.1.3 导数的几何意义 | 3 |
| • 1.2 导数的计算 | 5 |
| 1.2.1 几个常用函数的导数 | 5 |
| 1.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则 | 5 |
| 第1课时 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则(一) | 5 |
| 第2课时 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则(二) | 7 |
| ▶ 滚动习题(一) [范围 1.1~1.2] | 9 |
| • 1.3 导数在研究函数中的应用 | 11 |
| 1.3.1 函数的单调性与导数 | 11 |
| 第1课时 函数的单调性与导数(一) | 11 |
| 第2课时 函数的单调性与导数(二) | 13 |
| 1.3.2 函数的极值与导数 | 15 |
| 1.3.3 函数的最大(小)值与导数 | 17 |
| 第1课时 函数的最大(小)值与导数(一) | 17 |
| 第2课时 函数的最大(小)值与导数(二) | 19 |
| ▶ 滚动习题(二) [范围 1.3] | 21 |
| ▶ 滚动习题(三) [范围 1.1~1.3] | 23 |
| ▶ 热点题型探究 | 25 |
| 题型1 利用导数研究函数的单调性 | 25 |
| 题型2 利用导数研究函数的极值和最值 | 25 |
| 题型3 利用导数研究函数零点、不等式问题 | 26 |
| 题型4 利用导数研究任意性、存在性以及参数的取值范围 | 26 |
| ▶ 本章基础排查(一) | 27 |

| | |
|-------------|----|
| ▶ 本章能力测评(一) | 29 |
| ▶ 本章能力测评(二) | 33 |

第二章 推理与证明

02

| | |
|-----------------|----|
| • 2.1 直接证明与间接证明 | 37 |
| 2.1.1 综合法和分析法 | 37 |
| 2.1.2 反证法 | 39 |
| • 2.2 数学归纳法 | 41 |
| ▶ 本章基础排查(二) | 43 |
| ▶ 本章能力测评(三) | 45 |

第三章 数系的扩充与复数的引入

03

| | |
|--------------------------|----|
| • 3.1 数系的扩充和复数的概念 | 49 |
| 3.1.1 数系的扩充和复数的概念 | 49 |
| 3.1.2 复数的几何意义 | 51 |
| • 3.2 复数代数形式的四则运算 | 53 |
| 3.2.1 复数代数形式的加、减运算及其几何意义 | 53 |
| 3.2.2 复数代数形式的乘除运算 | 55 |
| ▶ 滚动习题(四) [范围 3.1~3.2] | 57 |
| ▶ 本章基础排查(三) | 59 |
| ▶ 本章能力测评(四) | 61 |

综合测评

| | |
|-------------|----|
| ▶ 模块结业测评(一) | 65 |
| ▶ 模块结业测评(二) | 69 |
| ▶ 模块结业测评(三) | 73 |

| | |
|------|----|
| 参考答案 | 77 |
|------|----|

1.1 变化率与导数

1.1.1 变化率问题

1.1.2 导数的概念

基础巩固

- ① 下列各式能表示函数 $y=f(x)$ 从 x_1 到 x_2 的平均变化率的是 ()

- A. $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_2-x_1}$
 B. $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{\Delta x}$ (其中 $\Delta x=x_1-x_2$)
 C. $\frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}$ (其中 $\Delta x=x_1-x_2$)
 D. $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (其中 $\Delta y=|f(x_1)-f(x_2)|$, $\Delta x=|x_1-x_2|$)

- ② 函数 $y=f(x)$ 的自变量 x 由 x_0 改变到 $x_0+\Delta x$ 时, 函数值的改变量 Δy 为 ()

- A. $f(x_0+\Delta x)$ B. $f(x_0)+\Delta x$
 C. $f(x_0) \cdot \Delta x$ D. $f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$

- ③ 函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数可表示为 ()

- A. $f'(x_0)=\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$
 B. $f'(x_0)=\lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0+\Delta x)-f(x_0)]$
 C. $f'(x_0)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$
 D. $f'(x_0)=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

- ④ 如图 1-1-1 所示, 函数 $y=f(x)$ 在 A, B 两点间的平均变化率是 ()

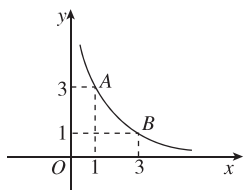


图 1-1-1

- A. 1 B. -1
 C. 2 D. -2
- ⑤ 已知函数 $y=f(x)$ 在某点 x 处的增量 $\Delta x=0.2$, 对应的 $\Delta y=0.8$, 则 $y=f(x)$ 在点 x 处的导数为 ()
- A. $4x$ B. 4
 C. 3 D. $2x^2$

- ⑥ 若一质点的运动方程是 $s=4-2t^2$, 其中 s 的单位是 m, t 的单位是 s, 则在时间段 $[1, 1+\Delta t]$ 内的平均速度是 ()

- A. $(2\Delta t+4)\text{m/s}$
 B. $(-2\Delta t+4)\text{m/s}$
 C. $(2\Delta t-4)\text{m/s}$
 D. $(-2\Delta t-4)\text{m/s}$

能力提升

- ⑦ [2018·宁波中学测试] 甲、乙两厂污水的排放量 W 与时间 t 的关系如图 1-1-2 所示, 则治污效果较好的是 ()

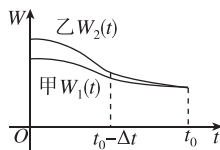


图 1-1-2

- A. 甲厂 B. 乙厂
 C. 两厂都是 D. 不确定
- ⑧ [2018·福州八县高二期末] 已知某质点的运动方程为 $s=2t^2-t$, 其中 s 的单位是 m, t 的单位是 s, 则它在 2 s 末的瞬时速度为 ()
- A. 3 m/s B. 5 m/s
 C. 7 m/s D. 9 m/s
- ⑨ [2018·咸阳高二期末] 设函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导, 且 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+3\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=1$, 则 $f'(x_0)=()$
- A. 1 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. -3
- ⑩ [2018·武汉高二期末] 设函数 $f(x)=x^2+x$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1-2\Delta x)-f(1)}{\Delta x}= ()$
- A. -6 B. -3 C. 3 D. 6
- ⑪ 函数 $y=x^2-2x+3$ 从 2 到 $\frac{9}{4}$ 的平均变化率为 _____.

