



# 全品作业本

QUANPIN ZUOYEBEN

主 编:肖德好

本册主编:吴金辉

编 者:吴金辉 陈庆新 庞志全 慕泽刚

特约主审:赵 博

高中数学  
必修 5

新课标(RJA)

开明出版社

第一章  
解三角形

## 01

1.1 正弦定理和余弦定理	1
1.1.1 正弦定理	1
1.1.2 余弦定理	3
第1课时 余弦定理及其简单应用	3
第2课时 正弦定理与余弦定理的综合应用	5
滚动习题(一) [范围 1.1]	7
1.2 应用举例	9
第1课时 正、余弦定理在实际问题中的应用	9
第2课时 正、余弦定理在三角形中的应用	11
热点题型探究(一)	13
题型1 利用正、余弦定理解三角形	13
题型2 三角形解的个数的确定	13
题型3 利用正、余弦定理判定三角形的形状	13
题型4 三角形中最值与范围问题	14
题型5 正、余弦定理在实际问题中的应用	14
本章基础排查(一)	15
本章能力测评(一)	17

第二章  
数列

## 02

2.1 数列的概念与简单表示法	21
2.2 等差数列	23
第1课时 等差数列的概念与通项公式	23
第2课时 等差数列的性质及其应用	25
2.3 等差数列的前 $n$ 项和	27
第1课时 等差数列的前 $n$ 项和公式	27
第2课时 等差数列的综合应用	29
滚动习题(二) [范围 2.1~2.3]	31
2.4 等比数列	33
第1课时 等比数列的概念与通项公式	33
第2课时 等比数列的性质及其应用	35
2.5 等比数列的前 $n$ 项和	37
第1课时 等比数列的前 $n$ 项和公式	37
第2课时 等比数列的综合应用	39

热点题型探究(二)	41
题型1 求数列的通项公式	41
题型2 等差、等比数列的判定	41
题型3 等差、等比数列性质的应用	42
题型4 数列求和的方法	42
题型5 数列的实际应用	42
本章基础排查(二)	43
本章能力测评(二)	45

第三章  
不等式

## 03

3.1 不等关系与不等式	49
3.2 一元二次不等式及其解法	51
3.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	53
3.3.1 二元一次不等式(组)与平面区域	53
3.3.2 简单的线性规划问题	55
3.4 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$	57
第1课时 利用基本不等式证明不等式	57
第2课时 基本不等式的简单应用	59
热点题型探究(三)	61
题型1 三个二次(二次函数、二次不等式、二次方程)问题	61
题型2 分类讨论在解一元二次不等式中的应用	61
题型3 目标函数的几何意义	61
题型4 利用基本不等式求最值	62
题型5 恒成立问题	62
本章基础排查(三)	63
本章能力测评(三)	65

## 综合测评

模块结业测评(一)	69
模块结业测评(二)	73

参考答案	77
------	----

## 第一章 解三角形

### 1.1 正弦定理和余弦定理

#### 1.1.1 正弦定理

##### 基础巩固

- ① [2019·内蒙古鄂尔多斯一中高二期中] 已知 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ .若 $a=4, b=4\sqrt{3}, A=30^\circ$ ,则 $B$ 等于 ( )
- A.  $30^\circ$  B.  $30^\circ$ 或 $150^\circ$   
C.  $60^\circ$  D.  $60^\circ$ 或 $120^\circ$
- ② 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆半径 $R=5$ ,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,则 $\frac{b}{\sin B} =$  ( )
- A. 2.5 B. 5  
C. 10 D. 不确定
- ③ [2019·湖南娄底高二期中] 已知 $a, b, c$ 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边,若 $\triangle ABC$ 的周长为 $2(\sqrt{2}+1)$ ,且 $\sin B + \sin C = \sqrt{2} \sin A$ ,则 $a =$  ( )
- A.  $\sqrt{2}$  B. 2  
C. 4 D.  $2\sqrt{2}$
- ④ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $a+b+10c=2(\sin A + \sin B + 10\sin C)$ , $A=60^\circ$ ,则 $a =$  ( )
- A.  $\sqrt{3}$  B.  $2\sqrt{3}$   
C. 4 D. 不确定
- ⑤ [2019·内蒙古通辽实验中学高二月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,已知 $b=20, c=10\sqrt{3}, C=60^\circ$ ,则此三角形的解的情况是 ( )
- A. 有一个解 B. 有两个解  
C. 无解 D. 有解但解的个数不确定
- ⑥ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,已知 $b=\frac{5}{8}a, A=2B$ ,则 $\cos A =$ \_\_\_\_\_.

##### 能力提升

- ⑦ [2018·濮阳高二期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,且满足 $c \sin A = \sqrt{3} a \cos C$ ,则 $\sin A + \sin B$ 的最大值是 ( )
- A. 1 B.  $\sqrt{2}$   
C.  $\sqrt{3}$  D. 3

- ⑧ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ .若 $a \cos A = b \sin B$ ,则 $\sin A \cos A + \cos^2 B =$  ( )
- A.  $-\frac{1}{2}$  B.  $\frac{1}{2}$   
C. -1 D. 1
- ⑨ [2019·吉林舒兰一中高二月考] 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=\sqrt{3}, A=30^\circ, B=120^\circ$ ,则 $\triangle ABC$ 的外接圆的面积为 ( )
- A.  $9\pi$  B.  $\sqrt{3}\pi$   
C.  $12\pi$  D.  $3\pi$
- ⑩ 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ .若 $a \sin A \sin B + b \cos^2 A = \sqrt{2}a$ ,则 $\frac{b}{a} =$  ( )
- A.  $2\sqrt{3}$  B.  $2\sqrt{2}$   
C.  $\sqrt{3}$  D.  $\sqrt{2}$
- ⑪ [2018·厦门高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $B=2A, a=1, b=\sqrt{3}$ ,则这个三角形一定是 ( )
- A. 等腰三角形  
B. 直角三角形  
C. 等腰直角三角形  
D. 等腰或直角三角形
- ⑫ [2019·贵州遵义航天中学高二月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,已知 $a=2, b=4, C=\frac{\pi}{3}$ ,则 $A =$  ( )
- A.  $\frac{\pi}{6}$   
B.  $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$   
C.  $\frac{\pi}{3}$   
D.  $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$
- ⑬ [2019·湖南师大附中高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,已知 $a=\sqrt{3}, b=1, A=\frac{\pi}{3}$ ,则 $\cos B =$ \_\_\_\_\_.

- ⑭ [2018·甘肃庆阳二中高二月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, a=2\sqrt{3}, b=6, A=30^\circ$ ,解这个三角形.

- ⑮ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, 2a=b+c, \sin^2 A=\sin B \sin C$ ,试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

## 难点突破

- ⑯ 已知在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, A=60^\circ, b=4\sqrt{3}$ ,若此三角形有且只有一个,则 $a$ 的取值范围是 ( )
- A.  $0 < a < 4\sqrt{3}$   
B.  $a=6$   
C.  $a \geq 4\sqrt{3}$  或  $a=6$   
D.  $0 < a \leq 4\sqrt{3}$
- ⑰ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, \cos 2B + 3\cos(A+C) + 2 = 0, b=\sqrt{3}$ ,求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

## 1.1.2 余弦定理

## 第1课时 余弦定理及其简单应用

## 基础巩固

- ① 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ .若

$$A = \frac{\pi}{3}, a = \sqrt{3}, b = 1, \text{则 } c = \quad (\quad)$$

- A. 1                      B. 2  
C.  $\sqrt{3} - 1$               D.  $\sqrt{3}$

- ② 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ .若 $(a^2 + c^2 - b^2) \tan B = \sqrt{3}ac$ ,则 $B =$   $(\quad)$

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{3}$   
C.  $\frac{\pi}{6}$  或  $\frac{5\pi}{6}$               D.  $\frac{\pi}{3}$  或  $\frac{2\pi}{3}$

- ③ 已知 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ .若 $2b^2 - 2a^2 = ac + 2c^2$ ,则 $\sin B =$   $(\quad)$

- A.  $\frac{\sqrt{15}}{4}$                       B.  $\frac{1}{4}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

- ④ [2019·浙江宁波北仑中学高二期中] 已知在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,且满足 $(a + b + c)(a + b - c) = 3ab$ ,则 $C =$   $(\quad)$

- A.  $15^\circ$                       B.  $30^\circ$   
C.  $45^\circ$                       D.  $60^\circ$

- ⑤ [2019·宁夏育才中学高二月考] 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\cos \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}, BC = 1, AC = 5$ ,则 $AB =$   $(\quad)$

- A.  $\sqrt{30}$                       B.  $2\sqrt{5}$   
C.  $\sqrt{29}$                       D.  $4\sqrt{2}$

- ⑥ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ .若 $a = 4, b = 5, c = 6$ ,则 $\frac{\sin 2A}{\sin C} =$   $\quad$ .

## 能力提升

- ⑦ 已知锐角三角形的三条边的长分别是 $2, 3, x$ ,则 $x$ 的取值范围是  $(\quad)$

- A.  $1 < x < 5$                       B.  $\sqrt{5} < x < \sqrt{13}$   
C.  $0 < x < \sqrt{5}$                       D.  $\sqrt{13} < x < 5$

- ⑧ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ .若 $b \cos C + c \cos B = a \sin A$ ,则 $\triangle ABC$ 的形状为  $(\quad)$

- A. 直角三角形                      B. 锐角三角形  
C. 钝角三角形                      D. 不确定

- ⑨ [2018·福建惠安惠南中学高二月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $(a + b)^2 - c^2 = 4, C = 60^\circ$ ,则 $ab =$   $(\quad)$

- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $8 - 4\sqrt{3}$   
C. 1                      D.  $\frac{2}{3}$

- ⑩ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $A$ 为锐角, $\lg b + \lg \frac{1}{c} = \lg \sin A = -\lg \sqrt{2}$ ,则 $\triangle ABC$ 为  $(\quad)$

- A. 等腰非直角三角形  
B. 等边三角形  
C. 直角非等腰三角形  
D. 等腰直角三角形

- ⑪ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $a^2 + b^2 < c^2$ ,且 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,则 $C =$   $\quad$ .

- ⑫ 在 $\triangle ABC$ 中, $A = 60^\circ$ ,最大边长与最小边长是方程 $x^2 - 9x + 8 = 0$ 的两个实根,则边 $BC$ 的长为  $\quad$ .

- ⑬ [2019·安徽滁州三校高一月考] 已知在 $\triangle ABC$ 中, $a, b, c$ 分别为内角 $A, B, C$ 的对边,且 $a \cos B + b \cos A = 3c \cos C$ ,则 $\cos C =$   $\quad$ .

- ⑭ [2018·潍坊高二期末] 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = a, AC = b, a, b$ 是方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 的两个根,且 $C = 120^\circ$ .求 $AB$ 的长.

- 15 [2019·贵州遵义航天中学高二月考] 已知 $\triangle ABC$ 为钝角三角形,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,  $B=30^\circ$ ,  $\frac{c}{b}=\sqrt{3}$ .

(1)求角 $C$ 的大小;

(2)若 $\triangle ABC$ 中 $BC$ 边上的中线 $AD$ 的长为 $\sqrt{7}$ ,求 $\triangle ABC$ 的周长.

## 难点突破

- 16 [2018·南阳八校高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $c^2=a^2+b^2-xab$ ,其中 $x\in[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ ,则角 $C$ 的最大值为 ( )

A.  $\frac{\pi}{6}$

B.  $\frac{\pi}{4}$

C.  $\frac{\pi}{3}$

D.  $\frac{2\pi}{3}$

- 17 在 $\triangle ABC$ 中,  $A=\frac{3\pi}{4}$ ,  $AB=6$ ,  $AC=3\sqrt{2}$ ,若点 $D$ 在 $BC$ 上,且 $AD=BD$ ,求 $AD$ 的长.

## 第2课时 正弦定理与余弦定理的综合应用

## 基础巩固

- ① [2019 · 安徽屯溪一中高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 已知 $a - c = \frac{\sqrt{6}}{6}b$ ,  $\sin B = \sqrt{6} \sin C$ , 则 $\cos A$ 的值为 ( )
- A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- ② [2018 · 西安西北大学附中高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,  $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 6$ , 则 $\sin B$ 等于 ( )
- A.  $\frac{2\sqrt{14}}{9}$   
B.  $\frac{\sqrt{14}}{9}$   
C.  $\frac{\sqrt{11}}{5}$   
D.  $\frac{2\sqrt{11}}{5}$
- ③ 在 $\triangle ABC$ 中,  $B = \frac{\pi}{4}$ ,  $AB = \sqrt{2}$ ,  $BC = 3$ , 则 $\sin A =$  ( )
- A.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$   
B.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$   
C.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$   
D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ④ 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ . 有下列关系式: ① $a \sin B = b \sin A$ ; ② $a = b \cos C + c \cos B$ ; ③ $a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C$ ; ④ $b = c \sin A + a \sin C$ . 其中一定成立的有 ( )
- A. 1个  
B. 2个  
C. 3个  
D. 4个
- ⑤ 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 若 $a = 5, b = 3, C = 120^\circ$ , 则 $\sin A =$  \_\_\_\_\_.
- ⑥ 已知在 $\triangle ABC$ 中,  $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : 3 : 4$ , 则 $\cos A : \cos B : \cos C =$  \_\_\_\_\_.

## 能力提升

- ⑦ [2018 · 江西景德镇一中高一期末] 已知在 $\triangle ABC$ 中,  $\sin^2 A \leq \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$ , 则 $A$ 的取值范围是 ( )
- A.  $(0, \frac{\pi}{6}]$                       B.  $[\frac{\pi}{6}, \pi)$   
C.  $(0, \frac{\pi}{3}]$                       D.  $[\frac{\pi}{3}, \pi)$
- ⑧ [2018 · 安徽巢湖柘皋中学高一月考] 已知在 $\triangle ABC$ 中,  $AB = 7, BC = 5, AC = 6$ , 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$  ( )
- A. 19                              B. -19  
C. 18                              D. -18
- ⑨ 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 且 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$ . 若 $\sin B \cdot \sin C = \sin^2 A$ , 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ( )
- A. 钝角三角形  
B. 直角三角形  
C. 等边三角形  
D. 等腰直角三角形
- ⑩ 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 且 $c^2 - b^2 = ab, C = \frac{\pi}{3}$ , 则 $\frac{\sin A}{\sin B}$ 的值为 ( )
- A.  $\frac{1}{2}$                               B. 1  
C. 2                                D. 3
- ⑪ [2018 · 济南一中月考] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 若 $(b - c) \cdot (\sin B + \sin C) = (a - \sqrt{3}c) \cdot \sin A$ , 则 $B =$  ( )
- A.  $30^\circ$                               B.  $45^\circ$   
C.  $60^\circ$                               D.  $120^\circ$
- ⑫ [2018 · 河南驻马店高二期末] 已知在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ , 且 $\frac{\sin A}{\sin B + \sin C} + \frac{b}{a + c} = 1$ , 则 $C =$  ( )
- A.  $\frac{\pi}{6}$                               B.  $\frac{\pi}{3}$   
C.  $\frac{2\pi}{3}$                               D.  $\frac{5\pi}{6}$
- ⑬ 已知在 $\triangle ABC$ 中,  $a, b, c$ 分别为内角 $A, B, C$ 所对的边, 且 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$ . 若 $a = \sqrt{3}, \cos C = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则 $b =$  \_\_\_\_\_.

- 14 [2019·成都七中高二期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别是 $a, b, c$ ,已知 $(a-3b)\cos C=c(3\cos B-\cos A)$ .

(1)求 $\frac{\sin B}{\sin A}$ 的值;

(2)若 $c=\sqrt{7}a$ ,求角 $C$ 的大小.

- 15 [2018·吉林辽源东丰三中高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, a=2, b=3, a^2+b^2-c^2-ab=0$ .

(1)求 $c$ 的值;

(2)求 $\sin B$ .

### 难点突破

- 16 [2018·赤峰宁城高二期末]  $\triangle ABC$ 的两边长分别为2, 3,其夹角的余弦值为 $\frac{1}{3}$ ,则其外接圆半径为 ( )

A.  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$

B.  $\frac{9\sqrt{2}}{4}$

C.  $\frac{9\sqrt{2}}{8}$

D.  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$

- 17 [2018·甘肃宁波余姚中学高一质检] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, a=5, b=4, \cos(A-B)=\frac{31}{32}$ ,则 $\cos C=$ \_\_\_\_\_,  $c=$ \_\_\_\_\_.

- 18 [2019·甘肃会宁一中高二期中] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,且 $b\sin A=\sqrt{3}a\cos B$ .

(1)求角 $B$ 的大小;

(2)若 $b=3, \sin C=2\sin A$ ,求 $\triangle ABC$ 的周长.