- ⑫ 在 Δx 无限趋近于 0 时, $\frac{f(x_0) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x}$ 无限趋近于 1, 则 $f'(x_0) =$ _____.
- ⑬ 已知函数 $f(x) = 13 - 8x + \sqrt{2}x^2$, 且 $f'(x_0) = 4$, 则 x_0 的值为 _____.
- ⑭ [2018 · 诸暨中学高二期中] 已知 $f'(x_0) = k$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$ _____.
- ⑮ 若函数 $f(x) = -x^2 + x$ 在 $[2, 2 + \Delta x]$ ($\Delta x > 0$) 上的平均变化率不大于 -1 , 求 Δx 的取值范围.

难点突破

- ⑰ 已知函数 $f(x) = x^3$, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处的导数为 _____.
- ⑱ 利用导数的定义证明奇函数的导数是偶函数, 偶函数的导数是奇函数.

- ⑯ 已知某运动物体的位移 $y(\text{m})$ 与其运动时间 $t(\text{s})$ 的函数关系式为 $y = t^3 + t$.
- (1) 设 $y = f(t)$, 利用导数的定义求 $f'(t)$;
- (2) 求该物体在 $t = 2 \text{ s}$ 时的瞬时速度.

1.1.3 导数的几何意义

基础巩固

- ① 函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数 $f'(x_0)$ 的几何意义是 ()
- A. 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处与 $y=f(x)$ 的图像只有一个交点的直线的斜率
- B. 过点 $(x_0, f(x_0))$ 的切线的斜率
- C. 点 $(x_0, f(x_0))$ 与点 $(0,0)$ 的连线的斜率
- D. 函数 $y=f(x)$ 的图像在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率
- ② 已知函数 $f(x)=x^3$ 的图像在点 $(2,8)$ 处的切线方程为 $12x-ay-16=0$, 则实数 a 的值为 ()
- A. -1 B. 1
- C. -2 D. 2
- ③ 已知 $y=f(x)$ 的图像如图 1-1-3 所示, 则 $f'(x_A)$ 与 $f'(x_B)$ 的大小关系是 ()

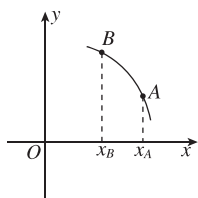


图 1-1-3

- A. $f'(x_A) > f'(x_B)$
- B. $f'(x_A) < f'(x_B)$
- C. $f'(x_A) = f'(x_B)$
- D. 不能确定
- ④ [2018 · 北京清华附中高二期末] 已知函数 $y=f(x)$ 的图像在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x-2y+1=0$, 则 $f(1)+2f'(1)$ 的值是 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1
- C. $\frac{3}{2}$ D. 2
- ⑤ 已知 $f(x)=\frac{1}{3}x^3$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(2, \frac{8}{3})$ 处的切线的斜率为 _____, 切线方程为 _____.
- ⑥ [2018 · 广东实验中学高二期末] 与直线 $2x-y+4=0$ 平行的抛物线 $y=x^2$ 的切线方程是 _____.

能力提升

- ⑦ 已知函数 $y=f(x)$ 为可导函数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x)-f(1)}{2x} = -1$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率为 ()
- A. 2 B. -2 C. -1 D. 1

- ⑧ 函数 $f(x)=x^3+x-2$ 的图像在点 P 处的切线平行于直线 $y=4x-1$, 则 P 点的坐标为 ()
- A. $(1,0)$
- B. $(2,8)$
- C. $(1,0)$ 或 $(-1,-4)$
- D. $(2,8)$ 或 $(-1,-4)$
- ⑨ 已知直线 $y=kx+1$ 与曲线 $y=x^3+ax+b$ 相切于点 $A(1,3)$, 则 b 的值为 ()
- A. 3 B. -3
- C. 5 D. -5
- ⑩ [2018 · 荆州中学月考] 已知 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+ax+3$, 曲线 $y=f(x)$ 上存在两条斜率为 3 的切线, 且切点的横坐标都大于零, 则实数 a 的取值范围为 ()
- A. $(3, \frac{13}{4})$
- B. $(3, -\frac{13}{4})$
- C. $(-\infty, \frac{13}{4})$
- D. $(-\infty, -\frac{13}{4})$
- ⑪ 若曲线 $y=x^3$ 在点 $(a, a^3) (a \neq 0)$ 处的切线与 x 轴、直线 $x=a$ 所围成的三角形的面积为 $\frac{1}{6}$, 则 a 的值为 ()
- A. 1
- B. -1
- C. ± 1
- D. 2
- ⑫ 函数 $f(x)=\frac{2}{x}$ 的图像在点 $(1,2)$ 处的切线的斜率为 _____.
- ⑬ [2018 · 金华六中月考] 已知函数 $f(x)=2x^2+4x$ 的图像在点 P 处的切线的斜率为 16, 则点 P 的坐标为 _____.
- ⑭ 已知 $f(x)=\lg x$, 函数 $f(x)$ 定义域中任意的 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$, 给出如下结论:
- ① $0 < f'(3) < f(3) - f(2) < f'(2)$;
- ② $0 < f'(3) < f'(2) < f(3) - f(2)$;
- ③ $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$;
- ④ $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$.
- 其中, 正确结论的序号是 _____.

15 已知曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}$.

- (1) 求曲线在 $x=2$ 处的切线方程;
(2) 求曲线过点 $(2,4)$ 的切线方程.

16 求曲线 $xy=1$ 在其任意一点处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积.

难点突破

17 [2018·金华一中期中] 已知 $f(x) = x^2 + 2x + 3$, P 为曲线 $C: y = f(x)$ 上的点, 且曲线 C 在点 P 处的切线倾斜角的取值范围为 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$, 则点 P 横坐标的取值范围为 ()

- A. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$ B. $[-1, 0]$
C. $[0, 1]$ D. $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

18 [2018·丽水高二期末] 已知过点 $P(-1, 1)$ 的直线 m 交 x 轴于点 A , 若抛物线 $y = x^2$ 上有一点 B , 使得 $PA \perp PB$, 且 AB 是抛物线 $y = x^2$ 的切线, 求直线 m 的方程.

1.2 导数的计算

1.2.1 几个常用函数的导数

1.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则

第1课时 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则(一)

基础巩固

- ① [2018·绍兴稽山中学期中] 已知 $f(x) = \cos 30^\circ$, 则 $f'(x)$ 的值为 ()
- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
- C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 0
- ② [2018·武汉高二期末] 若函数 $f(x) = x^5$, $f'(x_0) = 20$, 则 x_0 的值为 ()
- A. $\sqrt{2}$ B. $\pm\sqrt{2}$
- C. -2 D. ± 2
- ③ 若函数 $f(x) = x^n (n \in \mathbf{N}^*)$ 在 $x=2$ 处的导数为 12, 则 $n =$ ()
- A. 1 B. 2
- C. 3 D. 4
- ④ [2018·安徽滁州高二期末] 若函数 $f(x) = x + \cos x$, 则 $f'(x) =$ ()
- A. $1 - \cos x$ B. $1 + \cos x$
- C. $1 - \sin x$ D. $1 + \sin x$
- ⑤ 函数 $y = x^3$ 的图像在点 $(1, 1)$ 处的切线方程是 _____.
- ⑥ 函数 $f(x) = \frac{a}{x} (a \in \mathbf{R})$, 若其导数的图像过点 $(2, 4)$, 则 a 的值是 _____.

能力提升

- ⑦ [2018·河北张家口高二期末] 若函数 $f(x) = \sin x + \cos x$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) =$ ()
- A. $\sqrt{2}$ B. 0
- C. $-\sqrt{2}$ D. -1

- ⑧ [2018·西安中学高二期末] 函数 $f(x) = 2^x$ 在 $x=0$ 处的导数是 ()
- A. 0
- B. 1
- C. $\ln 2$
- D. -1
- ⑨ 若曲线 $y = x^4$ 的一条切线 l 与直线 $x + 4y - 8 = 0$ 垂直, 则 l 的方程为 ()
- A. $4x - y - 3 = 0$
- B. $x + 4y - 5 = 0$
- C. $4x - y + 3 = 0$
- D. $x + 4y + 3 = 0$
- ⑩ [2018·德清二中考] 已知函数 $f(x) = x^3$ 在点 P 处的导数值为 3, 则点 P 的坐标为 ()
- A. $(-2, -8)$
- B. $(-1, -1)$
- C. $(-2, -8)$ 或 $(2, 8)$
- D. $(-1, -1)$ 或 $(1, 1)$
- ⑪ 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x) = e^x + x^2 - x + \sin x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 ()
- A. $y = 3x - 2$
- B. $y = x + 1$
- C. $y = 2x - 1$
- D. $y = -2x + 3$
- ⑫ [2018·河南洛阳高二期末] 已知函数 $f(x) = x^3 + 3xf'(2)$, 则 $f'(2) =$ _____.
- ⑬ 曲线 $y = x^3 + 3x^2 + 6x - 10$ 的切线中, 斜率最小的切线的方程为 _____.
- ⑭ [2018·绍兴一中月考] 设 $f_0(x) = \sin x$, $f_1(x) = f'_0(x)$, $f_2(x) = f'_1(x)$, \dots , $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$, $n \in \mathbf{N}$, 则 $f_{2017}(x) =$ _____.

- ⑮ [2018 · 南昌三中期中] 已知函数 $f(x) = x - 2\ln x$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $A(1, f(1))$ 处的切线方程.

- ⑯ 设函数 $f(x) = ax - \frac{b}{x}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $7x - 4y - 12 = 0$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 试说明曲线 $y = f(x)$ 在其任意一点处的切线与直线 $x = 0$ 和直线 $y = x$ 所围成的三角形的面积为定值, 并求此定值.

难点突破

- ⑰ 若函数 $y = f(x)$ 的图像上存在不同的两点, 使得函数图像在这两点处的切线的斜率之和等于常数 t , 则称函数 $y = f(x)$ 为“ t 函数”. 下列函数中是“2 函数”的是

()

① $y = x + e^x$; ② $y = x^2 - \frac{1}{3}x^3$;

③ $y = x + \cos x$; ④ $y = e^x + x - \ln x$.

A. ①②

B. ①③

C. ①④

D. ③④

- ⑱ 设 P 是函数 $y = \ln x$ 的图像上的动点, 则点 P 到直线 $y = x$ 的距离的最小值为_____.



第2课时 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则(二)

基础巩固

- ① [2018·诸暨中学高二期中] 若函数 $f(x) = x \sin x$, 则 $f'(x) =$ ()
- A. $\cos x$
B. $\sin x + x \cos x$
C. $\sin x - x \cos x$
D. $x \sin x + \cos x$

- ② 函数 $f(x) = (\sin x)^2$ 的导函数 $f'(x) =$ ()
- A. $2 \sin x$
B. $2 \sin^2 x$
C. $2 \cos x$
D. $\sin 2x$

- ③ [2018·宁波余姚中学月考] 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的两个可导函数, 若 $f(x), g(x)$ 满足 $f'(x) = g'(x)$, 则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 满足 ()
- A. $f(x) = g(x)$
B. $f(x) = g(x) = 0$
C. $f(x) - g(x)$ 为常函数
D. $f(x) + g(x)$ 为常函数

- ④ [2018·攀枝花期末] 设 $f'(x)$ 是函数 $f(x) = \frac{\cos x}{e^x}$ 的导函数, 则 $f'(0)$ 的值为 ()
- A. 1
B. 0
C. -1
D. $\frac{1}{e}$

- ⑤ 若质子的运动方程为 $s = t \sin t$, 其中 s 的单位为 m , t 的单位为 s , 则质子在 $t = 2 \text{ s}$ 时的瞬时速度为 _____ m/s .