## 滚动习题(一) [范围 1.1]

(时间:45 分钟 分值:100 分)

## 一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

- ① 在  $\triangle ABC$  中,内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $b = 2c \sin B$ , 则  $\sin C =$  ( )

A. 1  
B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
D.  $\frac{1}{2}$

- ② 在  $\triangle ABC$  中,内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\cos B}{b}$ , 则  $B =$  ( )

A.  $30^\circ$   
B.  $45^\circ$   
C.  $60^\circ$   
D.  $90^\circ$

- ③ [2018 · 重庆铜梁一中高一月考] 在  $\triangle ABC$  中,内角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 若  $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 0$ ,  $a^2 + c^2 - b^2 - ac = 0$ ,  $c = 2$ , 则  $a =$  ( )

A.  $\sqrt{3}$   
B. 1  
C.  $\frac{1}{2}$   
D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- ④ [2019 · 甘肃兰州一中高二月考] 已知在  $\triangle ABC$  中,内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $a = 2\sqrt{3}$ ,  $b = 2\sqrt{2}$ ,  $B = 45^\circ$ , 则  $A =$  ( )

A.  $30^\circ$  或  $150^\circ$   
B.  $60^\circ$   
C.  $60^\circ$  或  $120^\circ$   
D.  $30^\circ$

- ⑤ 在  $\triangle ABC$  中,  $A = 120^\circ$ ,  $AB = 5$ ,  $BC = 7$ , 则  $\frac{\sin B}{\sin C}$  的值为 ( )

A.  $\frac{8}{5}$   
B.  $\frac{5}{8}$   
C.  $\frac{3}{5}$   
D.  $\frac{5}{3}$

- ⑥ [2018 · 衡阳五中月考] 在  $\triangle ABC$  中,内角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$ , 若  $C = 90^\circ$ ,  $a = 6$ ,  $B = 30^\circ$ , 则  $c - b =$  ( )

A. 1  
B. -1  
C.  $2\sqrt{3}$   
D.  $-2\sqrt{3}$

- ⑦ [2018 · 景德镇一中高一期末] 在  $\triangle ABC$  中,内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $(a^2 + b^2) \sin(A - B) = (a^2 - b^2) \sin(A + B)$ , 则  $\triangle ABC$  是 ( )

A. 等腰三角形  
B. 直角三角形  
C. 等腰直角三角形  
D. 等腰三角形或直角三角形

- ⑧ 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 若  $\sin B + \sin C = 2 \sin A$ ,  $3a = 5c$ , 则角  $B$  为 ( )

A.  $60^\circ$   
B.  $90^\circ$   
C.  $120^\circ$   
D.  $150^\circ$

## 二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

- ⑨ 如果  $2a + 1, a, 2a - 1$  分别为钝角三角形三条边的长, 那么实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

- ⑩ [2019 · 浙江金华十校高一期末] 在  $\triangle ABC$  中,内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 若  $a^2 + b^2 = c^2 + ab$ , 则  $C =$ \_\_\_\_\_.

- ⑪ [2019 · 黑龙江大庆中学高二月考] 在  $\triangle ABC$  中,内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 其中  $a = 2, c = 3$ , 且满足  $(2a - c) \cdot \cos B = b \cdot \cos C$ , 则  $\vec{AB} \cdot \vec{BC} =$ \_\_\_\_\_.

- ⑫ 在  $\triangle ABC$  中,  $B = 60^\circ$ ,  $AC = \sqrt{3}$ , 则  $AB + 2BC$  的最大值为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题(本大题共 3 小题,共 40 分)

- ⑬ (12 分) [2018 · 武威五中月考] 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且  $a + c = 6, b = 2$ ,  $\cos B = \frac{7}{9}$ .

- (1) 求  $a, c$  的值;  
(2) 求  $\sin(A - B)$  的值.

- 14 (13 分) [2018 · 南京溧水高中高二期末] 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且  $c = -3b\cos A$ .

(1) 求  $\frac{a^2 - b^2}{c^2}$  的值;

(2) 若  $\tan C = \frac{3}{4}$ , 求  $\tan B$  的值.

- 15 (15 分) 如图 G1-1 所示, 在平面四边形  $ABCD$  中,  $DA \perp AB$ ,  $DE = 1$ ,  $EC = \sqrt{7}$ ,  $EA = 2$ ,  $\angle ADC = \frac{2\pi}{3}$ ,

$$\angle BEC = \frac{\pi}{3}.$$

(1) 求  $\sin \angle CED$  的值;

(2) 求  $BE$  的长.

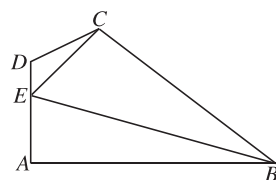


图 G1-1

## 1.2 应用举例

## 第1课时 正、余弦定理在实际问题中的应用

## 基础巩固

- ① 某次测量中,若  $A$  在  $B$  的北偏东  $55^\circ$  方向上,则  $B$  在  $A$  的 ( )  
 A. 北偏西  $35^\circ$  方向上 B. 北偏东  $55^\circ$  方向上  
 C. 南偏西  $35^\circ$  方向上 D. 南偏西  $55^\circ$  方向上

- ② 如图 1-2-1 所示,设  $A, B$  两点分别在河的两岸,一名测量者在  $A$  所在的河岸边选定一点  $C$ ,测出  $A, C$  之间的距离为  $50\text{ m}$ ,  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $\angle CAB = 105^\circ$ ,则  $A, B$  两点之间的距离为 ( )

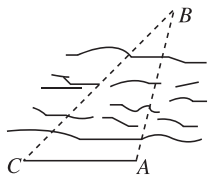


图 1-2-1

- A.  $50\sqrt{2}\text{ m}$  B.  $50\sqrt{3}\text{ m}$   
 C.  $25\sqrt{2}\text{ m}$  D.  $\frac{25\sqrt{2}}{2}\text{ m}$
- ③ 海面上有  $A, B, C$  三个灯塔,  $AB = 10\text{ n mile}$ ,从灯塔  $A$  望灯塔  $C$  与灯塔  $B$  成  $60^\circ$  视角,从灯塔  $B$  望灯塔  $C$  与灯塔  $A$  成  $75^\circ$  视角,则  $BC =$  ( )  
 A.  $10\sqrt{3}\text{ n mile}$  B.  $\frac{10\sqrt{6}}{3}\text{ n mile}$   
 C.  $5\sqrt{2}\text{ n mile}$  D.  $5\sqrt{6}\text{ n mile}$
- ④ 某公司要测量一座水塔  $CD$  的高度,测量人员在地面选择了  $A, B$  两个观测点,且  $A, B, C$  三点在同一条直线上,如图 1-2-2 所示,在  $A$  处测得该水塔顶端  $D$  的仰角为  $\alpha$ ,在  $B$  处测得该水塔顶端  $D$  的仰角为  $\beta$ . 若  $AB = a$ ,  $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,则水塔  $CD$  的高度为 ( )

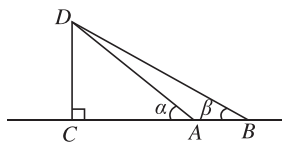


图 1-2-2

- A.  $\frac{a \sin(\alpha - \beta) \sin \alpha}{\sin \beta}$   
 B.  $\frac{a \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$   
 C.  $\frac{a \sin(\alpha - \beta) \sin \beta}{\sin \alpha}$   
 D.  $\frac{a \sin \alpha}{\sin(\alpha - \beta) \sin \beta}$

- ⑤ [2019 · 湖南湘南三校高二联考] 如图 1-2-3,从地面上的  $C, D$  两点测得山顶  $A$  的仰角分别为  $45^\circ$  和  $30^\circ$ ,已知  $CD = 100\text{ 米}$ ,点  $C$  位于  $BD$  上,则山高  $AB$  等于 ( )

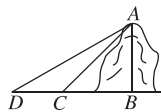


图 1-2-3

- A.  $50(\sqrt{3} + 1)\text{ 米}$  B.  $50\sqrt{3}\text{ 米}$   
 C.  $50\sqrt{2}\text{ 米}$  D.  $100\text{ 米}$
- ⑥ 若某人从  $A$  处出发,沿北偏东  $60^\circ$  方向行走  $3\sqrt{3}\text{ km}$  到  $B$  处,再沿正东方向行走  $2\text{ km}$  到  $C$  处,则  $A, C$  两地之间的距离为  $\underline{\hspace{2cm}}\text{ km}$ .