- ⑥ 已知 $f(x) = \ln(3x-1)$, 则 $f'(2) =$ _____.

能力提升

- ⑦ [2018·嘉兴一中高二期中] 下列求导运算正确的是 ()

A. $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)' = 1 - \frac{1}{x^3}$ B. $(2^x)' = 2^x \ln 2$
C. $(x^2 \sin x)' = 2x \cos x$ D. $(\ln 2x)' = \frac{1}{2x}$

- ⑧ [2018·黄冈高二期末] 已知函数 $f(x) = f'(1) + x \ln x$, 则 $f(e) =$ ()
- A. $1+e$ B. e
C. $2+e$ D. 3

- ⑨ $y = \log_a(2x^2-1)$ 的导函数是 ()

A. $y' = \frac{4x}{(2x^2-1) \ln a}$
B. $y' = \frac{4x}{2x^2-1}$
C. $y' = \frac{1}{(2x^2-1) \ln a}$
D. $y' = \frac{2x^2-1}{\ln a}$

- ⑩ [2018·温州十校联考] 如图 1-2-1 所示, $y = f(x)$ 是可导函数, 直线 $l: y = kx + 3$ 是曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线, 令 $h(x) = xf(x)$, $h'(x)$ 是 $h(x)$ 的导函数, 则 $h'(1)$ 的值是 ()

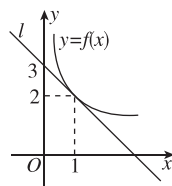


图 1-2-1

- A. 2
B. 1
C. -1
D. $\frac{1}{2}$

- ⑪ 若函数 $f(x) = e^x \cos x$, 则此函数的图像在点 $(1, f(1))$ 处的切线的倾斜角为 ()

- A. 0
B. 锐角
C. 直角
D. 钝角

- ⑫ 点 P 是曲线 $y = x^2 - \ln x$ 上任意一点, 则点 P 到直线 $y = x - 2$ 的距离的最小值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
B. $\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{2}$
D. 2

- ⑬ 设曲线 $y = e^x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线与曲线 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 在点 P 处的切线垂直, 则点 P 的坐标为 _____.

- ⑭ 已知函数 $f(x) = \sqrt{ax^2-1}$, 且 $f'(1) = 2$, 则 a 的值为 _____.

15 [2018 · 诸暨中学月考] 求下列函数的导函数.

(1) $y = \frac{e^x}{x}$;

(2) $y = (2x^2 - 1)(3x + 1)$;

(3) $y = \sin(x+1) - \cos \frac{x}{2}$.

16 已知函数 $f(x) = \frac{ax-6}{x^2+b}$ 的图像在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程为 $x+2y+5=0$, 求函数 $f(x)$ 的解析式.

难点突破

17 设 $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$ (a, b, c 是两两不等的常数), 则 $\frac{a}{f'(a)} + \frac{b}{f'(b)} + \frac{c}{f'(c)}$ 的值是_____.

18 [2018 · 重庆巴蜀中学高二期末] 已知斜率为 $\frac{3}{4}$ 的直线 l 过抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点, 且与抛物线相交于 A, B 两点, 分别过点 A, B 作抛物线的切线, 且这两条切线相交于点 M , 则 $\triangle MAB$ 的面积为_____.

滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

① [2018·豫南九校高二期末] 若 $y=2018\sin 60^\circ$, 则 $y' =$ ()

- A. 1009 B. $1009\sqrt{3}$
C. 0 D. 2018

② 有一做直线运动的物体,其位移 s 与时间 t 的关系是 $s=3t-t^2$, 则物体的初速度是 ()

- A. 0 B. 3
C. -2 D. $3-2t$

③ 设函数 $f(x)$ 可导, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+3\Delta x) - f(1)}{3\Delta x} =$ ()

- A. $f'(1)$ B. $3f'(1)$
C. $\frac{1}{3}f'(1)$ D. $f'(3)$

④ [2018·中山高二期末] 若直线 $y=\frac{1}{2}x+b$ 与曲线 $y=-\frac{1}{2}x+\ln x$ 相切, 则 b 的值为 ()

- A. -2 B. -1
C. $\frac{1}{2}$ D. 1

⑤ [2018·余姚中学高二期中] 下列求导运算正确的是 ()

- A. $(e^{-x})' = e^{-x}$
B. $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}$
C. $(\log_{2018} x)' = \frac{1}{x \ln 2018}$
D. $(x^2 \cos x)' = 2x \cos x + x^2 \sin x$

⑥ [2018·绍兴越崎中学月考] 函数 $f(x) = x \sin x$ 的导函数 $f'(x)$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的图像大致为 ()

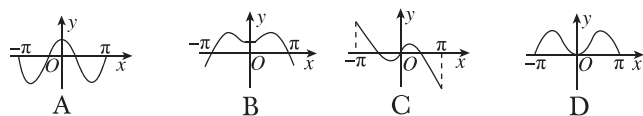


图 G1-1

⑦ 若曲线 $y=ax^2+\ln x$ 上存在垂直于 y 轴的切线, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, 1)$
C. $(0, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

⑧ [2018·诸暨中学高二期中] 已知函数 $f(x) = e^x$ 的图像在点 $(0, f(0))$ 处的切线为 l , 动点 (a, b) 在直线 l 上, 则 $2^a + 2^{-b}$ 的最小值是 ()

- A. 4 B. 2
C. 1 D. $\sqrt{2}$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

⑨ 已知 $f(x) = x^a$, 若 $f'(-1) = -4$, 则 a 的值为_____.

⑩ 若函数 $f(x)$ 的图像在点 $M(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = \frac{1}{2}x + 2$, 则 $f(1) + f'(1) =$ _____.

⑪ [2018·绍兴诸暨期中] 已知 A, B, C 三点在曲线 $y = \sqrt{x}$ 上, 其横坐标依次为 $1, m, 4$ ($1 < m < 4$), 当 $\triangle ABC$ 的面积最大时, m 的值为_____.

⑫ [2018·余姚高二期末] 已知曲线 $C_1: y = x^2 - 1$, $C_2: y = \ln x$, 给出以下三个结论: ① C_1 与 C_2 存在公共点 $(1, 0)$; ② C_1 与 C_2 在点 $(1, 0)$ 处存在相同的切线; ③ C_1 与 C_2 存在相互平行的切线. 其中正确的结论是_____ (用序号表示, 把你认为正确结论的序号都填上).

三、解答题(本大题共 3 小题,共 40 分)

⑬ (10 分) 求下列函数的导函数:

(1) $y = (x+1)(2x^2+3x-1)$;

(2) $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$;

(3) $y = \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}$;

(4) $y = x \ln(x^2 + 3x)$.

- ⑭ (15 分) 若存在过点 $(1,0)$ 的直线与曲线 $y=x^3$ 和 $y=ax^2+\frac{15}{4}x-9$ 都相切, 求实数 a 的值.

- ⑮ (15 分) 已知直线 l_1 为曲线 $y=x^2+x-2$ 在点 $(1,0)$ 处的切线, 直线 l_2 为该曲线的另一条切线, 且 $l_1 \perp l_2$.
- (1) 求直线 l_2 的方程;
- (2) 求由直线 l_1, l_2 和 x 轴所围成的三角形的面积.

1.3 导数在研究函数中的应用

1.3.1 函数的单调性与导数

第1课时 函数的单调性与导数(一)

基础巩固

- ⑦ 如图 1-3-1 是导函数 $y=f'(x)$ 的图像,那么函数 $y=f(x)$ 的单调递减区间是 ()

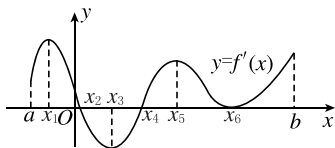


图 1-3-1

- A. (x_1, x_3) B. (x_2, x_4)
C. (x_4, x_6) D. (x_5, x_6)
- ⑧ 已知定义在区间 $(0, \pi)$ 上的函数 $f(x) = \sin x - \frac{1}{2}x$, 则 $f(x)$ 的单调递减区间为 ()
- A. $(0, \pi)$ B. $(0, \frac{\pi}{6})$
C. $(\frac{\pi}{3}, \pi)$ D. $(\frac{\pi}{4}, \pi)$
- ⑨ 对于定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$, 若 $f'(x) < 0$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 则 ()
- A. $f(3) < f(-2) < f(1)$ B. $f(1) < f(-2) < f(3)$
C. $f(-2) < f(1) < f(3)$ D. $f(3) < f(1) < f(-2)$
- ⑩ [2018 · 广西来宾高二期末] 函数 $f(x) = x^2 \ln x$ 的单调递减区间为 ()

- A. $(0, \sqrt{e})$ B. $(\frac{\sqrt{e}}{e}, +\infty)$
C. $(-\infty, \frac{\sqrt{e}}{e})$ D. $(0, \frac{\sqrt{e}}{e})$
- ⑪ 函数 $f(x) = x - \ln x$ 的单调递减区间为 _____.
- ⑫ [2018 · 金华十校高二期末] 已知函数 $f(x) = 3x - x^3$, 则 $f(x)$ 的单调递增区间为 _____.

能力提升

- ⑬ 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且 $f(x) > 0$, $f'(x) > 0$, 则关于函数 $y = xf(x)$ 的说法正确的是 ()
- A. $y = xf(x)$ 为减函数
B. $y = xf(x)$ 为增函数
C. $y = xf(x)$ 不是单调函数
D. $y = xf(x)$ 的单调性无法确定

- ⑭ 已知甲: 对任意 $x \in (a, b)$, 都有 $f'(x) > 0$; 乙: $f(x)$ 在 (a, b) 内单调递增. 则甲是乙的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

- ⑮ [2018 · 丽水高二期末] 若二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的图像开口向上且顶点在第四象限, 则其导函数 $f'(x)$ 的图像可能是 ()

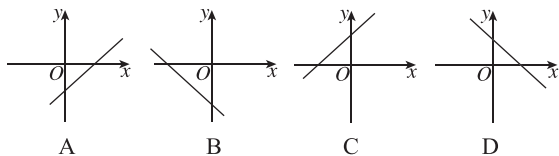


图 1-3-2

- ⑯ [2018 · 诸暨二中月考] 若 $y = ax$ 与 $y = -\frac{b}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上都是减函数, 则下列对函数 $y = ax^3 + bx$ 的单调性描述正确的是 ()
- A. 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数
B. 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数
C. 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
D. 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数, 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数
- ⑰ 关于函数 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 7$, 下列说法不正确的是 ()
- A. 在区间 $(-\infty, 0)$ 内, $f(x)$ 为增函数
B. 在区间 $(0, 2)$ 内, $f(x)$ 为减函数
C. 在区间 $(2, +\infty)$ 内, $f(x)$ 为增函数
D. 在区间 $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ 内, $f(x)$ 为增函数

- ⑱ 函数 $f(x) = x \ln x (x > 0)$ 的单调递增区间是 _____.

- ⑲ [2018 · 嘉兴一中高二期中] 在 \mathbf{R} 上的可导函数 $f(x)$ 的图像如图 1-3-3 所示, 则关于 x 的不等式 $xf'(x) < 0$ 的解集是 _____.

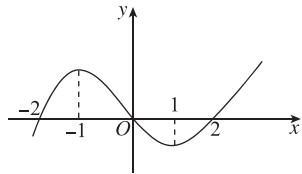


图 1-3-3

- ⑳ 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$, 若 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 满足 $f'(x) < x^2 + 1$, 则不等式 $f(x) < \frac{1}{3}x^3 + x$ 的解集为 _____.

- 15 [2018·丽水期末] 已知函数 $f(x) = x^3 + ax + 8$ 的单调递减区间为 $(-5, 5)$, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间.