## 能力提升

- ⑦ [2018 · 南阳高二期中] 一艘货轮航行到  $M$  处,测得灯塔  $S$  在货轮北偏东  $15^\circ$  方向上,且货轮与灯塔  $S$  相距  $20$  海里,随后货轮沿北偏西  $30^\circ$  方向航行  $30$  分钟后,测得灯塔在货轮的东北方向,则货轮的速度为 ( )  
 A.  $20(\sqrt{6} + \sqrt{2})$  海里/时  
 B.  $20(\sqrt{6} - \sqrt{2})$  海里/时  
 C.  $20(\sqrt{6} + \sqrt{3})$  海里/时  
 D.  $20(\sqrt{6} - \sqrt{3})$  海里/时

- ⑧ [2018 · 山西陵川一中、泽州一中等四校联考] 测量河对岸的某一高层建筑  $AB$  的高度时,可以选择与建筑物的最低点  $B$  在同一水平面内的两个观测点  $C$  和  $D$ ,如图 1-2-4,测得  $\angle BCD = 15^\circ$ ,  $\angle BDC = 30^\circ$ ,  $CD = 30\text{ m}$ ,并在  $C$  处测得建筑物顶端  $A$  的仰角为  $60^\circ$ ,则建筑物  $AB$  的高度为 ( )

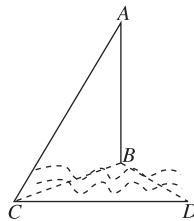


图 1-2-4

- A.  $30\sqrt{6}\text{ m}$  B.  $15\sqrt{6}\text{ m}$   
 C.  $5\sqrt{6}\text{ m}$  D.  $15\sqrt{2}\text{ m}$

- ⑨ 如图 1-2-5 所示,位于  $A$  处的信息中心获悉:在其正东方向相距  $40$  海里的  $B$  处有一艘渔船遇险,在原地等待营救.信息中心立即把消息告知在其南偏西  $30^\circ$  方向相距  $20$  海里的  $C$  处的乙船,现乙船朝北偏东  $\theta$  方向,即沿直线  $CB$  前往  $B$  处救援,则  $\cos \theta =$  ( )

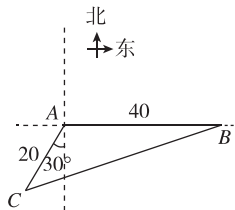


图 1-2-5

- A.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$  B.  $\frac{\sqrt{21}}{14}$  C.  $\frac{3\sqrt{21}}{14}$  D.  $\frac{\sqrt{21}}{28}$

- ⑩ 在 200 m 高的山顶上,测得山下一塔顶与塔底的俯角分别是  $30^\circ, 60^\circ$ , 则塔高为 \_\_\_\_\_ m.

- ⑪ [2018·青海西宁高一期末] 已知某船以  $15\sqrt{3}$  海里/时的速度向正北方向航行,该船航行到 A 点时发现在北偏东  $30^\circ$  方向的海面上有一个小岛,继续航行 20 分钟到达 B 点,此时发现该小岛在北偏东  $60^\circ$  方向上.若该船向正北方向继续航行,则该船与小岛间的最小距离为多少海里?

- ⑫ [2018·潍坊高二期末] 如图 1-2-6 所示,在某海滨城市 O 附近的海面上正形成台风.据气象部门检测,目前台风中心位于城市 O 的南偏东  $15^\circ$  方向相距 200 km 的海面 P 处,并以 10 km/h 的速度向北偏西  $75^\circ$  方向移动.如果台风侵袭的范围为圆形区域,目前圆形区域的半径为 100 km,并以 20 km/h 的速度不断增大.问几小时后该城市开始受到台风侵袭(精确到 0.1 h)?

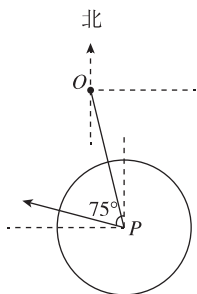


图 1-2-6

## 难点突破

- ⑬ 某新建的信号发射塔的高度为 AB,为测量该发射塔的高度,先取与发射塔底部 B 在同一水平面内的两个观测点 C, D,测得  $\angle BDC = 60^\circ, \angle BCD = 75^\circ, CD = 40$  米,并在点 C 处的正上方 E 处观测发射塔顶部 A 的仰角为  $30^\circ$ ,且  $CE = 1$  米,则发射塔高  $AB =$  ( )
- A.  $(20\sqrt{2} + 1)$  米  
B.  $(20\sqrt{6} + 1)$  米  
C.  $(40\sqrt{2} + 1)$  米  
D.  $(40\sqrt{6} + 1)$  米
- ⑭ 如图 1-2-7 所示,经过村庄 A 有两条夹角为  $60^\circ$  的公路 AB, AC, 根据规划拟在两条公路之间的区域内建一座工厂 P, 分别在两条公路边上建两个仓库 M, N (异于村庄 A), 要求  $PM = PN = MN = 2$  (单位:千米). 问如何设计可使得工厂产生的噪声对居民的影响最小(即工厂与村庄的距离最远)?

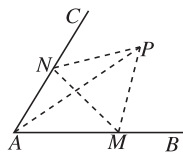


图 1-2-7

## 第2课时 正、余弦定理在三角形中的应用

## 基础巩固

- ① 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $a=7, b=3, c=8$ ,则其面积等于 ( )
- A. 12 B.  $\frac{21}{2}$
- C. 28 D.  $6\sqrt{3}$
- ② [2019·内蒙古包头四中高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别是 $a, b, c$ .若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ , $a=2, C=60^\circ$ ,则 $c=$  ( )
- A. 1 B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. 2 D.  $2\sqrt{3}$
- ③ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $A=60^\circ, b=16$ ,此三角形的面积 $S=220\sqrt{3}$ ,则 $a$ 的值为 ( )
- A. 7 B. 25
- C. 55 D. 49
- ④ [2019·甘肃兰州一中高二月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别是 $a, b, c$ .已知 $a=1, B=45^\circ, S_{\triangle ABC}=2$ ,则 $\triangle ABC$ 外接圆的直径为\_\_\_\_\_.
- ⑤ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别是 $a, b, c$ ,若 $\sin B=2\sin A$ ,且 $\triangle ABC$ 的面积为 $a^2 \sin B$ ,则 $\cos B=$ \_\_\_\_\_.
- ⑥ 已知在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,则 $\frac{5a}{\sin A} - \frac{3b}{\sin B} - \frac{2c}{\sin C} =$ \_\_\_\_\_.

## 能力提升

- ⑦ [2019·宁夏回族自治区育才中学高二月考] 某班设计了一个八边形的班徽,如图1-2-8,它是由腰长为1,顶角为 $\alpha$ 的四个等腰三角形及其底边构成的正方形所组成的,则该八边形的面积为 ( )
- A.  $2\sin \alpha - 2\cos \alpha + 2$
- B.  $\sin \alpha - \sqrt{3}\cos \alpha + 3$
- C.  $3\sin \alpha - \sqrt{3}\cos \alpha + 1$
- D.  $2\sin \alpha - \cos \alpha + 1$
- ⑧ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $b^2 - bc - 2c^2 = 0, a = \sqrt{6}, \cos A = \frac{7}{8}$ ,则 $\triangle ABC$ 的面积为 ( )
- A.  $\frac{\sqrt{15}}{2}$  B.  $\sqrt{15}$
- C.  $\frac{8\sqrt{15}}{5}$  D.  $6\sqrt{3}$

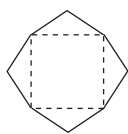


图1-2-8

- ⑨ 在 $\triangle ABC$ 中,若 $AB=\sqrt{3}, AC=1, B=30^\circ$ ,则 $\triangle ABC$ 的面积为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\sqrt{3}$  D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

- ⑩ 如图1-2-9,平面上有四个点 $A, B, P, Q$ ,其中 $A, B$ 为定点,且 $AB=\sqrt{3}, P, Q$ 为动点,且满足 $AP=PQ=QB=1$ ,又 $\triangle APB$ 和 $\triangle PQB$ 的面积分别为 $S$ 和 $T$ ,则 $S^2 + T^2$ 的最大值为 ( )

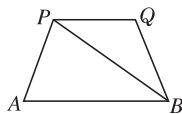


图1-2-9

- A.  $\frac{6}{7}$  B. 1
- C.  $\sqrt{3}$  D.  $\frac{7}{8}$
- ⑪ [2018·重庆万州二中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,若满足条件 $c=2\sqrt{2}, \frac{\sin A}{a} = \frac{\cos C}{c}$ 的 $\triangle ABC$ 有两个,则 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.
- ⑫ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ .若 $b^2 + c^2 + bc - a^2 = 0$ ,则 $\frac{a \sin(30^\circ - C)}{b - c} =$ \_\_\_\_\_.
- ⑬ [2018·云南民族大学附中高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,且 $(2b - c) \cos A = a \cos C$ .
- (1)求角 $A$ 的大小;
- (2)若 $a=3, b=2c$ ,求 $\triangle ABC$ 的面积.

- 14 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,且满足 $\cos(A-B)=2\sin A\sin B$ .

(1)判断 $\triangle ABC$ 的形状;

(2)若 $a=3, c=6$ ,角 $C$ 的平分线交 $AB$ 于点 $D$ ,求 $\triangle BCD$ 的面积.

### 难点突破

- 15 [2018·浙江余姚中学高一质检] 如图 1-2-10 所示,在 $\triangle ABC$ 中, $D$ 是 $BC$ 上一点,若 $\angle B = \frac{\pi}{2}$ ,  $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$ ,  $\sin \angle DAC = \frac{1}{5}$ ,则 $\sin \angle ACB =$ \_\_\_\_\_.