- 16 [2018·衢州四校高二期中] 已知函数 $f(x) = ae^x - \frac{x^3}{3} - x^2 - 2x (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 若 $a = 1$, 求函数 $f(x)$ 的图像在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
(2) 若函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递减, 求实数 a 的取值范围.

难点突破

- 17 设 $f(x) = ax^3 + x$ 恰好有三个单调区间, 则实数 a 的取值范围为_____.
- 18 [2018·桐乡茅盾中学期中] 已知函数 $f(x) = \ln x - ax + \frac{1-a}{x} - 1 (a \in \mathbf{R})$.
- (1) 当 $a = -1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程;
(2) 当 $a \leq \frac{1}{2}$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性.

第2课时 函数的单调性与导数(二)

基础巩固

- ① “ $a \leq -1$ ”是“函数 $f(x) = \ln x + ax + \frac{1}{x}$ 在 $[1, +\infty)$ 上是单调函数”的 ()

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

- ② [2018·杭州六校高二期中] 若函数 $y=f(x)$ 的导函数 $y=f'(x)$ 的图像如图 1-3-4 所示, 则函数 $y=f(x)$ 的图像可能是 ()

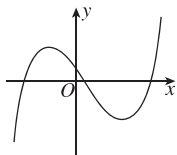


图 1-3-4

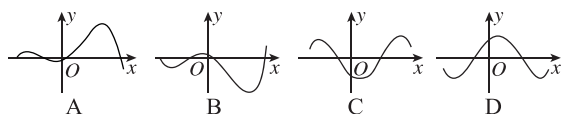


图 1-3-5

- ③ 已知函数 $f(x) = -x^3 + ax^2 - x - 1$ 在 \mathbf{R} 上是单调函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$
B. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
C. $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$
D. $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

- ④ 设 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 且 $f'(x) > g'(x)$, 则当 $a < x < b$ 时, 有 ()

A. $f(x) > g(x)$
B. $f(x) < g(x)$
C. $f(x) + g(a) > g(x) + f(a)$
D. $f(x) + g(b) > g(x) + f(b)$

- ⑤ 若函数 $f(x) = e^x - ax$ 在区间 $(0, 1]$ 上是增函数, 则 a 的取值范围是 _____.

- ⑥ 已知 $f(x)$ 满足 $f(4) = f(-2) = 1$, $f'(x)$ 为其导函数, 且导函数 $y=f'(x)$ 的图像如图 1-3-6 所示, 则 $f(x) < 1$ 的解集是 _____.

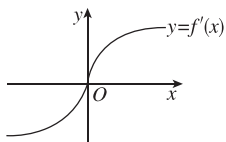


图 1-3-6

能力提升

- ⑦ [2018·宁波效实中学月考] 已知 a 是常数, 函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(1-a)x^2 - ax + 2$ 的导函数 $y=f'(x)$ 的图像如图 1-3-7 所示, 则函数 $g(x) = |a^x - 2|$ 的图像可能是 ()

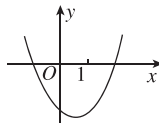


图 1-3-7

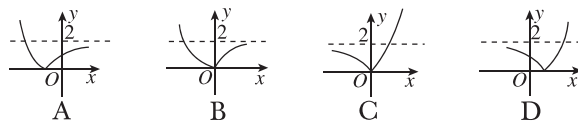


图 1-3-8

- ⑧ 函数 $f(x) = (x^2 - 2x)e^x$ (e 为自然对数的底数) 的图像大致是 ()

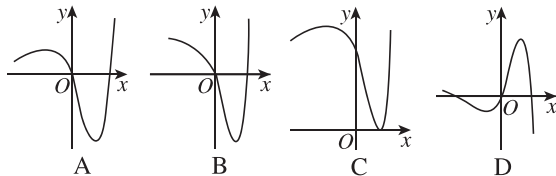


图 1-3-9

- ⑨ 函数 $f(x) = x^3 + ax - 2$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[3, +\infty)$ B. $[-3, +\infty)$
C. $(-3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3)$

- ⑩ [2018·温州新力量联盟期中] 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) - x \cdot f'(x) < 0$, 若 $0 < a < b$, 则一定有 ()

A. $af(a) < bf(b)$ B. $af(b) < bf(a)$
C. $af(a) > bf(b)$ D. $af(b) > bf(a)$

- ⑪ [2018·绍兴稽山中学期末] 若 $a = \frac{\ln 3}{3}, b = \frac{\ln 5}{5}, c = \frac{\ln 6}{6}$, 则 ()

A. $a < b < c$ B. $c < b < a$
C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

- ⑫ [2018·嘉兴一中高二期中] 若函数 $f(x) = x^2 + ax + \frac{1}{x}$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 1]$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[-1, 0]$ B. $[-1, +\infty)$
C. $[-1, 3]$ D. $[3, +\infty)$

- 13 若函数 $f(x) = x^3 - 12x$ 在区间 $(k-1, k+1)$ 上不是单调函数, 则实数 k 的取值范围是 ()

A. $k \leq -3$ 或 $-1 \leq k \leq 1$ 或 $k \geq 3$
B. $-3 < k < -1$ 或 $1 < k < 3$
C. $-2 < k < 2$
D. 不存在这样的实数 k

- 14 [2018 · 金华江南中学月考] 已知函数 $f(x) = ax^2 + 2x - \frac{4}{3} \ln x$ 的导函数的一个零点为 $x=1$.

(1) 求 a 的值;
(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

- 15 已知函数 $f(x) = x^3 - ax^2 + 10$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 若在区间 $[1, 2]$ 内至少存在一个实数 x , 使得 $f(x) < 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

难点突破

- 16 [2018 · 杭州六校高二期中] 已知可导函数 $f(x) (x \in \mathbf{R})$ 满足 $f'(x) > f(x)$, 则当 $a > 0$ 时, $f(a)$ 和 $e^a f(0)$ 的大小关系为 ()

A. $f(a) < e^a f(0)$ B. $f(a) > e^a f(0)$
C. $f(a) = e^a f(0)$ D. $f(a) \leq e^a f(0)$

- 17 [2018 · 东阳中学高二期中] 设 $k \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \ln x - kx$.
(1) 若 $k=2$, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(1, f(1))$ 处的切线方程;
(2) 若 $f(x)$ 无零点, 求实数 k 的取值范围.