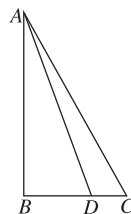


图 1-2-10

- 16 [2018·黑龙江大庆实验中学高一月考] 设 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,已知 $a = b \tan A$ ,且 $B$ 为钝角.
- (1)用 $A$ 表示 $B$ ;
- (2)求 $\sin A + \sin C$ 的取值范围.

## 热点题型探究(一)

### 题型1 利用正、余弦定理解三角形

- ① [2018·北京西城区高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $a=\sqrt{3}+1, b=2, c=\sqrt{2}$ , 则 $C=$  ( )
- A.  $30^\circ$   
B.  $45^\circ$   
C.  $60^\circ$   
D.  $120^\circ$
- ② [2019·河南济源四中高二质检] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,已知 $A=30^\circ, C=105^\circ, b=8$ ,则 $a=$  ( )
- A. 4  
B.  $4\sqrt{5}$   
C.  $4\sqrt{3}$   
D.  $4\sqrt{2}$
- ③ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=2, BC=2\sqrt{3}$ ,点 $D$ 在 $BC$ 边上, $\angle ADC=45^\circ$ ,则 $AD=$ \_\_\_\_\_.

### 题型2 三角形解的个数的确定

- ④ [2018·甘肃庆阳二中高二月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,且 $A=60^\circ, a=\sqrt{6}, b=4$ ,则满足条件的 $\triangle ABC$  ( )
- A. 有一个  
B. 有两个  
C. 不存在  
D. 不能确定
- ⑤ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,根据下列条件,确定 $\triangle ABC$ 有两解的是 ( )
- A.  $a=18, b=20, A=120^\circ$   
B.  $a=60, c=48, B=60^\circ$   
C.  $a=3, b=6, A=30^\circ$   
D.  $a=14, b=16, A=45^\circ$
- ⑥ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,若满足 $c=\sqrt{2}, a^2+b^2=c^2+\sqrt{2}ab$ 的 $\triangle ABC$ 有两个,则 $a$ 的取值范围是 ( )
- A.  $(\sqrt{2}, 2)$   
B.  $(1, \sqrt{3})$   
C.  $(1, \sqrt{2})$   
D.  $(\sqrt{3}, 2)$

### 题型3 利用正、余弦定理判定三角形的形状

- ⑦ [2019·辽宁六校协作体高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别是 $a, b, c$ ,若 $\cos B=\frac{a}{2c}$ ,则 $\triangle ABC$ 一定是 ( )
- A. 等腰三角形  
B. 等边三角形  
C. 直角三角形  
D. 等腰直角三角形
- ⑧ 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{c-b}{2c}$  ( $a, b, c$  分别为内角 $A, B, C$ 的对边),则 $\triangle ABC$ 的形状一定为 ( )
- A. 正三角形  
B. 直角三角形  
C. 等腰直角三角形  
D. 等腰三角形
- ⑨ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,已知 $a^2 \tan B = b^2 \tan A$ ,则 $\triangle ABC$ 的形状是\_\_\_\_\_.

### 题型4 三角形中最值与范围问题

- ⑩ [2018·四川攀枝花高一期末] 已知 $\triangle ABC$ 是以 $BC$ 为底边的等腰三角形,若 $\triangle ABC$ 的周长为3,则腰 $AB$ 上的中线 $CD$ 的长的最小值为\_\_\_\_\_.

- ⑪ [2019·成都七中高二期末] 如图 R1-1,已知扇形 $AOB$ 的弧长为 $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$ ,半径为 $4\sqrt{2}$ ,点 $C$ 在弧 $AB$ 上运动,且点 $C$ 不与点 $A, B$ 重合,则四边形 $OACB$ 的面积的最大值为\_\_\_\_\_.

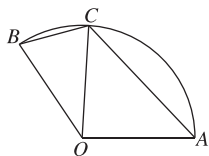


图 R1-1

- ⑫ 如图 R1-2 所示,在等腰直角三角形 $OPQ$ 中, $\angle POQ=90^\circ$ , $OP=2\sqrt{2}$ ,点 $M$ 在线段 $PQ$ 上.若点 $N$ 在线段 $MQ$ 上,且 $\angle MON=30^\circ$ ,当 $\angle POM$ 取何值时, $\triangle OMN$ 的面积最小?并求出面积的最小值.

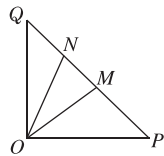


图 R1-2

### 题型5 正、余弦定理在实际问题中的应用

- ⑬ 一艘轮船以 $24\sqrt{6}$  km/h 的速度向正北方向航行,在 $A$ 处看灯塔 $S$ 在船的北偏东 $45^\circ$ 方向上,1 小时 30 分钟后航行到 $B$ 处,在 $B$ 处看灯塔 $S$ 在船的南偏东 $75^\circ$ 方向上,则灯塔 $S$ 与 $B$ 间的距离为\_\_\_\_\_ km.

- ⑭ 如图 R1-3 所示,为了测得河对岸塔 $AB$ 的高,先在河岸上选一点 $C$ ,使 $C$ 在塔底 $B$ 的正东方向上,测得塔顶 $A$ 的仰角为 $60^\circ$ ,再由点 $C$ 沿北偏东 $15^\circ$ 方向走 10 m 到点 $D$ ,测得 $\angle BDC=45^\circ$ ,且 $B, C, D$ 在同一水平面上,则塔 $AB$ 的高是\_\_\_\_\_ m.

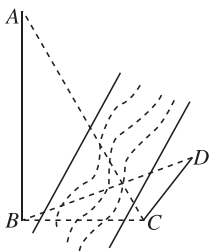


图 R1-3

- ⑮ [2018·吉林舒兰一中高二期中] 在海岛 $A$ 上有一座海拔 1 km 的山峰,山顶设有一个观察站 $P$ ,有一艘轮船按某一固定方向匀速直线航行,上午 11:00 时,测得此船在岛北偏东 $15^\circ$ 、俯角为 $30^\circ$ 的 $B$ 处,到 11:10 时,又测得该船在岛北偏西 $45^\circ$ 、俯角为 $60^\circ$ 的 $C$ 处.

(1)求船的航行速度;

(2)求船从 $B$ 行驶到 $C$ 的过程中与观察站 $P$ 间的最短距离.

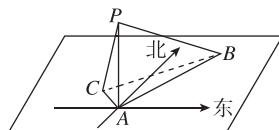


图 R1-4



## 本章基础排查(一)

(时间:40 分钟 分值:100 分)

## 一、选择题(本大题共 9 小题,每小题 5 分,共 45 分)

- ① [2019·河南济源四中高二质检] 已知在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, a=9, b=2\sqrt{3}, C=150^\circ$ ,则 $c=$  ( )

A.  $\sqrt{39}$  B.  $7\sqrt{3}$   
C.  $\sqrt{3}$  D.  $8\sqrt{3}$

- ② 在 $\triangle ABC$ 中, $A=60^\circ, AB=2$ ,且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,则 $BC=$  ( )

A.  $\sqrt{3}$  B. 3  
C.  $\sqrt{7}$  D. 7

- ③ [2019·河南新乡七中高二月考] 已知在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, a=\sqrt{5}, b=\sqrt{15}, A=30^\circ$ ,则 $c$ 的值为 ( )

A.  $2\sqrt{5}$   
B.  $\sqrt{5}$   
C.  $2\sqrt{5}$ 或 $\sqrt{5}$   
D. 以上都不对

- ④ 已知 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,其面积 $S=\frac{1}{4}(a^2+b^2-c^2)$ ,则角 $C$ 为 ( )

A.  $135^\circ$   
B.  $45^\circ$   
C.  $60^\circ$   
D.  $120^\circ$

- ⑤ [2018·山西大同高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,若 $2\cos B\sin A=\sin C$ ,则 $\triangle ABC$ 的形状是 ( )

A. 直角三角形  
B. 等腰三角形  
C. 等腰直角三角形  
D. 等腰或直角三角形

- ⑥ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3, AC=2, BC=\sqrt{10}$ ,则 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$ 等于 ( )

A.  $-\frac{3}{2}$   
B.  $-\frac{2}{3}$   
C.  $\frac{2}{3}$   
D.  $\frac{3}{2}$

- ⑦ 如图 J1-1 所示,测量河对岸的塔高 $AB$ 时,可以选与塔底 $B$ 在同一水平面内的两个测量点 $C$ 与 $D$ ,测得 $\angle BCD=15^\circ, \angle BDC=30^\circ, CD=30$  m,并在点 $C$ 测得塔顶 $A$ 的仰角为 $60^\circ$ ,则塔高 $AB=$  ( )

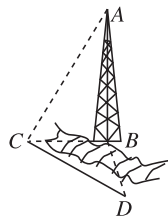


图 J1-1

A.  $30\sqrt{2}$  m B.  $15\sqrt{2}$  m  
C.  $15\sqrt{3}$  m D.  $15\sqrt{6}$  m

- ⑧ [2018·洛阳高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c, a=2\sqrt{3}, b=2\sqrt{2}$ ,且 $1+2\cos(B+C)=0$ ,则 $BC$ 边上的高为 ( )

A.  $2(\sqrt{3}+1)$   
B.  $2(\sqrt{3}-1)$   
C.  $\sqrt{3}+1$   
D.  $\sqrt{3}-1$

- ⑨ [2018·商丘一中高二月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $\triangle ABC$ 的面积 $S=2\sqrt{3}$ , $a+b=6, \frac{a\cos B+b\cos A}{c}=2\cos C$ ,则 $c=$  ( )

A. 12 B. 4  
C.  $2\sqrt{3}$  D.  $3\sqrt{3}$

## 二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

- ⑩ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,已知 $\triangle ABC$ 的面积 $S=3\sqrt{15}, b-c=2, \cos A=-\frac{1}{4}$ ,则 $a=$ \_\_\_\_\_.

- ⑪ 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,已知 $a=3, b=4, c=6$ ,则 $b\cos A+c\cos B+ab\cos C=$ \_\_\_\_\_.

- ⑫ [2018·临沂中学高二期末] 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=\sqrt{3}, BC=1, \sin C=\sqrt{3}\cos C$ ,则 $\triangle ABC$ 的面积为\_\_\_\_\_.

- ⑬ [2019·江苏南通启东中学高二期中] 在锐角三角形 $ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,且 $2a\sin B=\sqrt{3}b, a=6$ ,则 $\triangle ABC$ 的周长的取值范围为\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共3小题,共35分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

14 (10分)[2019·广东江门普通高中高二调研] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别是 $a=5, b=6, c=7$ .

(1)求 $BC$ 边上的中线 $AD$ 的长;

(2)求 $\triangle ABC$ 的面积.

15 (12分)[2018·衡阳五中高二期] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,  $\triangle ABC$ 的面积为 $S$ ,已知

$$2a\cos^2\frac{C}{2} + 2c\cos^2\frac{A}{2} = \frac{5}{2}b.$$

(1)求证: $2(a+c)=3b$ ;

(2)若 $\cos B = \frac{1}{4}$ ,  $S = \sqrt{15}$ ,求 $b$ 的值.

16 (13分)某小区设计的四边形花圃如图J1-2所示,由于 $A, C$ 之间有水池,故花圃边缘点 $P$ 设计在 $\triangle ABC$ 内,已知 $AB=CP=2$  m,  $BC=3$  m,  $\angle P$ 与 $\angle B$ 互补,记 $\angle B=\alpha$ .

(1)试写出 $AP$ 关于 $\alpha$ 的解析式;

(2)求花圃面积的最大值,并写出此时 $\alpha$ 的值.

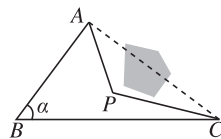


图 J1-2



## 本章能力测评(一)

(时间:120分钟 分值:150分)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.第Ⅰ卷60分,第Ⅱ卷90分,共150分,考试时间120分钟.

## 第Ⅰ卷 (选择题 共60分)

## 一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分)

- ①在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,  $a=1$ ,  $b=6$ ,  $C=60^\circ$ , 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ( )
- A.  $\frac{3}{2}$                       B.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$   
C.  $3\sqrt{3}$                       D. 3
- ②[2018·湖北孝感重点高中协作体高一期末] 已知钝角三角形 $ABC$ 的三边长分别为 $a-1, a, a+1$ , 则 $a$ 的取值范围为 ( )
- A. (2, 4)                      B. (1, 2)  
C. (1, 4)                      D. (4,  $+\infty$ )
- ③在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 且 $c=\sqrt{2}$ ,  $B=45^\circ$ ,  $\triangle ABC$ 的面积 $S=3$ , 则 $b=$  ( )
- A. 6  
B. 26  
C.  $\sqrt{6}$   
D.  $\sqrt{26}$
- ④若 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 且满足 $(a+b)^2 - c^2 = 4$ ,  $C=60^\circ$ , 则 $ab$ 的值为 ( )
- A.  $\frac{4}{3}$   
B.  $8-4\sqrt{3}$   
C. 1  
D.  $\frac{2}{3}$
- ⑤[2018·辽宁辽河油田中学高二期末] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 已知 $(a+b-c)(a+b+c)=3ab$ , 且 $c=4$ , 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 ( )
- A.  $8\sqrt{3}$                       B.  $4\sqrt{3}$   
C.  $2\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{3}$
- ⑥已知两座灯塔 $A, B$ 与 $C$ 地间的距离都是10 km, 灯塔 $A$ 在 $C$ 的北偏西 $20^\circ$ 方向上, 灯塔 $B$ 在 $C$ 的南偏西 $25^\circ$ 方向上, 则灯塔 $A$ 与灯塔 $B$ 之间的距离为 ( )
- A. 10 km  
B.  $10\sqrt{3}$  km  
C. 15 km  
D.  $10\sqrt{2+\sqrt{2}}$  km
- ⑦[2018·河南新乡高二期末] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 若 $b\cos A + a\cos B = c^2$ ,  $a=b=2$ , 则 $\triangle ABC$ 的周长为 ( )
- A. 7.5                      B. 7                      C. 6                      D. 5
- ⑧在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别是 $a, b, c$ , 且 $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$ ,  $b\cos B - c\cos C = 0$ , 则 $\triangle ABC$ 一定为 ( )
- A. 直角三角形  
B. 等腰三角形  
C. 等腰直角三角形  
D. 等边三角形
- ⑨在等腰三角形 $ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 且 $a=2\sqrt{3}$ ,  $A=120^\circ$ , 则此三角形的外接圆半径和内切圆半径分别是 ( )
- A. 4和2                      B. 4和 $2\sqrt{3}$   
C. 2和 $2\sqrt{3}-3$                       D. 2和 $2\sqrt{3}+3$
- ⑩[2019·安徽阜阳三中高二调研] 若满足 $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ ,  $AC=12$ ,  $BC=k$ 的 $\triangle ABC$ 只有一个, 则 $k$ 的取值集合为 ( )
- A. (1, 12]  
B.  $\{8\sqrt{3}\}$   
C.  $(1, 12] \cup \{8\sqrt{3}\}$   
D.  $(0, 12] \cup \{8\sqrt{3}\}$
- ⑪甲船在 $A$ 处观察到乙船在它的北偏东 $60^\circ$ 方向上, 两船相距 $a$ 海里, 乙船在向正北方向匀速行驶, 若甲船的速度是乙船的 $\sqrt{3}$ 倍, 甲船为了尽快追上乙船, 应沿北偏东 $\theta$ 方向前进, 则 $\theta=$  ( )
- A.  $15^\circ$                       B.  $30^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $60^\circ$
- ⑫在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , 且 $a\sin A\cos C + c\sin A\cos A = \frac{1}{3}c$ ,  $D$ 为 $AC$ 边上一点. 若 $c=2b=4$ ,  $S_{\triangle BCD} = \frac{5}{3}$ , 则 $DC$ 的长为 ( )
- A.  $\frac{5}{3}$                       B.  $\frac{5}{4}$   
C.  $\frac{5}{6}$                       D.  $\frac{5}{2}$

请将选择题答案填入下表:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	总分
答案													

## 第II卷 (非选择题 共90分)

## 二、填空题(本大题共4小题,每小题5分,共20分)

13 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对应的边分别为 $a, b, c$ ,若 $b\sin A - \sqrt{3}a\cos B = 0$ ,则 $A + C =$ \_\_\_\_\_.

14 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,已知 $a(\sin A - \sin B) = c\sin C - b\sin B$ ,且 $2a = c$ ,则 $\sin A =$ \_\_\_\_\_.

15 [2018·南阳一中高二月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $A = \frac{\pi}{3}$ , $b(1 - \cos C) = c\cos A$ , $b = 2$ ,则 $\triangle ABC$ 的面积为\_\_\_\_\_.

16 [2019·河南林州一中高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ,若 $\frac{a}{b} = \frac{b + \sqrt{3}c}{a}$ , $\sin C = 2\sqrt{3}\sin B$ ,则 $\tan A =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17 (10分) [2018·湖北小池滨江中学高一月考] 如图C1-1,某观测站在城A的南偏西 $20^\circ$ 方向上的C处,由城A出发的一条公路走向是南偏东 $40^\circ$ ,在C处测得公路上距C处31千米的B处有一人正沿公路向城A走去,走了20千米后到达D处,此时C, D两点间的距离为21千米,问这人还要走多少千米可到达城A?

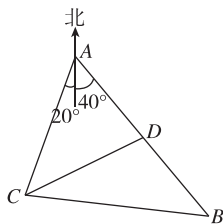


图 C1-1

18 (12分) [2019·内蒙古鄂尔多斯一中高二期中] 已知在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,且 $a^2 + c^2 - b^2 = ab\cos A + a^2\cos B$ .