1.3.2 函数的极值与导数

基础巩固

- ① 已知 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图像如图 1-3-10 所示, 则 ()

- A. $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值
 B. $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值
 C. $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是增函数
 D. $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 1)$ 上是减函数, 在区间 $(1, +\infty)$ 上是增函数

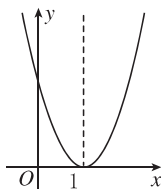


图 1-3-10

- ② 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 则 “ $f'(x_0)=0$ ” 是 “ $x=x_0$ 是函数 $f(x)$ 的一个极值点” 的 ()

- A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

- ③ 函数 $y=1+3x-x^3$ 有 ()

- A. 极小值 -1, 极大值 3
 B. 极小值 -2, 极大值 3
 C. 极小值 -1, 极大值 1
 D. 极小值 -2, 极大值 2

- ④ 函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+a^2$ 在 $x=1$ 处有极值 10, 则点 (a, b) 为 ()

- A. $(-3, 3)$
 B. $(4, -11)$
 C. $(-3, 3)$ 或 $(4, -11)$
 D. 不存在

- ⑤ 设函数 $f(x)=xe^x$, 则 ()

- A. $x=1$ 为 $f(x)$ 的极大值点
 B. $x=1$ 为 $f(x)$ 的极小值点
 C. $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极大值点
 D. $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极小值点

- ⑥ [2018 · 诸暨中学高二期中] 已知函数 $f(x)=x^3-3x$, 则 $f'(0)=$ _____, $f(x)$ 的极小值为 _____.

能力提升

- ⑦ [2018 · 绍兴期中] 已知 $f(x)=x^3-ax^2+4x$ 有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 且 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上有极大值, 无极小值, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $a > \frac{7}{2}$

B. $a \geq \frac{7}{2}$

C. $a < \frac{7}{2}$

D. $a \leq \frac{7}{2}$

- ⑧ 若函数 $f(x)=x^3-2ax+a$ 在 $(0, 1)$ 内有极小值, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 3)$
 B. $(-\infty, 3)$
 C. $(0, +\infty)$
 D. $(0, \frac{3}{2})$

- ⑨ [2018 · 湖州期末] 若函数 $y=e^x-2mx$ 有小于零的极值点, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m < \frac{1}{2}$
 B. $0 < m < \frac{1}{2}$
 C. $m > \frac{1}{2}$
 D. $0 < m < 1$

- ⑩ [2018 · 湖北宜昌高二期末] 设函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 且函数 $f(x)$ 在 $x=-2$ 处取得极大值, 则函数 $y=xf'(x)$ 的图像可能是 ()

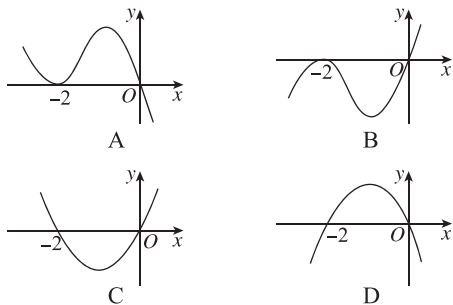


图 1-3-11

- ⑪ 函数 $g(x)=x^3+(\frac{m}{2}+2)x^2-2x$ 在 $(2, 3)$ 上总存在极值, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(-\frac{58}{9}, -6)$ B. $(-\frac{37}{3}, -9)$
 C. $(-\frac{37}{3}, 9)$ D. $(-\frac{37}{3}, -6)$

- ⑫ [2018 · 丽水高二期末] 已知函数 $f(x)=x^3+3mx^2+nx+m^2$ 在 $x=-1$ 处取得极值 0, 则 $m=$ _____, $n=$ _____.

13 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ 的图像与函数 $g(x) = a$ 的图像有三个交点, 则实数 a 的取值范围是_____.

14 [2018 · 杭州七校联考] 若函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + ax$ ($x \in \mathbf{R}$) 不存在极值点, 则 a 的取值范围是_____.

15 设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2 + (a-1)x$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程.

(2) 当 a 为何值时, 函数 $f(x)$ 有极值? 并求出极大值.

16 [2018 · 杭州六校高二期中] 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 - 3x$ 在 $x = \pm 1$ 处取得极值.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 若函数 $y = f(x) - t$ 只有一个零点, 求实数 t 的取值范围.

难点突破

17 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + (a-1)x - a \ln x$ 存在唯一的极值, 且此极值不小于 1, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $\left[\frac{3}{2}, 2\right)$

B. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$

C. $\left[0, \frac{3}{2}\right)$

D. $(-1, 0) \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$

18 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = \frac{1}{3}a^2x^3 - ax^2 + \frac{2}{3}$, $g(x) = -ax + 1, x \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的图像在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的极值;

(3) 若在 $\left(0, \frac{1}{2}\right]$ 上至少存在一个实数 x_0 , 使 $f(x_0) > g(x_0)$ 成立, 求正实数 a 的取值范围.



1.3.3 函数的最大(小)值与导数

第1课时 函数的最大(小)值与导数(一)

基础巩固

① 下列说法正确的是 ()

- A. 函数的极大值就是函数的最大值
 B. 函数的极小值就是函数的最小值
 C. 函数的最值一定是极值
 D. 在闭区间上的连续函数一定存在最值

② [2018·杭州六校高二期中] 已知函数 $f(x) = x^3 - 12x, x \in [-3, 3]$, 则 $f(x)$ 的最大值为 ()

- A. -9 B. -16
 C. 16 D. 9

③ [2018·浦江中学月考] 函数 $y = x - \sin x, x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ 的最大值是 ()

- A. $\pi - 1$
 B. $\frac{\pi}{2} - 1$
 C. π
 D. $\pi + 1$

④ 函数 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的最大值为 ()

- A. e^{-1} B. e
 C. e^2 D. $\frac{10}{3}$

⑤ [2018·北京清华附中高二期末] 函数 $f(x) = x \cdot e^x$ 的最小值是 ()

- A. -1 B. -e
 C. $-\frac{1}{e}$ D. 不存在

⑥ 函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值是_____, 最小值是_____.

能力提升

⑦ 若函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x + a$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值是 3, 则 a 的值为 ()

- A. 2 B. 1 C. -2 D. -1

⑧ 已知函数 $y = \frac{ax^2}{x-1} (x > 1)$ 有最大值 -4, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. -1
 C. 4 D. -4

⑨ 设直线 $x = t$ 与函数 $f(x) = x^2, g(x) = \ln x$ 的图像分别交于点 M, N , 则当 $|MN|$ 达到最小时 t 的值为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑩ [2018·东阳中学高二上学期中] 如果函数 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + m (m \text{ 为常数})$ 在 $[-2, 2]$ 上的最大值是 3, 那么此函数在 $[-2, 2]$ 上的最小值是 ()

- A. -37 B. -29
 C. -5 D. 以上都不对

⑪ [2018·杭州期中] 函数 $f(x) = x^3 - 3ax - a$ 在 $(0, 1)$ 内有最小值, 则 a 的取值范围为_____.

⑫ 已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x$, 则 $f(x)$ 在区间 $[-2, 1]$ 上的最大值为_____.

⑬ 函数 $f(x) = x \sin x + \cos x$ 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \pi\right]$ 上的最大值为_____.

⑭ 若 $f(x) = x^3 - 12x + 8$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $M - m =$ _____.

⑮ 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-3, 2]$ 上的最值.

⑩ [2018 · 广东惠州高二期末] 设函数 $f(x) = \ln x - x + 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 证明: $\ln x \leq x - 1$.

难点突破

⑪ [2018 · 衢州高二质检] 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 +$

$(1-a)x + 1$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $a = 1$, 求函数 $f(x)$ 的图像在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的最大值.

第2课时 函数的最大(小)值与导数(二)

基础巩固

- ① 函数 $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 4$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值是 ()
- A. $-\frac{17}{3}$ B. $-\frac{10}{3}$
C. -4 D. $-\frac{64}{3}$
- ② 若函数 $f(x) = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处有最值, 则 a 等于 ()
- A. 2 B. 1
C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. 0
- ③ 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 在区间 $[0, m]$ 上有最大值 3, 最小值 2, 则 m 的取值范围是 _____.
- ④ 已知函数 $f(x) = x^3 - ax^2 + 3x$, 若 $x = 3$ 是 $f(x)$ 的极值点, 则 $f(x)$ 在 $[1, a]$ 上的最大值为 _____.
- ⑤ 已知函数 $f(x) = \frac{\ln a + \ln x}{x}$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上为减函数, 则实数 a 的取值范围为 _____.
- ⑥ 已知不等式 $\frac{\ln(kx)}{x} \leq \frac{1}{e}$ 对任意正实数 x 恒成立, 则实数 k 的取值范围是 _____.

能力提升

- ⑦ [2018 · 揭阳期末] 若函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 1$ 在区间 $(m, m+3)$ 上存在最小值, 则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $[-5, 0)$ B. $(-5, 0)$
C. $[-3, 0)$ D. $(-3, 0)$
- ⑧ [2018 · 湖州期中] 若对任意的 $x > 0$, 恒有 $\ln x \leq px - 1$ ($p > 0$), 则 p 的取值范围是 ()
- A. $(0, 1]$ B. $(1, +\infty)$
C. $(0, 1)$ D. $[1, +\infty)$
- ⑨ 若函数 $f(x) = -x^3 + mx^2 + 1$ ($m \neq 0$) 在区间 $(0, 2)$ 内的极大值为最大值, 则 m 的取值范围是 ()
- A. $(0, 3)$ B. $(-3, 0)$
C. $(-\infty, -3)$ D. $(3, +\infty)$
- ⑩ 已知函数 $f(x) = x^2 - 2 \ln x$, 若在定义域内存在 x_0 , 使得不等式 $f(x_0) - m \leq 0$ 成立, 则实数 m 的最小值是 ()
- A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

- ⑪ [2018 · 杭州二期中] 函数 $f(x) = -x^3 + 3x$ 在区间 $(a^2 - 12, a)$ 上有最小值, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-1, \sqrt{11})$ B. $(-1, 2)$
C. $(-1, 2]$ D. $(1, 4)$
- ⑫ 已知函数 $f(x) = e^x \ln x + e^x (x-a)^2$ ($a \in \mathbf{R}$), 若存在 $x \in [\frac{1}{2}, 2]$, 使得 $f'(x) < f(x)$, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(\frac{9}{4}, +\infty)$ B. $(\sqrt{2}, +\infty)$
C. $(\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$
- ⑬ 已知 a 为实数, $f(x) = (x^2 - 4)(x - a)$, $f'(-1) = 0$, 则 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值为 _____.
- ⑭ [2018 · 湖州高二期末] 已知函数 $f(x) = x^3 - ax - 1$, $a \in \mathbf{R}$.
- (1) 若 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上为增函数, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若 $a = 3$, 求 $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上的最大值与最小值.

15 [2018·绍兴稽山中学期中] 已知函数 $f(x) = x \ln x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若对任意 $x \geq 1$ 都有 $f(x) \geq ax - 1$, 求实数 a 的取值范围.

难点突破

16 [2018·厦门期末] 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $(ax - \ln x)(ax - e^x) \leq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 1]$

B. $\left[\frac{1}{e}, e\right]$

C. $(1, e]$

D. $[e, +\infty)$

17 [2018·人大附中月考] 已知函数 $f(x) = -2a^2 \ln x + \frac{1}{2}x^2 + ax (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a = 1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 当 $a < 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, e]$ 的最小值.