(1)求角 $B$ 的大小;

(2)若 $b = 2\sqrt{7}$ , $\tan C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,求 $\triangle ABC$ 的面积.

- 19 (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ , 最大角 $A$ 为最小角 $C$ 的2倍, 且三边长 $a, b, c$ 为三个连续整数, 求 $a, b, c$ 的值.
- 20 (12分) [2019·河南林州一中高二期中] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ , 已知 $\cos^2 A = \sin^2 B + \cos^2 C + \sin A \sin B$ .
- (1) 求角 $C$ 的大小;
- (2) 若 $c = \sqrt{3}$ , 求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

- ②1 (12分) 如图 C1-2 所示, 某河段的两岸可视为平行, 为了测量该河段的宽度, 在河段的一岸边选取两点  $A, B$ , 观察对岸的点  $C$ , 测得  $\angle CAB = 75^\circ$ ,  $\angle CBA = 45^\circ$ , 且  $A, B$  两点间的距离为 100 米.

- (1) 求  $\sin 75^\circ$ ;  
(2) 求该河段的宽度.

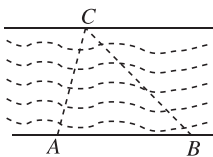


图 C1-2

- ②2 (12分) [2019 · 四川成都石室中学高二月考] 如图 C1-3, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ ,  $BC = 1$ ,  $P$  是  $\triangle ABC$  内一点, 且  $\angle BPC = 90^\circ$ .

- (1) 若  $\angle ABP = 30^\circ$ , 求线段  $AP$  的长度;  
(2) 若  $\angle APB = 120^\circ$ , 求  $\triangle ABP$  的面积.

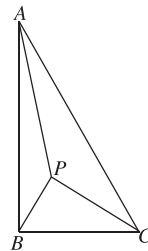


图 C1-3

## 第二章 数列

### 2.1 数列的概念与简单表示法

#### 基础巩固

- ① 已知  $a_{n+1} - a_n - 3 = 0$ , 则数列  $\{a_n\}$  是 ( )  
 A. 递增数列  
 B. 递减数列  
 C. 常数列  
 D. 不能确定

- ② [2019 · 天津静海一中高二期中] 已知数列  $2, 3, \sqrt{14}, \sqrt{19}, 2\sqrt{6}, \dots$ , 则 12 是它的 ( )  
 A. 第 28 项  
 B. 第 29 项  
 C. 第 30 项  
 D. 第 31 项

- ③ 用火柴棒摆“金鱼”, 如图 2-1-1 所示.

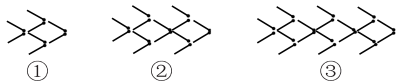


图 2-1-1

按照上面的规律, 摆第  $n$  个“金鱼”需要火柴棒的根数为 ( )

- A.  $6n-2$   
 B.  $8n-2$   
 C.  $6n+2$   
 D.  $8n+2$
- ④ [2018 · 南阳八校高二期中] 若数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 3a_n + 1$ , 则  $a_4 =$  ( )  
 A. 7  
 B. 13  
 C. 40  
 D. 121

- ⑤ [2019 · 安徽阜阳三中调研] 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_{n+1} = \frac{2a_n}{2+a_n}$  对所有的正整数  $n$  都成立, 且  $a_6 = \frac{2}{3}$ , 则  $a_5 =$  ( )

- A. 1  
 B.  $\frac{2}{3}$   
 C.  $\frac{2}{5}$   
 D. -1

- ⑥ 数列  $\frac{2}{3}, \frac{4}{15}, \frac{6}{35}, \frac{8}{63}, \frac{10}{99}, \dots$  的一个通项公式是 \_\_\_\_\_.

- ⑦ 数列  $7, 77, 777, 7777, \dots$  的一个通项公式是 \_\_\_\_\_.

#### 能力提升

- ⑧ [2018 · 衡阳二十六中高二期] 在数列  $1, 1, 2, 3, 5, 8, x, 21, 34, 55$  中,  $x$  等于 ( )  
 A. 11  
 B. 12  
 C. 13  
 D. 14

- ⑨ [2018 · 山东曲阜一中月考] 数列  $0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, \dots$  的一个通项公式是  $a_n =$  ( )  
 A.  $\frac{(-1)^n + 1}{2}$   
 B.  $\cos \frac{n\pi}{2}$   
 C.  $\cos \frac{n+1}{2}\pi$   
 D.  $\cos \frac{n+2}{2}\pi$

- ⑩ 若数列  $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ , 则  $a_5 - a_4 =$  ( )  
 A.  $\frac{1}{10}$   
 B.  $-\frac{1}{10}$   
 C.  $\frac{1}{90}$   
 D.  $\frac{19}{90}$

- ⑪ [2019 · 沈阳东北育才学校高二期中] 如图 2-1-2 是谢尔宾斯基三角形, 在所给的四个三角形图案中, 黑色的小三角形个数构成数列  $\{a_n\}$  的前 4 项, 则  $\{a_n\}$  的通项公式可以是 ( )

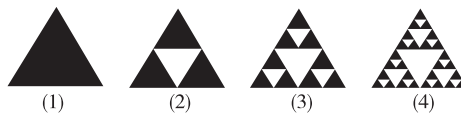


图 2-1-2

- A.  $a_n = 3^{n-1}$   
 B.  $a_n = 2n-1$   
 C.  $a_n = 3^n$   
 D.  $a_n = 2^{n-1}$

- ⑫ [2019 · 辽宁实验中学高二期中] 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n, & 0 \leq a_n < \frac{1}{2}, \\ 2a_n - 1, & \frac{1}{2} \leq a_n < 1, \end{cases}$  若  $a_1 = \frac{6}{7}$ , 则  $a_{2020}$  的值为 ( )

- A.  $\frac{3}{7}$   
 B.  $\frac{4}{7}$   
 C.  $\frac{5}{7}$   
 D.  $\frac{6}{7}$

- ⑬ [2018 · 湖北华中师大附中高一期] 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = \frac{4}{11-2n}$ , 则满足  $a_{n+1} < a_n$  的  $n$  的取值为 ( )  
 A. 3  
 B. 4  
 C. 5  
 D. 6

- ⑭ 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, & n = 2k, \\ \frac{a_n}{n}, & n = 2k-1 \end{cases} (k \in \mathbb{N}^*)$ ,  $a_1 = 1$ , 若  $a_n = \frac{2}{3}$ , 则  $n =$  \_\_\_\_\_.

15 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_n = n(n-8) - 20$ , 请回答下列问题:

- (1) 这个数列中共有几项为负数?
- (2) 这个数列从第几项开始递增?
- (3) 这个数列中有无最小值? 若有, 求出最小值; 若无, 请说明理由.

16 [2018 · 南阳八校高二期中] 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 3, a_{n+1} = 4a_n + 3$ .

- (1) 写出该数列的前 4 项, 并归纳出数列  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 证明:  $\frac{a_{n+1} + 1}{a_n + 1} = 4$ .

## 难点突破

17 [2018 · 南宁三中高二期中] 若数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = n - 7\sqrt{n}$ , 则该数列中的最小项的值为\_\_\_\_\_.

18 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n = \frac{9n^2 - 9n + 2}{9n^2 - 1}$ .

- (1) 求这个数列的第 20 项.
- (2)  $\frac{95}{103}$  是不是该数列中的项? 为什么?
- (3) 求证: 数列中各项的值都在区间  $(0, 1)$  内.



## 2.2 等差数列

## 第1课时 等差数列的概念与通项公式

## 基础巩固

- ① 已知数列  $1, a, 5$  是等差数列, 则实数  $a$  的值为 ( )  
 A. 2 B. 3  
 C. 4 D.  $\sqrt{5}$
- ② [2019 · 甘肃师大附中高二期中] 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 9, a_9 = 6$ , 则公差  $d$  的值为 ( )  
 A.  $\frac{1}{2}$  B. 1  
 C.  $-\frac{1}{2}$  D. -1
- ③ [2018 · 甘肃庆阳二中高二月考] 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_7 + a_9 = 16, a_4 = 1$ , 则  $a_{12}$  的值是 ( )  
 A. 15 B. 30  
 C. 31 D. 64
- ④ [2019 · 福州八县一中高二期中] 已知  $\{a_n\}$  为等差数列, 若  $a_1 = 1$ , 公差  $d = 2, a_n = 15$ , 则  $n$  的值为 ( )  
 A. 5 B. 6  
 C. 7 D. 8
- ⑤ [2019 · 河南新乡七中高二月考] 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 9, a_9 = 3$ , 则  $a_{12} =$  ( )  
 A. 0 B. 3  
 C. 6 D. -3
- ⑥ [2019 · 湖南怀化三中高二期中] 若  $a$  与 7 的等差中项为 4, 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.
- ⑦ 体育课上老师指挥大家排成一排, 冬冬站排头, 阿奇站排尾, 从排头到排尾依次报数. 如果冬冬报 17, 阿奇报 150, 每位同学报的数都比前一位多 7, 则队伍里一共有 \_\_\_\_\_ 人.
- ⑧ 已知  $f(n+1) = f(n) - \frac{1}{4} (n \in \mathbf{N}^*)$ , 且  $f(2) = 2$ , 则  $f(101) =$  \_\_\_\_\_.
- ⑩ [2019 · 湖南湘南三校联盟高二联考] 《莱因德纸草书》是世界上最古老的数学著作之一, 书中有一道这样的题目: 把 100 个面包分给五个人, 使每个人所得成等差数列, 最大的三份之和的  $\frac{1}{7}$  是最小的两份之和, 则最小的一份的量是 ( )  
 A.  $\frac{11}{6}$  B.  $\frac{10}{3}$   
 C.  $\frac{5}{6}$  D.  $\frac{5}{3}$
- ⑪ 如果  $a_1, a_2, \dots, a_8$  为各项都大于零的等差数列, 公差  $d \neq 0$ , 则 ( )  
 A.  $a_1 a_8 > a_4 a_5$   
 B.  $a_1 a_8 < a_4 a_5$   
 C.  $a_1 + a_8 > a_4 + a_5$   
 D.  $a_1 a_8 = a_4 a_5$
- ⑫ [2018 · 湖南醴陵二中高二质检] 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 首项为 23, 公差是整数, 从第七项开始为负数, 则公差为 \_\_\_\_\_.
- ⑬ 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1, a_{n-1} - a_n = a_n a_{n-1} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*)$ , 则  $a_{10} =$  \_\_\_\_\_.
- ⑭ 现有一根 9 节的竹子, 自上而下各节的容积成等差数列, 上面 4 节的容积共 3 升, 下面 3 节的容积共 4 升, 则第 5 节的容积为 \_\_\_\_\_ 升.
- ⑮ 已知成等差数列的四个数之和为 26, 第二个数和第三个数之积为 40, 求这四个数.

## 能力提升

- ⑨ [2019 · 山东济宁一中高二检测] 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 2, a_7 = 1$ , 若  $\left\{\frac{1}{2a_n}\right\}$  为等差数列, 则  $a_{11}$  等于 ( )  
 A. 1  
 B.  $\frac{1}{2}$   
 C.  $\frac{2}{3}$   
 D. 2

⑩ 已知  $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ , 在数列  $\{x_n\}$  中,  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_n = f(x_{n-1})$

( $n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$ ), 试说明数列  $\left\{\frac{1}{x_n}\right\}$  是等差数列, 并求  $x_{95}$  的值.

## 难点突破

⑪ 设等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ , 若数列  $\{2a_1 a_n\}$  为递减数列, 则 ( )

- A.  $d < 0$                       B.  $d > 0$   
C.  $a_1 d < 0$                   D.  $a_1 d > 0$

⑫ 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = -\frac{4}{3}$ ,  $a_{n+1} = \frac{2(n+1)a_n}{a_n + 2n}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ), 则  $a_n$  的最小值是\_\_\_\_\_.

⑬ 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} + a_n = 4n - 3$ , 求  $\{a_n\}$  的通项公式.

## 第2课时 等差数列的性质及其应用

## 基础巩固

- ① 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_2=4, a_4=2$ , 则  $a_6=$  ( )  
 A. -1 B. 0  
 C. 1 D. 6
- ② [2018·西安一中高二期中] 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1+a_5=10, a_4=7$ , 则数列  $\{a_n\}$  的公差为 ( )  
 A. 1 B. 2  
 C. 3 D. 4
- ③ [2019·福建莆田一中高二月考] 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2+a_8=16, a_4=1$ , 则  $a_6$  的值为 ( )  
 A. 15 B. 17  
 C. 22 D. 64
- ④ 已知某等差数列共有 10 项, 其奇数项之和为 15, 偶数项之和为 30, 则其公差为 ( )  
 A. 5  
 B. 4  
 C. 3  
 D. 2
- ⑤ 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 如果  $a_1+a_2=40, a_3+a_4=60$ , 那么  $a_7+a_8=$  ( )  
 A. 95 B. 100  
 C. 135 D. 80
- ⑥ 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2+a_3+a_{10}+a_{11}=36$ , 则  $a_5+a_8=$  \_\_\_\_\_.
- ⑦ 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_4+a_6+a_8+a_{10}+a_{12}=120$ , 则  $a_9-\frac{1}{3}a_{11}$  的值为 \_\_\_\_\_.

## 能力提升

- ⑧ 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=20, a_7=4a_3$ , 则  $a_4+a_{10}=$  ( )  
 A. 16  
 B. 32  
 C. 20  
 D. 40
- ⑨ [2019·山东济宁一中高二检测] 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1+a_4+a_7=45, a_2+a_5+a_8=29$ , 则  $a_3+a_6+a_9=$  ( )  
 A. 13  
 B. 18  
 C. 20  
 D. 22

- ⑩ [2019·湖南娄底高二期中] 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2+a_5+a_8=12$ , 下列关于  $x$  的方程  $x^2+(a_4+a_6)x+10=0$  的说法中, 正确的是 ( )  
 A. 无实根  
 B. 有两个相等实根  
 C. 有两个不等实根  
 D. 不能确定有无实根
- ⑪ 已知点  $(n, a_n)$  都在直线  $3x-y-24=0$  上, 那么在数列  $\{a_n\}$  中有 ( )  
 A.  $a_7+a_9>0$   
 B.  $a_7+a_9<0$   
 C.  $a_7+a_9=0$   
 D.  $a_7 \cdot a_9=0$
- ⑫ [2018·宜春三中高二期中] 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1=0$ , 公差  $d \neq 0$ , 若  $a_m=a_1+a_2+\cdots+a_9$ , 则  $m$  的值为 ( )  
 A. 38 B. 36  
 C. 37 D. 19
- ⑬ [2018·东北师范大学附中模拟] 我国古代数学名著《九章算术》中有这样一段话:“今有金锤, 长五尺, 斩本一尺, 重四斤, 斩末一尺, 重二斤, 问中间三尺重几何?”意思是: 现有一根金锤, 长 5 尺, 头部截下 1 尺, 重 4 斤, 尾部截下 1 尺, 重 2 斤, 且从头到尾, 每 1 尺的重量构成等差数列, 问中间 3 尺共重多少斤? 该问题的答案是 ( )  
 A. 6 斤  
 B. 7 斤  
 C. 8 斤  
 D. 9 斤
- ⑭ 已知  $\lg 3, \lg\left(\sin x - \frac{1}{2}\right), \lg(1-y)$  成等差数列, 则 ( )  
 A.  $y$  有最小值  $\frac{11}{12}$ , 无最大值  
 B.  $y$  有最大值 1, 无最小值  
 C.  $y$  有最小值  $\frac{11}{12}$ , 最大值 1  
 D.  $y$  有最小值 -1, 最大值 1
- ⑮ 已知等差数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1=\frac{1}{25}$ , 满足  $a_n<1$  的  $n$  的最大值为 9, 则公差  $d$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
- ⑯ [2018·庆阳二中高二月考] 已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d(d \neq 0)$ , 且  $a_3+a_6+a_{10}+a_{13}=32$ , 若  $a_m=8$ , 则  $m=$  \_\_\_\_\_.

- ⑰ 已知  $a, b, c$  成等差数列, 求证:  $b+c, c+a, a+b$  也成等差数列.

- ⑱ 已知四个数成等差数列, 其平方和为 94, 第一个数与第四个数的积比第二个数与第三个数的积少 18, 求这四个数.

## 难点突破

- ⑲ 已知关于  $x$  的方程  $(x^2 - 2x + m)(x^2 - 2x + n) = 0$  的四个根组成一个首项为  $\frac{1}{4}$  的等差数列, 则  $|m-n| =$

( )

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{3}{8}$

C.  $\frac{3}{4}$

D. 1

- ⑳ 已知函数  $f(x) = 2^x$ , 等差数列  $\{a_n\}$  的公差  $d = 2$ , 若  $f(a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}) = 4$ , 则  $\log_2[f(a_1) \cdot f(a_2) \cdot f(a_3) \cdot \dots \cdot f(a_{10})] =$  \_\_\_\_\_.

- ㉑ [2019 · 四川成都七中高二期] 已知正项数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n^2 = (2n-1)a_n + 2n$ .

(1) 求证: 数列  $\{a_n\}$  是等差数列;

(2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n = \frac{a_n - \sqrt{40}}{n - \sqrt{11}}$ , 且数列  $\{b_n\}$  的最大项为  $b_p$ , 最小项为  $b_q$ , 求  $p+q$  的值.

